MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE,
DE LA JEUNESSE
ET DES SPORTS
Liberté
Égalité
Fraternité

CYCLES 2 3 4 — Classe de troisième

Mathématiques

Accompagnement personnalisé

Résoudre une tâche complexe de calcul d'aire

Domaine : Langage mathématique, scientifique et informatique (D1.3)

Sous domaine : Extraire d'un document les informations utiles, les organiser, les confronter à ses connaissances.
Calculer des longueurs et des aires dans les figures.
Décomposer un problème en sous-problèmes, utiliser un système d'unités cohérents.

Compétences mathématiques : Chercher, calculer, communiquer

Objectifs

- Utiliser le théorème de Pythagore dans une situation contextualisée ;
- Décomposer une tâche complexe en plusieurs tâches simples ;
- Calculer des longueurs et l'aire d'une surface délimitée par un ensemble de figures usuelles.

Modalités

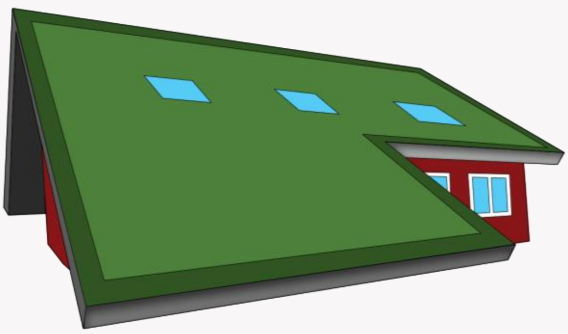
- Séance de 55 minutes, précédée par des activités rapides pour travailler les prérequis ;
- Un travail en îlots est préconisé ;
- Calculatrice autorisée.

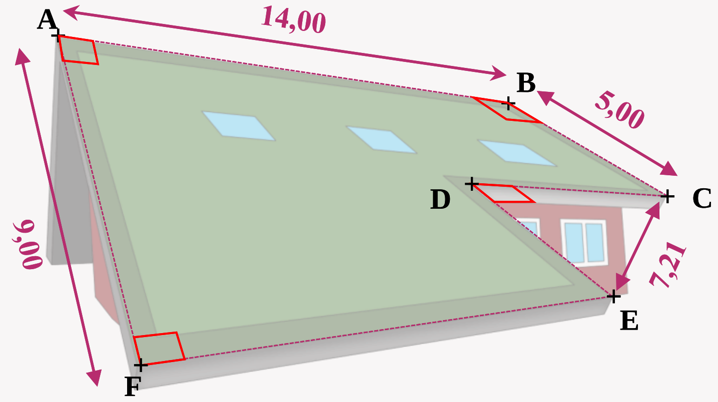
MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE,
DE LA JEUNESSE
ET DES SPORTS
Liberté
Égalité
Fraternité

Énoncé de l'activité d'accompagnement personnalisé

Dans le cadre d'un projet de construction, une famille envisage d'opter pour un pan de toiture végétalisée. Le projet comptant trois fenêtres de toit de dimensions 114 cm × 118 cm est représenté sur le schéma ci-dessous, où les cotes sont exprimées en mètres.

Déterminer, en m^2, l'aire de la surface à couvrir par les végétaux de la toiture.
On pourra complexifier la tâche en ajoutant une marge de 30 cm sur la totalité du contour.





Commentaires de l'activité

Analyse de l'activité

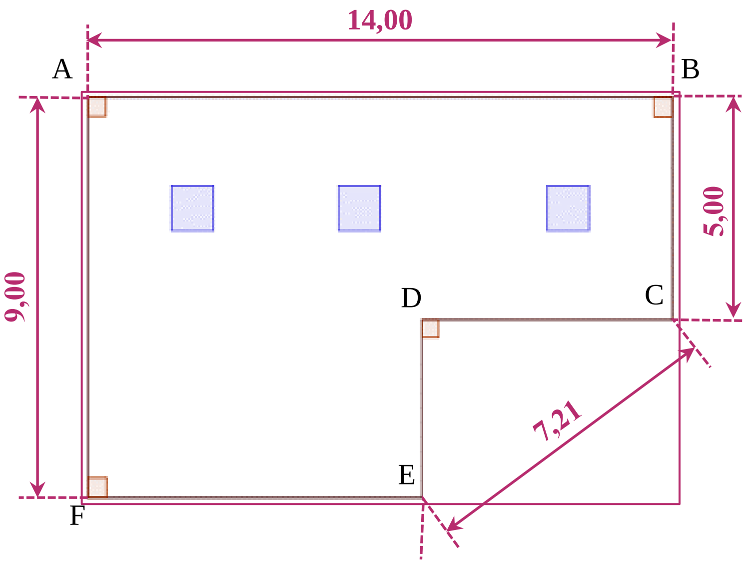
Quelles procédures correctes les élèves peuvent-ils utiliser pour résoudre la tâche?

