

COLLECTION
DIMENSIONS

Maths

MANUEL DE CYCLE

Livre du professeur

CYCLE
4

Sous la direction de

Rui DOS SANTOS

Avec la collaboration de
Olivier LASSALLE

Auteurs

Anne-Laure ARTIGALAS

Christophe BÉASSE

Françoise BRAUN

Anne DEVYS

Stéphanie FAVERO

Marie-Dominique GRISONI

Marie-Christine LEVI

Sabine MARDUEL

Charles PHILIPPE

Catherine REYNIER

Pascale ROUZÉ

Hélène TRÉVISAN

Les auteurs et les éditions Hatier remercient chaleureusement **Vanessa Hatton**
et **Gilda Royoux**.



SOMMAIRE

Nos objectifs	IV
Progressions	VI
Présentation du manuel interactif	X

NOMBRES ET CALCULS

UNITÉ A : Différentes écritures d'un nombre p. 1

Chapitre 1 Utiliser les nombres décimaux	3
Chapitre 2 Utiliser les nombres en écriture fractionnaire	9
Chapitre 3 Utiliser les nombres relatifs, se repérer dans le plan	17
Chapitre 4 Utiliser les puissances d'un nombre et la notation scientifique	23

UNITÉ B : Opérations p. 31

Chapitre 5 Additionner et soustraire	33
Chapitre 6 Multiplier et diviser	41
Chapitre 7 Enchaîner des opérations	51

UNITÉ C : Arithmétique p. 59

Chapitre 8 Utiliser la divisibilité et les nombres premiers	61
--	----

UNITÉ D : Calcul littéral p. 69

Chapitre 9 Déterminer plusieurs écritures d'une même expression	71
Chapitre 10 Résoudre des équations et des inéquations	81

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS

UNITÉ E : Statistiques p. 91

Chapitre 11 Recueillir, organiser et représenter des données	93
Chapitre 12 Traiter et interpréter des données	101

© Hatier, Paris, 2016 - ISBN : 978-2-401-02150-1

Sous réserve des exceptions légales, toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle, faite, par quelque procédé que ce soit, sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit, est illicite et constitue une contrefaçon sanctionnée par le Code de la Propriété Intellectuelle. Le CFC est le seul habilité à délivrer des autorisations de reproduction par reprographie, sous réserve en cas d'utilisation aux fins de vente, de location, de publicité ou de promotion de l'accord de l'auteur ou des ayants droit.

UNITÉ F : Probabilités	p. 109
Chapitre 13 Comprendre des notions élémentaires de probabilités	111
Chapitre 14 Utiliser des notions élémentaires de probabilités	117
UNITÉ G : Proportionnalité	p. 127
Chapitre 15 Reconnaître et utiliser la proportionnalité	129
Chapitre 16 Résoudre des problèmes de pourcentage et d'échelle	135
UNITÉ H : Fonctions	p. 141
Chapitre 17 Comprendre et utiliser la notion de fonction	143
Chapitre 18 Modéliser avec des fonctions linéaires et affines	149

GRANDEURS ET MESURES

UNITÉ I : Grandeurs mesurables	p. 159
Chapitre 19 Manipuler des grandeurs simples	161
Chapitre 20 Manipuler des grandeurs composées	167
UNITÉ J : Cas particuliers des grandeurs géométriques	p. 175
Chapitre 21 Mesurer, comparer, calculer des longueurs, des aires, des angles	177
Chapitre 22 Mesurer, comparer, calculer des volumes	183

ESPACE ET GÉOMÉTRIE

UNITÉ K : Objets du plan et de l'espace	p. 193
Chapitre 23 Construire et étudier des figures planes	195
Chapitre 24 Comprendre l'effet d'une transformation sur une figure plane	209
Chapitre 25 Représenter des solides et se repérer dans l'espace	221
UNITÉ L : Calcul de longueurs en géométrie	p. 235
Chapitre 26 Calculer une longueur avec l'égalité de Pythagore	237
Chapitre 27 Calculer une longueur avec le théorème de Thalès	245
Chapitre 28 Calculer une longueur, un angle avec la trigonométrie	253
UNITÉ M : Raisonnement et démonstration en géométrie	p. 263
Chapitre 29 Démontrer que deux droites sont perpendiculaires	265
Chapitre 30 Démontrer que deux droites sont parallèles	275

Nos objectifs pour les élèves

Des élèves actifs

- Chaque chapitre est introduit par une rubrique « **Quel est le problème ?** », une situation concrète pour susciter la curiosité des élèves, **faire émerger la nécessité de nouvelles connaissances mathématiques** et **engager le débat** au sein de la classe.
- Les **activités de découverte** mettent l'élève en action : manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, etc.
- Les **problèmes à prise d'initiative** peuvent donner lieu à des travaux en **petits groupes**, propices aux échanges et à la **démarche de projets**.

