



Livre du professeur - Mathématiques

Chapitre 1 : Nombres entiers

AVANT DE COMMENCER.....	2
CORRIGÉS DES EXERCICES	2
ACTIVITÉS.....	3
CORRIGÉ ACTIVITÉ 1 :.....	3
CORRIGÉ ACTIVITÉ 2 :.....	3
CORRIGÉ ACTIVITÉ 3 :.....	4
AUTO-ÉVALUATION	5
EXERCICES NUMÉRIQUES	6
TRAVAILLER LES AUTOMATISMES	8
EXERCICES D'ENTRAÎNEMENT PARTIE 1	12
EXERCICES D'ENTRAÎNEMENT PARTIE 2	15
EXERCICES BILAN	18
PRÉPARER LE BREVET	21
TRAVAILLER AUTREMENT	22





Avant de commencer

Corrigés des exercices

Corrigé exercice 1 :

- 14 est divisible par 2, car $14 = 2 \times 7$.
- 14 est un multiple de 2 car $14 = 2 \times 7$.
- 5 divise 10 car $10 = 2 \times 5$.

Corrigé exercice 2 :

Le seul diviseur positif de 1 est lui-même.

Les diviseurs positifs de 2 sont 1 et 2.

Les diviseurs positifs de 10 sont 1, 2, 5 et 10.

Les diviseurs positifs de 15 sont 1, 3, 5 et 15.

Corrigé exercice 3 :

$$\frac{6}{10} = \frac{2 \times 3}{2 \times 5} = \frac{3}{5}, \quad \frac{10}{6} = \frac{2 \times 5}{2 \times 3} = \frac{5}{3}$$

Réponse 1 car $\frac{6}{10} = \frac{2 \times 3}{2 \times 5} = \frac{3}{5}$, $\frac{10}{6} = \frac{2 \times 5}{2 \times 3} = \frac{5}{3}$, et les deux autres fractions ne sont pas simplifiables.

Corrigé exercice 4 :

- $A = \frac{3}{5} + \frac{12}{5} = \frac{15}{5} = 3$
- $B = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$
- $C = 1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
- $D = \frac{1}{2} - \frac{10}{7} = \frac{7}{14} - \frac{20}{14} = \frac{-13}{14}$

Corrigé exercice 5 :

- Oui car $\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$ avec b et k non nuls.

- Non car $\frac{5+3}{2+3} = \frac{8}{5} \neq \frac{5}{2}$.

- Oui car $\frac{28}{16} = \frac{4 \times 7}{4 \times 4} = \frac{7}{4}$.

Corrigé exercice 6 :

Les valeurs possibles sont : 315 ; 333 ; 339 ; 351 et 357.





Activités

Corrigé activité 1 :

Questions :

1.
 - a. $153 = 10 \times 15 + 3$. Ils en auront 15 chacun.
 - b. Il en reste 3 non attribués.
 - c. 150 bonbons auront été distribués.
2.
 - a. $153 = 9 \times 17$. Ils sont tous attribués.
 - b. $1 + 5 + 3 = 9$. On conjecture que si la somme des chiffres est un multiple de 9 alors le nombre est divisible par 9.
 $2 + 7 + 3 = 12$ n'est pas divisible par 9 et $273 = 9 \times 30 + 3$ n'est pas divisible par 9. $9 + 2 + 7 + 0 = 18$ est un multiple de 9 et $9\ 270 = 9 \times 1\ 030$ aussi.
3.
 - a. Il faut en faire 36 car $36 = 18 \times 2$.
 - b. Pour trois, il faut en faire 12 car $36 = 3 \times 12$ et pour cinq, il faut en faire 7 car $35 = 5 \times 7$.
 - c. Un nombre est divisible par 2 s'il est pair, par 3 si la somme de ses chiffres est un multiple de 3 et par 5 si le chiffre des unités est 0 ou 5.

Bilan :

Un entier naturel est divisible par :

- 2 si son chiffre des unités est : 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8 ;
- 3 si la somme des chiffres qui le composent est un multiple de 3 ;
- 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5 ;
- 9 si la somme des chiffres qui le composent est un multiple de 9 ;
- 10 si son chiffre des unités est 0.

Corrigé activité 2 :

Questions :

1. 17 : 1 et 17 ;
29 : 1 et 29 ;
37 : 1 et 37 ;
53 : 1 et 53 ;
83 : 1 et 83 ;
97 : 1 et 97.
2. Les diviseurs de 24 sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24.
Les diviseurs de 60 sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 ; 60.
Les diviseurs de 75 sont 1 ; 3 ; 5 ; 15 ; 25 ; 75 ;
Les diviseurs de 128 sont 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64 ; 128.
3. Les nombres de la première liste n'ont que deux diviseurs.

Bilan :

Un nombre premier a exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.





Corrigé activité 3 :

Questions :

1. $126 - 84 = 42$ jeux n'intéressent plus Adel.
2.
 - a. Oui, $42 = 2 \times 21$
 - b. $21 = 3 \times 7$
 - c. $42 = 2 \times 3 \times 7$
3.
 - a. $126 = 2 \times 63$
 - b. $63 = 3 \times 21$
 - c. $21 = 3 \times 7$
 - d. $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$
4. $\frac{42}{126} = \frac{2 \times 3 \times 7}{2 \times 3^2 \times 7} = \frac{1}{3}$. Yasmine a raison.

