MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE LA JEUNESSE ET DES SPORTS
Liberté Égalité Fraternité

CYCLES 2 3 4 | Classe de troisième

Mathématiques

Accompagnement personnalisé

Consolider les compétences des élèves en calcul algébrique

Domaine : Nombres et Calculs

Sous domaine : Calcul algébrique

Compétences mathématiques : Calculer, communiquer

Objectifs

- Consolider les compétences en calcul algébrique ;
- Identifier et rappeler les propriétés qui sous-tendent les transformations d'expressions algébriques.

Modalités

- 55 minutes
- Travail en groupe, en binôme par exemple
- Calculatrice interdite

Énoncé de l’activité d’accompagnement personnalisé

Une aventurière entre dans un temple inca, dont le plan est représenté par le tableau ci-dessous. Chaque case du tableau représente une pièce. L’entrée du temple est représentée en bleu. L’aventurière peut passer d’une pièce à une autre si les expressions contenues dans chacune des deux pièces sont **égales pour toute valeur de x.**

Il n’est pas possible d’avancer en diagonale.

Le but de l’aventurière est d’atteindre la salle du trésor.

Surligner les cases permettant d’obtenir le chemin que doit emprunter l’aventurière pour atteindre le trésor.

			
$(x-2)^2-(x-2)$	$(x-4)(x-2)$	x^2-6x+8 **Sortie “Trésor”**	$-6x-x+x^2$
$(x-4)(2x-8)$	$(x-4)^2+2(x-4)$	x^2-10	$x(x+2)$
$(x-4)^2+(x-4)$	$(x-3)^2-1$	$(x-3)(x-3)-1$	x^2+2x
	$-(3-x)^2-1$	$-1+(x-3)^2$	x^2-6x+8 **Début de l’étape 3**
	$2x-8$	$-13x^2$	$2(x-4)-8(x-2)+x^2$
	x^2-8	$-5x^2+8$	$x^2-2(3x-4)$
$-(x-2)(x-4)$	$(x-2)(x-4)$	x^2-6x+8 **Début de l’étape 2**	$x(x-6)+8$
$-(x-2)(4-x)$	$-(2-x)(x-4)$	$3x^2$	
$(2-x)(4-x)$ **Entrée du labyrinthe** **Début de l’étape 1**	$2-x(4-x)$	x^2-4x+2	

Commentaires de l’activité

Analyse de l’activité

L’activité présentée constitue un ensemble de tâches d’entraînement au calcul algébrique ; les pistes de prolongements proposées à la fin de ce document complètent cette activité puisque, dans ces problèmes, les mises en expressions sont laissées à la charge de l’élève et les transformations d’expressions sont motivées par un but mathématique.

Procédures correctes pour résoudre la tâche

Procédures expertes

Il n'y a qu'un seul chemin possible. Sortir du labyrinthe requiert d'arriver au bout de chacune des 3 étapes.

- 1re étape : l'élève doit mobiliser la propriété « l'opposé d'une somme est la somme des opposés » et développer en utilisant la double distributivité ;
- 2de étape : l'élève est amené à factoriser, développer et réduire des expressions ;
- 3e étape : l'élève doit reconnaître des égalités en utilisant la simple distributivité et la double distributivité.

Autres procédures

- Évaluer les expressions en une ou plusieurs valeurs ;
- Développer et réduire l'ensemble des expressions.

Quels erreurs et obstacles potentiels ? Quelles pistes de remédiation ?

Type d'erreurs et d' obstacles potentiels	Pistes de remédiation
Utiliser les propriétés de distributivité d'une manière erronée	Rappeler à l'écrit la propriété dans le cas général. Proposer une application numérique.
Utiliser l'égalité $-(a+b) = -a-b$ de façon erronée	Rappeler la propriété : « L'opposé de la somme est la somme des opposés » (règle du calcul du moins devant la parenthèse). Proposer une application numérique.
Réduire des sommes de manière erronée.	Rappeler les règles de réduction liées à la somme erronée.
Se décourager devant le nombre de calculs à effectuer.	À l'aide d'un calque, créer des cases supplémentaires « étapes intermédiaires ».
Développer des expressions quand il est attendu de les factoriser.	Sélectionner les expressions concernées et demander aux élèves d'identifier le facteur commun.