Toute démarche proposée par l'élève doit être prise en compte dans le scénario pédagogique qu'elle soit erronée, incomplète ou aboutie.

Étapes de résolution du problème :

- Représentation de la figure correspondant au pan de toiture (facultative) ;
- Choisir une décomposition de la figure pour le calcul : soit un grand rectangle duquel on retire le petit rectangle de sommet D ; soit un découpage en deux rectangles en prolongeant [BC] ;
- Déterminer les cotes manquantes sur la figure : calculer la longueur DE, puis calculer la longueur DC en utilisant le théorème de Pythagore et enfin calculer la longueur FE.
- *Calculer les longueurs des segments du contour de la figure en retirant la marge de 30 cm pour le problème complexifié.*

- Calculer l'aire de la surface des fenêtres ;
- Calculer l'aire demandée.



Quels erreurs et obstacles potentiels ? Quelles pistes de remédiation ?

Type d'erreurs et d'obstacles potentiels	Pistes de remédiation	
Prérequis		
- Aire de rectangle, - Conversions d'unités de longueurs et d'aires, - Arrondis, - Égalité de Pythagore.	Activités rapides avant la séance, en classe ou en dehors de la classe. Elles peuvent être agrémentées de QR codes avec des liens vers des vidéos de rappels.	
Compréhension de l'énoncé		
L'élève ne parvient pas à s'approprier la situation	Accompagner l'élève dans la décomposition du problème en sous-problèmes, jusqu'à ce qu'il s'engage dans les calculs de DE et DC.	**A**
L'élève ne parvient pas à mettre en place une stratégie de résolution	Proposer une figure représentant le toit, demander à l'élève quelle est l'aire qu'il doit calculer et comment il peut décomposer sa figure en deux sous-figures. Lui demander de trouver les longueurs manquantes.	**B**
Connaissances mathématiques		
L'élève n'est pas en mesure de déterminer les longueurs manquantes	Pour le calcul de DE, identifier les rectangles en jeu avec les élèves et rappeler la propriété concernant les longueurs des côtés du rectangle.	**C**
L'élève ne maîtrise pas les contenus disciplinaires nécessaires au traitement de la situation	Réinvestir le théorème de Pythagore en proposant un calcul de longueur d'un côté adjacent à l'angle droit dans un triangle rectangle.	**D**
L'élève ne parvient pas à déterminer une valeur approchée de DC.	Signaler pour la longueur DC qu'il est possible de se satisfaire d'une valeur approchée au centième (6,00 m), même si c'est un résultat intermédiaire. Conserver une valeur exacte jusqu'au calcul final complique grandement l'écriture de l'expression numérique et la rend probablement inaccessible à certains élèves.	**E**

	Il est préférable de signaler qu'une valeur approchée dans un calcul intermédiaire peut, dans d'autres situations, fausser des résultats (*cf.* § *Pistes de prolongement : Problème 2).*	
L'élève ne maîtrise pas la conversion entre unités de longueur et unités d'aire.	- *cf.* activités rapides en prérequis. - Conversions : rappeler que 1 m = 100 cm. - Manipulation du matériel pédagogique pour retrouver : 1 dm = 10 cm donc 1 dm² = 100 cm². Puis conversion d' 1m² en cm².	**F**
L'élève ne parvient pas à rendre compte de la démarche élaborée	Autoriser l'élève à ne produire pour seule trace écrite que les calculs utilisés. La rédaction de l'ensemble de la démarche pourra donner lieu à un travail spécifique.	**G**
L'élève s'essouffle après chaque étape de la résolution, ou chaque étape de calcul	S'assurer que l'élève ne perde pas le fil conducteur : mettre les résultats en commun, étape après étape.	**H**

Déroulé

Phases	Conseils pour la mise en œuvre	Remédiation
Avant la séance Activités rapides	Activités rapides en amont de l'activité centrale pour réinvestir des techniques nécessaires à la résolution de la tâche complexe.	
Phase 1 Compréhension de l'énoncé et amorce de la recherche *Individuel puis classe entière*	Laisser le temps à chaque élève de lire l'énoncé et de s'engager dans une procédure de résolution. S'assurer que tous les élèves ont compris l'énoncé, notamment le vocabulaire employé (toiture végétalisée, dimensions, cotes…).	**A**
Phase 2 Recherche *Individuel ou groupes*	Laisser le temps aux élèves de s'engager sur leur piste de résolution du problème. Puis s'assurer que tous les élèves trouvent une décomposition adéquate de la figure représentant le toit.	**B** **C** **D** **E**
Phase 3 Mise en commun *En classe entière*	Former des groupes de travail en fonction de la décomposition de la figure choisie. Suggérer aux groupes d'établir un plan de travail qui répertorie les étapes de résolution de cette tâche complexe.	**G** **H**
Phase 4 Recherche *En groupe, au moins en binôme*	S'assurer que les élèves procèdent aux calculs des longueurs. Inciter les groupes à faire preuve d'esprit critique pour contrôler les résultats de leurs conversions.	**F** **H**
Phase 5 Mise en commun *En classe entière*	Valoriser l'ensemble des étapes de résolutions, ainsi que le résultat final trouvé.	