Bilan :

Pour rendre une fraction irréductible, on décompose le numérateur et le dénominateur en un produit de facteurs premiers puis on simplifie les facteurs communs.





Auto-évaluation

Corrigé exercice 7 :

Réponse a. : Cette écriture est une division par 15 ou par 7. Mais le reste étant égal à 9, il ne peut pas s'agir d'une division par 7 car le reste est toujours strictement inférieur au diviseur.

Corrigé exercice 8 :

Réponse a. : Le nombre 31 est impair et n'est pas divisible par 3. Il n'est en réalité divisible que par 1 et par 31 : c'est un nombre premier.

Corrigé exercice 9 :

Réponse c. : 1 n'est pas un nombre premier car il n'a qu'un seul diviseur.

Corrigé exercice 10 :

Réponse d. : Dans les propositions a., b., et c., il y a des nombres non premiers.

Corrigé exercice 11 :

Réponses a. c. et d. : Le chiffre des unités est 1 donc 3 021 est impair ; la somme de ses chiffres vaut 6, qui est un multiple de 3 donc il est divisible par 3. Il est donc non premier.

Corrigé exercice 12 :

Réponses a. c. et d. :

$$\frac{540}{288} = \frac{270 \times 2}{144 \times 2} = \frac{270}{144}; \frac{540}{288} = \frac{60 \times 9}{32 \times 9} = \frac{60}{32}; \frac{60}{32} = \frac{15 \times 4}{8 \times 4} = \frac{15}{8}.$$

Corrigé exercice 13 :

Réponses a. et c. : $903 = 21 \times 43 = 3 \times 301$

Donc 903 est divisible par 21 et pas par 42. De plus, la somme de ses chiffres vaut 12 donc il est divisible par 3 mais pas par 9.

Corrigé exercice 14 :

Réponses a. et c. :

L'ordre des facteurs n'a pas d'importance donc les propositions a. et c. sont identiques. Les propositions b. et d. contiennent 15 et 33, qui ne sont pas premiers.



Exercices numériques

Corrigé exercice 15 :

$$587\,300 = 2^2 \times 5^2 \times 7 \times 839;$$

$$277\,134 = 2 \times 3 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19;$$

$$789\,880 = 2^3 \times 5 \times 7^2 \times 13 \times 31.$$

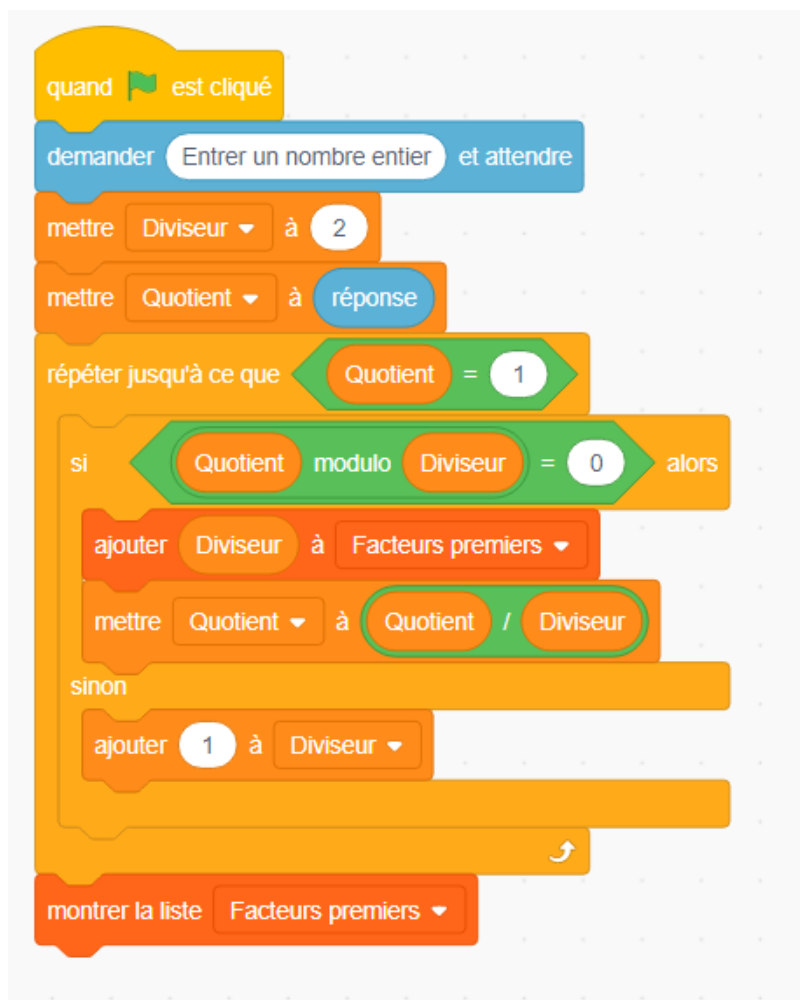
Corrigé exercice 16 :

1. Ce sont tous les diviseurs des nombres 176 (liste 2) et 1 024 (liste 1).

$$\frac{176}{176} = \frac{176 \div 16}{176 \div 16} = \frac{11}{11}$$

2. $\frac{1024}{1024} = \frac{1024 \div 16}{1024 \div 16} = \frac{64}{64}$ (on simplifie par le plus grand diviseur commun de 176 et 1024).