Déroulé

Phase	Conseils pour la mise en œuvre
	Étape 1
Phase 1 Compréhension de l'énoncé et mise au travail *Individuel puis classe entière*	Donner à chaque élève le temps de lire, de comprendre l'énoncé et de s'engager dans une démarche de recherche. Engager ensuite le travail de groupe.
Phase 2 Recherche *En groupe, au moins en binôme*	Laisser le temps aux élèves de tâtonner et de mettre en œuvre leurs procédures, même s'il s'agit d'impasses ou de procédures coûteuses en temps.
Phase 3 Mise en commun *Classe entière*	Une fois le travail de groupe assez abouti, mettre en commun diverses procédures et discuter de la pertinence de chacune. Faire formuler les propriétés utilisées. Mettre en lumière la plus grande efficacité de la procédure experte.
	Étape 2
Phase 4 Recherche *En groupe*	Laisser aux élèves le temps d'aller au bout de leurs procédures, même si elles sont erronées, puis proposer les remédiations appropriées.
Phase 5 Mise en commun *Classe entière*	Détailler au tableau les développements et factorisations utilisées. Interroger les élèves sur les réductions proposées.
	Étape 3
Phase 6 Recherche *En groupes*	Laisser aux élèves le temps d'aller au bout de leurs procédures. Comparer les différentes stratégies de développements ou de factorisations.

Verbalisation

Cet entraînement à la transformation d'expressions algébriques peut constituer l'occasion de rappeler et faire formuler aux élèves les propriétés et conventions sur lesquelles s'appuient ces techniques.

Trace écrite

Il est possible de conclure par un bilan constitué d'un ou plusieurs points clés de l'activité :

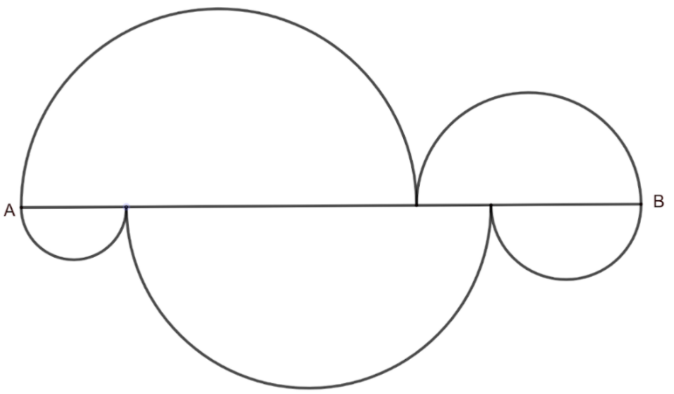
- Justifier les réductions d'expression par la factorisation ;
- Formuler la propriété « L'opposé d'une somme est égale à la somme des opposés ». Justifier cette propriété à l'aide du développement de l'expression $(-1)(a+b)$.
- Énoncer les propriétés de simple et double distributivité. Donner des exemples.

Pistes de prolongement

Les activités de prolongement visent à la production et à la transformation d'expressions algébriques dans le but de démontrer des faits géométriques et numériques ainsi que des propriétés générales sur les nombres entiers. Pour les deux premières activités de prolongement, il convient d'animer l'élaboration d'une conjecture avant d'établir une démonstration.

Activité 1

Quel est le chemin le plus court pour aller de A à B : celui formé par les deux demi-cercles du haut ou celui formé par les trois demi-cercles du bas ? Justifier.