Verbalisation

Demander aux élèves de verbaliser leurs procédures au sein du groupe, puis face à la classe. Inciter les élèves à formuler et reformuler leurs réponses de manière qu'ils structurent convenablement leurs raisonnements et leurs démarches.

Traces écrites

La trace écrite pourra être composée d'une figure codée, ainsi que de paragraphes faisant apparaître les grandes étapes de résolution de l'activité. Un titre pour chacun de ces paragraphes peut être cherché en classe entière.

Il est possible de laisser les élèves fournir une trace écrite sous forme de brouillon et d'attendre la séance suivante pour engager le travail de rédaction avec la classe.

Différenciation pour les élèves ayant terminé en avance

- Si l'écrit de l'élève consiste en une succession de calculs, lui demander d'élaborer une rédaction qui témoigne de manière claire des différentes étapes de résolution, afin qu'il puisse communiquer sa démarche à la classe.
- Ajouter la contrainte de la bordure.
- Proposer un problème du paragraphe suivant : *Pistes de prolongement*.

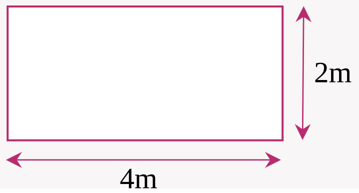
Travail sur des prérequis de l'activité

Proposer avant la séance quelques activités rapides permet de rappeler aux élèves certaines techniques qu'ils doivent maîtriser pour réussir l'activité. Les activités rapides suivantes sont à mettre en œuvre sous forme de QCM ou non.

❶ Quelle est l'aire du rectangle ?

☐ 6 m^2 ☐ 12 m^2

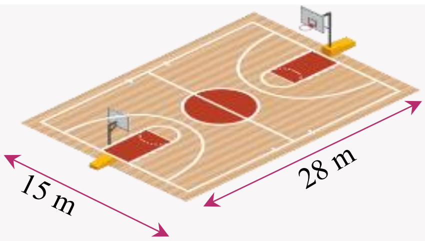
☐ 8 m^2 ☐ Autre réponse



❷ Quelle est l'aire du terrain de Basket ?

☐ 43 m^2 ☐ 86 m^2

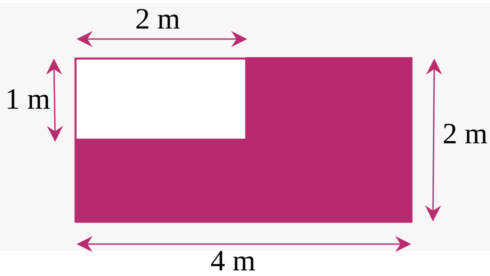
☐ 420 m^2 ☐ 340 m^2



❸ Quelle est l'aire de la surface colorée ?

☐ 4 m^2 ☐ 8 m^2

☐ 6 m^2 ☐ Autre réponse



❹ Quelle est la longueur du côté d'un carré de 1 m^2 ?

☐ 10 cm ☐ 100 cm ☐ 1000 cm ☐ 0,5 m

❺ Quelle égalité relative au triangle RST ci-contre est-elle correcte ?

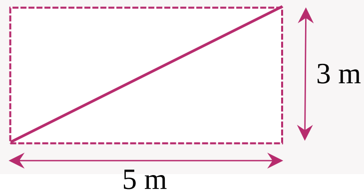
□ RS + RT = ST □ $RS^2 = RT^2 + ST^2$

□ ST = RS × RT □ $RS^2 + RT^2 = ST^2$

❻ Quelle est l'aire d'un carré de 200 cm de côté ?

□ 0,04 m² □ 0,4 m² □ 4 m² □ Autre réponse

❼ Quelle est la longueur, en m, de la diagonale de ce rectangle ?