Corrigé exercice 17 :



Corrigé exercice 18 :

1. Les diviseurs de 515 sont 1 ; 5 ; 103 ; 515.
2. Les diviseurs de 176 sont 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 11 ; 16 ; 22 ; 44 ; 88 ; 176.
3. Les diviseurs de 252 sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 9 ; 12 ; 14 ; 18 ; 21 ; 28 ; 36 ; 42 ; 63 ; 84 ; 126 ; 252.





Corrigé exercice 19 :

1. Ce programme détermine un diviseur commun au numérateur et au dénominateur et simplifie la fraction.

2. $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$

3.

a. Le programme renvoie $\frac{66}{110} = \frac{33}{55}$.

b. $\frac{66}{110} = \frac{3 \times 22}{5 \times 22} = \frac{3}{5}$.

c. La fraction donnée par le programme n'est pas irréductible.

d.

```

quand est cliqué
  demander Numérateur et attendre
  mettre N à réponse
  mettre A à réponse
  demander Dénominateur et attendre
  mettre D à réponse
  mettre B à réponse
  mettre d à 2
  répéter jusqu'à ce que (d = A ou d = B)
  si (D modulo d = 0 et N modulo d = 0) alors
    mettre D à (D / d)
    mettre N à (N / d)
  sinon
    ajouter 1 à d

```





Travailler les automatismes

Corrigé exercice 20 :

1. $135 = 7 \times 19 + 2$
2. Le quotient vaut 19 et le reste 2.

Corrigé exercice 21 :

1. $1\ 283 = 9 \times 142 + 5$
2. Le quotient vaut 142 et le reste 5.

Corrigé exercice 22 :

1. $8\ 741 = 13 \times 672 + 5$
2. $a = 8\ 741; b = 13; q = 672; r = 5$.

Corrigé exercice 23 :

1. $3\ 250 = 125 \times 26$
2. $q = 26; r = 0$.
3. On en conclut que 3 250 est divisible par 125 (ou 3 250 est un multiple de 125).

Corrigé exercice 24 :

1. $212 = 18 \times 11 + 14; q = 11; r = 14$.
2. Le reste n'est pas nul donc 212 n'est pas divisible par 18.

Corrigé exercice 25 :

1. 3 divise 111 ou 111 est un multiple de 3.
2. 202 admet 2 comme diviseur ou 202 est divisible par 2.
3. 15 divise 3 015 ou 15 est un diviseur de 3 015.

Corrigé exercice 26 :

1. Vrai car $48 = 4 \times 12$.
2. Vrai car $48 = 3 \times 16$.
3. Vrai car 48 est divisible par 6 car $48 = 6 \times 8$.
4. Faux car 2 qui divise 48 et non le contraire.

Corrigé exercice 27 :

Un entier est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5. Donc 25, 50 et 14 265 sont divisibles par 5.

Corrigé exercice 28 :

Un entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est un multiple de 3. Donc 108 et 861 sont divisibles par 3.

Corrigé exercice 29 :

Un entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est un multiple de 9. 801 est divisible par 3 et 9 ; 861 n'est divisible que par 3 ; de même pour 231.





Corrigé exercice 30 :

Un nombre est divisible par 6 si, et seulement si, il est divisible par 2 et par 3, c'est-à-dire s'il est pair et que la somme de ses chiffres est un multiple de 3.

Corrigé exercice 31 :

1. $18 = 3 \times 6$ est divisible par 6.
2. 22 n'est pas divisible par 3 donc pas non plus par 6.
3. 312 est pair et divisible par 3 donc il est divisible par 6.
4. 50 n'est pas divisible par 3.
5. 21 est impair donc non divisible par 6.
6. 612 est divisible par 2 et par 3 il est donc divisible par 6.

Corrigé exercice 32 :

Les entiers possibles sont 3 018 ; 3 030 ; 3 054 ; 3 066 et 3 090.

Corrigé exercice 33 :

C'est 215, c'est le seul de la liste qui n'est pas divisible par 3. Tous les autres sont des multiples de 15 (car multiple de 3 et de 5).

Corrigé exercice 34 :

412 est pair, donc il est divisible par 2. Il a donc au moins trois diviseurs : 1 ; 2 et 412.

Corrigé exercice 35 :

1 521 est divisible par 3 (la somme de ses chiffres vaut 9), il a donc au moins trois diviseurs : 1 ; 3 ; 1521.

Corrigé exercice 36 :

Omar a raison car 2 est pair (c'est d'ailleurs le seul nombre à la fois premier et pair).

Corrigé exercice 37 :

Mia a tort car $121 = 11^2$ donc 121 a trois diviseurs 1 ; 11 et 121. Il n'est donc pas premier.

Corrigé exercice 38 :

625 est divisible par 5, il n'est pas premier.
144 est divisible par 2, il n'est pas premier.
39 est divisible par 3, il n'est pas premier.
222 est divisible par 2, il n'est pas premier.