Activité 2

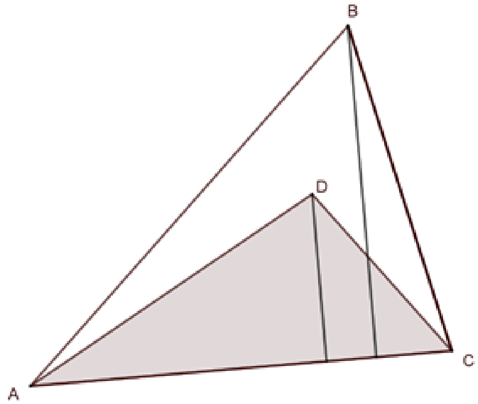
Programme de calcul
Choisir deux nombres entiers positifs strictement inférieurs à 10. Ajouter 1 à l'un des deux nombres choisis. Multiplier le résultat par 5. Ajouter 1 au résultat. Doubler le résultat. Soustraire 12. Ajouter le second nombre au résultat.

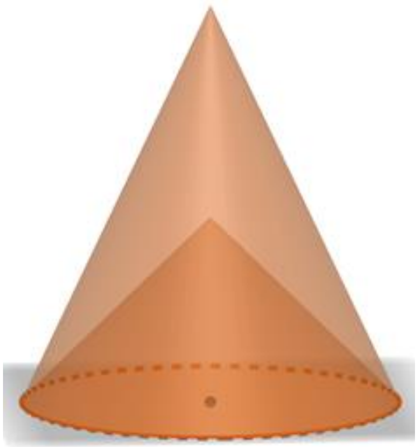
a. Tester ce programme plusieurs fois. Quelle conjecture peut-on formuler ?
b. Démontrer la conjecture.

Commentaire : *Cet énoncé peut être différencié en modifiant le programme de calcul. Par exemple, le résultat d'un programme pourrait être de la forme* $1000m + 10n + p$, $10m + (10 - n)$ *ou encore 11n (en demandant aux élèves de ne choisir qu'un nombre de départ).*

Activité 3

a. On considère les deux triangles ABC et ADC représentés ci-contre. La hauteur du triangle ABC issue de B est égale au double de la hauteur du triangle ADC issue de D. Démontrer que l'aire du triangle ACD est égale à l'aire du quadrilatère ADCB.





b. Les deux cônes de révolution représentés ci-contre ont la même base. La hauteur de l'un vaut le double de la hauteur de l'autre. Démontrer que le volume du petit cône vaut le volume délimité par la face latérale du petit cône et la face latérale du grand cône.

Activité 4[1]

a. Démontrer que la somme de trois nombres entiers consécutifs est un multiple de 3.
b. Démontrer que le produit de trois nombres entiers consécutifs est un multiple de 6.

Ressources complémentaires

https://eduscol.education.fr/document/17263/download

Fiche élève d'activité d'accompagnement personnalisé

Une aventurière entre dans un temple inca, dont le plan est représenté par le tableau ci-dessous. Chaque case du tableau représente une pièce. L'entrée du temple est représentée en bleu. L'aventurière peut passer d'une pièce à une autre si les expressions contenues dans chacune des deux pièces sont **égales pour toute valeur de x.**

Il n'est pas possible d'avancer en diagonale.

Le but de l'aventurière est d'atteindre la salle du trésor.

Surligner les cases permettant d'obtenir le chemin que doit emprunter l'aventurière pour atteindre le trésor.

			
$(x-2)^2-(x-2)$	$(x-4)(x-2)$	x^2-6x+8 **Sortie "Trésor"**	$-6x-x+x^2$
$(x-4)(2x-8)$	$(x-4)^2+2(x-4)$	x^2-10	$x(x+2)$
$(x-4)^2+(x-4)$	$(x-3)^2-1$	$(x-3)(x-3)-1$	x^2+2x
	$-(3-x)^2-1$	$-1+(x-3)^2$	x^2-6x+8 **Début de l'étape 3**
	$2x-8$	$-13x^2$	$2(x-4)-8(x-2)+x^2$
	x^2-8	$-5x^2+8$	$x^2-2(3x-4)$
$-(x-2)(x-4)$	$(x-2)(x-4)$	x^2-6x+8 **Début de l'étape 2**	$x(x-6)+8$
$-(x-2)(4-x)$	$-(2-x)(x-4)$	$3x^2$	
$(2-x)(4-x)$ **Entrée du labyrinthe** **Début de l'étape 1**	$2-x(4-x)$	x^2-4x+2	