□ 8 □ $\sqrt{8}$

□ $\sqrt{34}$ □ Autre réponse

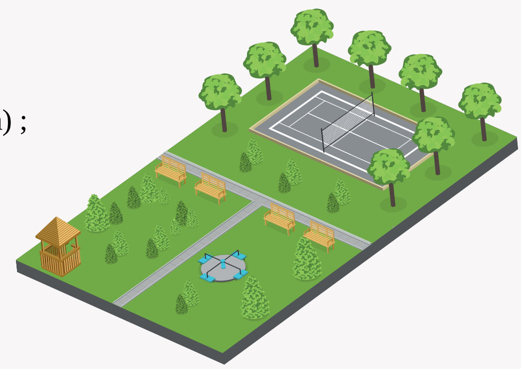
Pistes de prolongement

Problème 1

Dans le cadre d'un projet de rénovation urbaine, une mairie envisage de créer un espace de jeux sur une parcelle de dimensions : l = 24 m et L = 80 m.

L'aire de jeux sera constituée :

- d'un terrain de « Touchtennis » (largeur : 6 m et longueur : 12 m) ;
- d'un tourniquet (de 5 m diamètre) ;
- d'une cabane en bois de base carrée (de 4 m de côté) ;
- d'un chemin d'accès de largeur 180 cm (figure ci-contre).



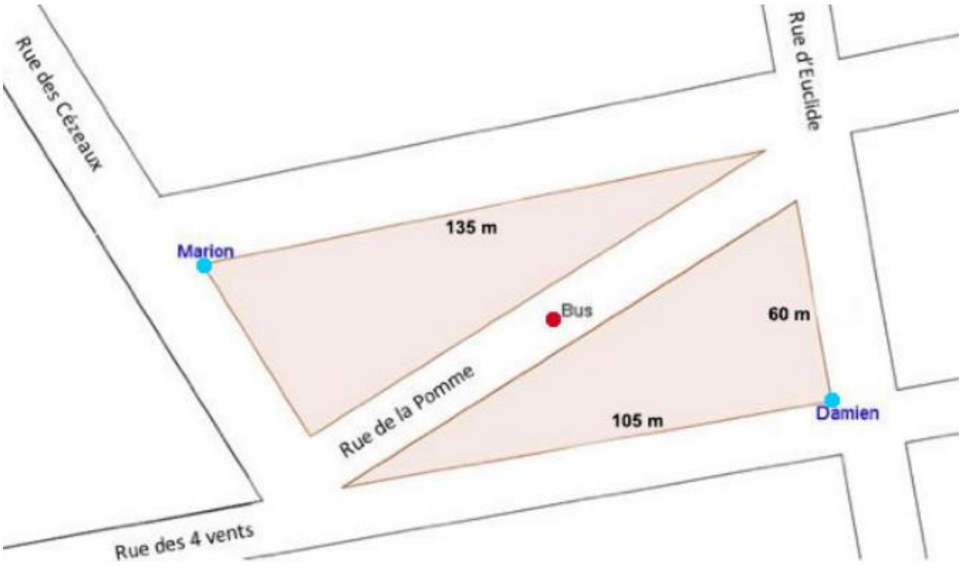
Déterminer la surface de pelouse nécessaire pour créer cet espace.

Problème 2[1]

Marion et Damien se rendent à l'arrêt de bus par le plus court trajet. Quel est le trajet le plus court, celui de Marion ou celui de Damien ?

La rue des 4 vents est perpendiculaire à la rue d'Euclide. La rue de la Pomme et la rue des Cézeaux sont perpendiculaires. Les deux côtés de la rue de la Pomme sont de même longueur.

[1] *Problème tiré du site de l'Irem de la Réunion* : https://irem.univ-reunion.fr/IMG/pdf/ap_pythagore.pdf



Problème 3

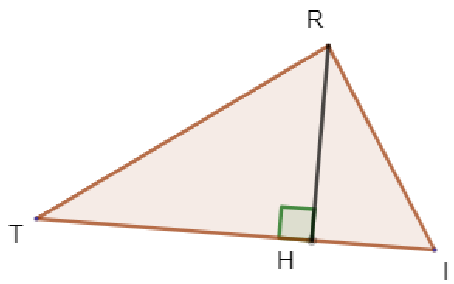
Éléna confectionne un prisme droit et un cylindre de révolution en papier en réalisant deux patrons, comme elle a appris à le faire en cours de mathématiques. Voici les caractéristiques de ces solides.

La hauteur du prisme droit mesure 5cm. L'une des bases du prisme droit est représentée ci-contre.

HI= 2 cm ; RI=5,2 cm et RT=6 cm.

Le cylindre de révolution a un rayon de 5 cm et une hauteur de 52 mm.

Éléna se demande lequel de ces solides va nécessiter le plus de papier. Qu'en pensez-vous ?



Ressources complémentaires

https://eduscol.education.fr/document/17305/download