Corrigé exercice 39 :

23 ; 71 ; 29 et 2 sont des nombres premiers.

Corrigé exercice 40 :

4 n'est pas premier donc ce n'est pas une décomposition en produit de facteurs premiers. La décomposition est $60 = 2^2 \times 3 \times 5$.



**Corrigé exercice 41 :**

$$6 \times 9 \times 5 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 2 \times 3^3 \times 5$$

Corrigé exercice 42 :

Emma a raison car 270 est divisible par 5.

Corrigé exercice 43 :

La bonne décomposition est $24 = 3 \times 2^3$, car 4 et 8 ne sont pas premiers.

Corrigé exercice 44 :

$$195 = 3 \times 5 \times 13$$

Corrigé exercice 45 :

$$1\ 124 = 2^2 \times 281$$

Corrigé exercice 46 :

3 753 est divisible par 3, il n'est pas premier.

709 est premier.

1 192 est divisible par 2, il n'est pas premier.

2 111 est premier.

3 921 est divisible par 3, il n'est pas premier.

Corrigé exercice 47 :

$$100 = 2^2 \times 5^2$$

Corrigé exercice 48 :

C'est le nombre 528.

Corrigé exercice 49 :

$$1. \frac{21}{49} = \frac{3 \times 7}{7 \times 7} = \frac{3}{7}$$

$$2. \frac{42}{50} = \frac{2 \times 21}{2 \times 25} = \frac{21}{25}$$

Corrigé exercice 50 :

$$1. \frac{20}{80} = \frac{1 \times 20}{4 \times 20} = \frac{1}{4}$$

$$2. \frac{45}{55} = \frac{5 \times 9}{5 \times 11} = \frac{9}{11}$$

Corrigé exercice 51 :

$$1. \frac{99}{72} = \frac{9 \times 11}{9 \times 8} = \frac{11}{8}$$



$$2. \frac{63}{54} = \frac{9 \times 7}{9 \times 6} = \frac{7}{6}$$

Corrigé exercice 52 :

$$1. \frac{920}{240} = \frac{23}{6}$$

$$2. \frac{60}{260} = \frac{3}{13}$$

$$3. \frac{1\,611}{1\,074} = \frac{3}{2}$$

Corrigé exercice 53 :

Les fractions égales à $\frac{1}{4}$ sont $\frac{5}{20}$ et $\frac{2}{8}$.

(On a $\frac{8}{2} = 4$ et $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.)

Corrigé exercice 54 :

$1 + 7 + 6 + 7 = 21$, donc 1 767 est divisible par 3.

$3 + 9 = 12$, donc 39 est divisible par 3. La fraction est au minimum simplifiable par 3, donc elle n'est pas irréductible.





Exercices d'entraînement partie 1

Corrigé exercice 55 :

1. $80 = 7 \times 11 + 3$ donc 80 n'est pas divisible par 7.
2. Le reste est 3 et le quotient est 11
3. Il est parti 11 semaines et 3 jours.

Corrigé exercice 56 :

1. $135 = 5 \times 27$; $210 = 5 \times 42$. Ainsi, s'il fait 5 paquets il y aura 27 chocolats et 42 bonbons par paquet.
2. $135 = 2 \times 67 + 1$. S'il fait 2 paquets il restera un chocolat non utilisé.
3. 135 et 210 sont divisibles par 5 (cf question 1). La somme des chiffres de 135 est 9 et celle de 210 est 3, donc 135 et 210 sont divisibles par 3.
Ainsi, 135 et 210 étant divisibles par 3 et 5 qui n'ont pas de diviseur commun, ils sont divisibles par 15.
4. $135 = 15 \times 9$; $210 = 15 \times 14$. S'il fait 15 paquets il va les remplir avec 9 chocolats et 14 bonbons et il n'en restera aucun.

Corrigé exercice 57 :

1. $255 = 18 \times 14 + 3$. Le dividende vaut 255 et le reste vaut 3.
2. Il a pu poser la division euclidienne de 255 par 18 ou la division euclidienne de 255 par 14.

Corrigé exercice 58 :

On souhaite ranger 288 livres sur des étagères contenant 13 livres.

1. Effectuer la division euclidienne de 288 par 13.
2. Une fois que l'on a rempli le maximum d'étagères possible avec ces livres, combien reste-t-il de livres à ranger ?

Corrigé exercice 59 :

1. Si 7 divise a alors $a = 7 \times m$ (m un entier naturel), alors $a^2 = (7m)^2 = 49 \times m^2 = 7 \times 7 \times m^2$. Donc 7 est bien un diviseur de a^2 .
2. Les nombres 1, 49, a et a^2 sont aussi des diviseurs de a^2 .

Corrigé exercice 60 :

1.
 - a. 72 est pair donc il est divisible par 2.
 - b. $7 + 2 = 9$, donc 72 est divisible par 3.
 - c. 72 est divisible par 2 et par 3 qui n'ont pas de diviseur commun donc il est divisible par 6.
2.
 - a. $7 + 2 = 9$ donc 72 est divisible par 9.
 - b. 72 est divisible par 2 et par 9, il est donc divisible par 18.
3. Les diviseurs de 72 sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 18 ; 24 ; 36 ; 72.
4. L'affirmation est fautive : 72 a 12 diviseurs et non pas 5.

Corrigé exercice 61 :

5 et 10 sont deux multiples de 5, et leur somme vaut 15. Or 15 n'est pas divisible par 10, donc l'affirmation est fautive.



**Corrigé exercice 62 :**

On peut choisir par exemple le nombre 14. Ce nombre n'est pas divisible par 4 car $14 = 4 \times 3 + 2$, mais pourtant il est divisible par 2 : $14 = 2 \times 7$.

« Si un nombre est divisible par 4, alors il est divisible par 2 ». Cette proposition est vraie car 4 est un multiple de 2.

Corrigé exercice 63 :

1.

	Divisible par 2	Divisible par 5	Divisible par 9	Divisible par 10
206	oui	non	non	non
21 625	non	oui	non	non
666	oui	non	oui	non
43 290	oui	oui	oui	oui

2.

- 666 et 43 290 sont divisibles par 2 et par 9 ; donc la fraction est au moins simplifiable par 18.
- 37 divise à la fois 666 et 43 290 : $43\ 290 = 37 \times 1\ 170$ et $666 = 37 \times 18$.

$$\text{c. On a } \frac{666}{43\ 290} = \frac{18 \times 37}{18 \times 37 \times 65} = \frac{1}{65}.$$

Corrigé exercice 64 :

On cherche l'ensemble des diviseurs de 2 622 et de 2 530 :

The screenshot shows the GeoGebra interface. Under the 'Algèbre' menu, there is a 'Liste' section with two radio buttons. The first is selected and shows the list of divisors for 2622: $\{1, 2, 3, 6, 19, 23, 38, 46, 57, 69, 114, 138, 437, 874, 1311, 2622\}$. The second radio button shows the list of divisors for 2530: $\{1, 2, 5, 10, 11, 22, 23, 46, 55, 110, 115, 230, 253, 506, 1265, 2530\}$.

Les diviseurs communs donnent les nombres possibles de paquets.

Ainsi il peut faire, 1, 2, 23 ou 46 paquets.

S'il fait 1 paquet, ce paquet contiendra 2 622 œufs et 2 530 poissons.

S'il fait 2 paquets, chacun contiendra 1 311 œufs et 1 265 poissons.

S'il fait 23 paquets, chacun contiendra 114 œufs et 110 poissons.

S'il fait 46 paquets, chacun contiendra 57 œufs et 55 poissons.

Corrigé exercice 65 :

- Les diviseurs de 240 sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 15 ; 16 ; 20 ; 24 ; 30 ; 40 ; 48 ; 60 ; 80 ; 120 et 240.
Les diviseurs de 165 sont 1 ; 3 ; 5 ; 11 ; 15 ; 33 ; 55 et 165.
- Le plus grand diviseur commun est 15.
- $240 = 15 \times 16$ et $165 = 15 \times 11$.
- Il faut choisir des carreaux de 15 centimètres de côté. Il en faudra alors $240 \div 15 = 16$ sur la hauteur et $165 \div 15 = 11$ sur la largeur, soit au total $16 \times 11 = 176$ carreaux.





Corrigé exercice 66 :

La tour Eiffel scintille à : 20h, 21h, 22h, 23h, etc.

Celle de Renée scintille à : 20h, 20h45, 21h30, 22h15, 23h, etc. Les deux tours scintilleront donc à nouveau en même temps à 23h.

En utilisant les diviseurs et multiples, on peut déterminer cet horaire en déterminant le plus petit multiple commun à 45 et 60. Il s'agit de 180. Ainsi, dans 180 minutes, soit 3 heures, les deux tours scintilleront, soit à 23h.





Exercices d'entraînement partie 2

Corrigé exercice 67 :

Les nombres 7 et 29 sont premiers car 15 et 33 sont des multiples de 3 et 20 est un nombre pair.

Corrigé exercice 68 :

1. Faux, 5 est un nombre premier.
2. Faux, par exemple 21 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 3 et 7.
3. Vrai, par exemple 2 et 3 sont des nombres premiers.
4. Vrai, par exemple 21 est un nombre impair qui n'est pas premier.

Corrigé exercice 69 :

La somme des chiffres vaut 10 donc cela peut être 28 ou 37. Or 28 n'est pas un nombre premier. De plus $37 = 3 \times 12 + 1$. Le nombre cherché est donc 37.

Corrigé exercice 70 :

	I	II	III	IV
A	2		2	3
B	3	7		7
C	3		7	
D	3		1	7

Pour la colonne III, on pourrait hésiter entre 71 et 17 mais 17 ne serait pas possible car sinon en C-2 il y aurait 1, or 1 n'est pas un nombre premier.

Corrigé exercice 71 :

$$\frac{21}{45} = \frac{3 \times 7}{3^2 \times 5} = \frac{7}{15}$$

$$\frac{30}{124} = \frac{2 \times 3 \times 5}{2^2 \times 31} = \frac{15}{62}$$

$$\frac{99}{44} = \frac{3^2 \times 11}{2^2 \times 11} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{50}{66} = \frac{2 \times 5^2}{2 \times 3 \times 11} = \frac{25}{33}$$

Corrigé exercice 72 :

1. $1\ 024 = 2^{10}$
2. $728 = 2^3 \times 7 \times 13$

$$3. \frac{728}{1\ 024} = \frac{7 \times 13}{2^7} = \frac{91}{128}$$



**Corrigé exercice 73 :**

- $1\ 767 = 3 \times 19 \times 31$
- $1\ 302 = 2 \times 3 \times 7 \times 31$

$$3. \frac{1\ 302}{1\ 767} = \frac{2 \times 7}{19} = \frac{14}{19}$$

Corrigé exercice 74 :

- 288 et 224 sont pairs tous les deux, donc la fraction est au moins simplifiable par 2.
- $288 = 2^5 \times 3^2$ et $224 = 2^5 \times 7$

$$3. \frac{288}{224} = \frac{9}{7}$$

Corrigé exercice 75 :

$$A = \frac{7}{10} - \frac{2}{35} = \frac{7 \times 7}{10 \times 7} - \frac{2 \times 2}{35 \times 2} = \frac{49}{70} - \frac{4}{70} = \frac{45}{70} = \frac{5 \times 9}{14 \times 5} = \frac{9}{14}$$

$$B = \frac{4}{15} - \frac{1}{6} - \frac{51}{9} = \frac{4 \times 6}{15 \times 6} - \frac{1 \times 15}{6 \times 15} - \frac{51 \times 10}{9 \times 10} = \frac{24}{90} - \frac{15}{90} - \frac{510}{90} = \frac{24 - 15 - 510}{90} = \frac{-167}{90}$$

$$C = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} = \frac{2 \times 20}{3 \times 20} + \frac{3 \times 15}{4 \times 15} + \frac{4 \times 12}{5 \times 12} + \frac{5 \times 10}{6 \times 10}$$

$$= \frac{40 + 45 + 48 + 50}{60} = \frac{183}{60} = \frac{3 \times 61}{20 \times 3} = \frac{61}{20}$$

$$D = \frac{9}{4} - \frac{28}{18} + \frac{7}{12} = \frac{9 \times 9}{4 \times 9} - \frac{28 \times 2}{18 \times 2} + \frac{7 \times 3}{12 \times 3} = \frac{81}{36} - \frac{56}{36} + \frac{21}{36} = \frac{23}{36}$$

Corrigé exercice 76 :

$$1. A = \frac{7}{9} - \frac{5}{6} = \frac{7 \times 2}{9 \times 2} - \frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \frac{14}{18} - \frac{15}{18} = \frac{-1}{18}$$

$$2. B = \frac{13}{7} \times 14 \times \frac{5}{26} = \frac{13 \times 2 \times 7 \times 5}{7 \times 2 \times 13} = 5$$

$$3. C = \frac{\frac{3}{7} \times 2}{\frac{5}{3} - 1} = \frac{6}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3 \times 3}{7 \times 2} = \frac{9}{7}$$

Corrigé exercice 77 :

- $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$
- $504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$

$$3. \frac{360}{504} = \frac{5}{7}$$

$$4. 1\ 001 = 7 \times 143$$





$$5. \frac{360}{504} = \frac{5}{7} = \frac{5 \times 143}{7 \times 143} = \frac{715}{1\,001}$$

Corrigé exercice 78 :

$$1. 756 = 2^2 \times 3^3 \times 7 \text{ et } 441 = 3^2 \times 7^2.$$

$$2. \frac{756}{441} = \frac{2^2 \times 3}{7} = \frac{12}{7}$$

3. 19 est un nombre premier, il n'est donc divisible que par 1 et 19. De plus, 21 n'est pas un multiple de 19, donc la fraction est irréductible.

$$4. D = \frac{12}{7} + \frac{19}{21} = \frac{36 + 19}{21} = \frac{55}{21}$$

Corrigé exercice 79 :

En faisant un tour complet vers la droite, l'engrenage violet de 10 dents fera faire deux tours complets vers la gauche à l'engrenage bleu de 5 dents puisque $10 = 2 \times 5$. Ainsi, l'engrenage vert de 30 dents sera entraîné de 10 crans vers la droite, ce qui correspond à un décalage de 20 minutes vers la

droite (puisque $\frac{10}{30} = \frac{20}{60}$). Ainsi l'horloge affichera quatre heures.





Exercices bilan

Corrigé exercice 80 :

1.

$$\text{a. } F = \frac{9+9}{9-6} = \frac{18}{3} = 6$$

$$\text{b. } F = \frac{25+9}{25-6} = \frac{34}{19}$$

$$\text{c. } F = \frac{46+9}{46-6} = \frac{55}{40} = \frac{11}{8}$$

$$2. \quad 1 + \frac{15}{n-6} = \frac{n-6}{n-6} + \frac{15}{n-6} = \frac{n+9}{n-6} = F$$

3. F est un entier si 15 est divisible par $(n-6)$, ainsi $n-6$ doit être égal à 1 ; 3 ; 5 ou 15. Les valeurs possibles sont donc $n = 7$ (dans ce cas $F = 16$), $n = 9$ (dans ce cas $F = 6$), $n = 11$ (dans ce cas $F = 4$) ou $n = 21$ (et dans ce cas $F = 2$).

Corrigé exercice 81 :

► Algèbre

▣ Liste

liste5 = {1, 7, 11, 17, 77, 119, 187, 1309}

liste6 = {1, 7, 11, 13, 77, 91, 143, 1001}

1.

2. Les diviseurs communs sont 1 ; 7 ; 11 et 77.

3. La distance entre deux arbres doit être un diviseur commun à 1 309 et 1 001, c'est donc 7 car c'est le seul qui soit compris entre 3 et 8.

Il y aura 187 fois cette distance sur la longueur ($1\ 309 = 187 \times 7$), soit 188 arbres ; et 143 fois sur la largeur ($1\ 001 = 143 \times 7$), soit 144 arbres. En tout, il y aura donc $188 \times 144 = 27\ 072$ pins sylvestres sur cette parcelle.

Corrigé exercice 82 :

$$1. \quad A = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

$$2. \quad B = \frac{1}{2} \times \frac{-1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{-1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$3. \quad C = \frac{1}{2} \times \left(\frac{-1}{3} + \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{-1}{12} = \frac{-1}{24}$$

$$D = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{6} \times \frac{4}{1} = \frac{2}{3}$$

4.

$$5. \quad A + B + C + D = \frac{9}{8} \underset{\text{et } 8}{\frac{9}{8}} \times 1\ 000 = 1\ 125 = 15 \times 75$$



**Corrigé exercice 83 :**

$$A = \frac{222}{667} + \frac{2}{3} = \frac{222 \times 3}{667 \times 3} + \frac{2 \times 667}{3 \times 667} = \frac{2\,000}{2\,001}$$

$$B = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{10}{9} = \frac{2}{5} + \frac{3 \times 5 \times 2}{5 \times 3 \times 3} = \frac{2}{5} + \frac{10}{15} = \frac{16}{15}$$

$$C = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} - \frac{1}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} - \frac{1}{5} = \frac{8}{9} - \frac{1}{5} = \frac{40}{45} - \frac{9}{45} = \frac{31}{45}$$

$$D = \frac{5}{4 \times 5 \times 10} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{40}$$

$$E = \frac{510 - 27}{483} = \frac{483}{483} = 1$$

$$F = \frac{4}{3} - 3 \times \frac{14}{12} = \frac{4}{3} - \frac{3 \times 2 \times 7}{3 \times 2 \times 2} = \frac{4}{3} - \frac{21}{6} = \frac{8 - 21}{6} = \frac{-13}{6}$$

Corrigé exercice 84 :

$$A = -16 + 100 + 9 = 84 + 9 = 93 = 3 \times 31$$

Corrigé exercice 85 :

Les roues ont respectivement 6, 9, 18, 15 et 30 dents. Le plus petit multiple commun de ces nombres est 90, donc il faut faire tourner l'ensemble de 90 dents, ce qui représente $90 \div 6 = 15$ tours de la première roue, à 6 dents.

Corrigé exercice 86 :

- La valeur de x est 0 ou 5 puisque N est divisible par 5. De plus N est divisible par 3, la somme des chiffres est un multiple de 3 donc $x = 5$. D'où $N = 1\,155$.
La valeur de y est 8 pour que la somme des chiffres soit un multiple de 9, d'où $M = 1\,485$.

$$2. \text{ On en déduit que } \frac{N}{M} = \frac{1\,155}{1\,485} = \frac{5 \times 3 \times 7 \times 11}{5 \times 3^3 \times 11} = \frac{7}{9}.$$

Corrigé exercice 87 :

On peut faire un tableau pour les deux premières questions :

1 euro	19,51	182,94	372,50	29,73
6,559 57 francs	128	1200	2 443,44	195,02

3.

$$a. \quad y = (128 + \frac{1}{2} \times 128) \div 10 = 19,20 \quad \text{et}$$

$$y = (1\,200 + \frac{1}{2} \times 1\,200) \div 10 = 180$$

$$b. \quad y = \frac{3}{2} \times x \times \frac{1}{10} = \frac{3 \times x}{20}$$

4.





a. $20 \times y = 3 \times x$ d'où $x = \frac{20 \times y}{3}$.

b. $x = \frac{20 \times 372,5}{3} \approx 2\,483,33$ et $x = \frac{20 \times 29,73}{3} \approx 198,20$.

Corrigé exercice 88 :

Le nombre est de la forme $baba$ avec $a + b$ un nombre premier. Comme a et b sont des carrés parfaits cela peut être : 1 ; 4 ou 9. Les sommes suivantes donnent un nombre premier : $1 + 4 = 5$ et $4 + 9 = 13$.

Mais avec 1 et 4 on forme 14 ou 41 qui ne sont pas des carrés, donc il reste 49 et 94, seul 49 est un carré, le nombre est donc 4 949.

Corrigé exercice 89 :

Puisqu'il lui reste 3 roses et 2 tulipes, le fleuriste a utilisé 280 roses et 395 tulipes. Les diviseurs communs à ces deux nombres sont 1 et 5. Il a donc décoré 5 chars et a placé sur chacun d'entre eux 56 roses ($280 \div 5 = 56$) et 79 tulipes ($395 \div 5 = 79$).





Préparer le brevet

Corrigé exercice 90 :

n	2	3	4	5	6	7	8	9
$2^n - 1$	3	7	15	31	63	127	255	511

L'affirmation est fausse car, par exemple, 15 n'est pas premier.

Corrigé exercice 91 :

- $\frac{46}{145} = \frac{2 \times 23}{5 \times 29}$, or 2 ; 23 ; 5 et 29 sont des nombres premiers donc la fraction est irréductible.
- $140 = 2^2 \times 5 \times 7$ et $870 = 2 \times 3 \times 5 \times 29$.
 - La proportion de souris malades dans le laboratoire B est donc

$$\frac{140}{870} = \frac{2^2 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 29} = \frac{2 \times 7}{3 \times 29} = \frac{14}{87}.$$

Corrigé exercice 92 :

- 108 et 225 sont divisibles par 3, donc elle peut utiliser des carreaux de 3 cm de côté. 225 n'est pas pair donc pas divisible par 6, elle ne peut donc pas utiliser des carreaux de 6 cm.
- On a $108 = 2^2 \times 3^3$, et $225 = 3^2 \times 5^2$. On en déduit que leur plus grand diviseur commun est 9, donc au maximum les carreaux feront 9 cm. En utilisant des carreaux de 9 cm, on obtient 25 carreaux dans la longueur et 12 dans la largeur, soit au total, $25 \times 12 = 300$ carreaux.

Corrigé exercice 93 :

- 850 et 714 sont pairs donc ils sont divisibles par 2.
- $850 = 2 \times 5^2 \times 17$ et $714 = 2 \times 3 \times 7 \times 17$.

$$3. \quad \frac{850}{714} = \frac{2 \times 5^2 \times 17}{2 \times 3 \times 7 \times 17} = \frac{25}{21}$$

Corrigé exercice 94 :

- Le plus grand diviseur commun aux deux nombres est 21, il pourra donc faire 21 paquets identiques pour 21 camarades au maximum.
- Dans ce cas, il y aura 4 sucettes et 7 bonbons dans chaque paquet.





Travailler autrement

Partie 1

1. Les six premiers nombres premiers sont 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13.
2. On remarque que les représentations chromatiques de ces nombres ne comportent qu'une seule couleur.
3. Tous les nombres dont la représentation contient du vert sont des multiples de 3.
4. Les nombres dont la représentation contient du bleu et du vert sont divisibles par 2 et par 3 (donc par 6).
5. $42 = 2 \times 3 \times 7$. Il va donc y avoir un secteur bleu, un vert et un jaune.

Partie 2

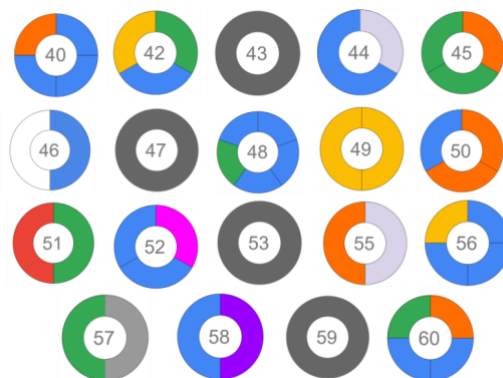
1. Les nombres dont la représentation contient du bleu sont divisibles par 2, et ceux dont la représentation contient du orange sont divisibles par 5.
2. Les nombres dont la représentation ne contient que du bleu sont 2, 4, 8, 16, 32, etc. Ce sont des puissances de 2. Dans ce cas, le nombre de secteurs correspond à l'exposant. Par exemple, $4 = 2^2$ est représenté par deux secteurs bleus.
3. $64 = 2^6$, il est représenté par 6 secteurs bleus. $512 = 2^9$, il est représenté par 9 secteurs bleus.
4. De même, $125 = 5^3$, sa représentation est donc composée de 3 secteurs orange.

Partie 3

1. $6 = 2 \times 3$; $9 = 3^2$ et $54 = 2 \times 3^3$.
2. Le 6 a un secteur bleu et un secteur vert et le 9 a deux secteurs verts. On remarque que le 54 a trois secteurs verts et un secteur bleu.
3. On ajoute les différents secteurs couleur par couleur. Par exemple le 6 est composé d'un vert et d'un bleu et le 9 de deux verts, donc le produit des deux nombres sera représenté par trois secteurs verts et un secteur bleu.
4. $51 = 3 \times 17$ donc sa représentation est composée d'un secteur vert et d'un secteur rouge.
5. $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ donc il y aura deux secteurs bleus, un vert et un orange.

Mise en commun

1. Les nombres premiers sont représentés par une couronne complète d'une seule couleur.
2. Les nombres ayant plusieurs secteurs de la même couleur sont les nombres de la forme a^n , avec a étant un nombre premier. Dans ce cas, la couronne est de la couleur de a et il y a n secteurs.
- 3.



Les nombres premiers 43, 47, 53 et 59 sont ici représentés en gris mais ils peuvent être de n'importe quelle couleur tant qu'elles sont différentes les unes des autres.

4. Le 72 comporte trois bleus et deux verts : $72 = 2^3 \times 3^2$.
Le 224 comporte cinq bleus et un jaune : $224 = 2^5 \times 7$.
Le 2 310 comporte un bleu, un vert, un violet, un jaune et un orange :
 $2310 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$.