Donner du sens aux mathématiques

- Ouvertures de chapitres, activités et problèmes à prise d'initiative proposent des mises en situation issues de la **vie quotidienne** des collégiens.
- Des exercices spécifiques, « **Mathématiques et ...** », tissent des liens avec les autres disciplines.
- « **À quoi ça sert ?** » : cette interpellation introduit chaque thématique en début d'unité et déploie, sous forme de **carte mentale**, les objectifs poursuivis. Ils trouvent écho et sens en fin d'unité dans les pages « **J'utilise tout ce que je sais** ».

Donner confiance

- Pour prendre un bon départ, au début de chaque unité, le rappel des **pré-requis** (« **Je revois** ») est lancé sous la forme ludique d'un Vrai/Faux à points ; l'élève établit son propre **diagnostic** et est guidé vers les exercices correspondants à son score.
- Les pages « **J'applique** » en **miroir du cours** facilitent l'acquisition et l'apprentissage des nouvelles procédures.
- Les problèmes résolus s'attachent à présenter plusieurs démarches – des « **solutions d'élèves** » – montrant ainsi à l'élève qu'il n'y a pas qu'une seule résolution possible.
- Les **mascottes** du manuel accompagnent, interpellent et soulignent les points d'attention.
- Des rendez-vous récurrents (« **QCM Je m'évalue** » et « **Je prépare le contrôle** ») permettent de **vérifier et valider** connaissances et compétences attendues.

Nos objectifs pour les enseignants

Exercer pleinement sa liberté pédagogique

- Un manuel de cycle pour un programme de cycle : la mise en œuvre peut ainsi être **adaptée au sein de chaque établissement** par les équipes pédagogiques et évoluer au fil des années suivant les expériences et les classes.
- De très nombreux **contenus supplémentaires** accompagnent le manuel papier ; ils sont **modifiables, imprimables, vidéo-projetables** (activités, exercices, etc.).

Des outils pour aborder les nouveautés du programme

- La programmation est introduite progressivement : une boîte à outils en introduction du manuel et des exercices dédiés dans chaque chapitre, mis en œuvre dans le **logiciel Scratch®**. Des fiches d'accompagnement pour le professeur explicitent compétences et objectifs ; des vidéos montrent la réalisation finale de l'activité.
- Les **Questions flash** et leur version **diaporama** mettent en œuvre les procédures de mémorisation, d'entraînement et d'automatisation des objets mathématiques à travailler avec les élèves.
- La **pluralité des démarches** (compétences, prise d'initiative, débats collectifs, démarche de projet, EPI, AP) s'incarne dans les différentes rubriques proposées et privilégie l'interaction au sein de la classe.

Travailler la différenciation

- Les **chapitres multiniveaux** permettent de réactiver ou réinvestir d'une année sur l'autre les notions attendues en fin de cycle.
- Les activités sont proposées en version **modifiable** et peuvent ainsi être adaptées aux différentes classes ou groupes d'élèves.
- Des exercices supplémentaires modifiables permettent de mettre en œuvre **l'accompagnement personnalisé** pour tous les élèves.
- Les **défis** encouragent les élèves à faire des mathématiques autrement et à chercher, éventuellement **collectivement**.
- **Plusieurs démarches** sont présentées dans les **problèmes résolus**, permettant à tous les élèves de s'inscrire dans une stratégie de résolution adaptée à leurs compétences.

Notre proposition de progression

Chapitre

5^e



1. Utiliser les nombres décimaux	Écritures et ordre
2. Utiliser les nombres en écriture fractionnaire	Écritures, fractions égales, comparer
3. Utiliser les nombres relatifs, se repérer dans le plan	Repérer et comparer
4. Utiliser les puissances d'un nombre et la notation scientifique	
5. Additionner et soustraire	Avec les relatifs, notion d'opposé
6. Multiplier et diviser	Multiplier des fractions
7. Enchaîner des opérations	Priorités opératoires, calculs rapides
8. Utiliser la divisibilité et les nombres premiers	Nombres entiers, division euclidienne, multiples et diviseurs
9. Déterminer plusieurs écritures d'une même expression	Expression littérale
10. Résoudre des équations, des inéquations	
11. Recueillir, organiser et représenter des données	Recueillir et organiser des données
12. Traiter et interpréter des données	
13. Comprendre des notions élémentaires de probabilités	Vocabulaire (expérience aléatoire)
14. Utiliser des notions élémentaires de probabilités	
15. Reconnaître et utiliser la proportionnalité	Situation de proportionnalité, quatrième proportionnelle
16. Résoudre des problèmes de pourcentage et d'échelle	Pourcentage, échelle
17. Comprendre et utiliser la notion de fonction	Dépendance entre deux grandeurs
18. Modéliser avec des fonctions linéaires et affines	
19. Manipuler des grandeurs simples	Grandeurs et mesures, conversions
20. Manipuler des grandeurs composées	
21. Mesurer, comparer, calculer des longueurs, des aires, des angles	Aire et périmètre (triangle, cercle, etc.)
22. Mesurer, comparer, calculer des volumes	Prisme droit, cylindre
23. Construire et étudier des figures planes	Triangles (inégalité triangulaire, droites remarquables du triangle, quadrilatères particuliers)
24. Comprendre l'effet d'une transformation sur une figure plane	Symétries axiale et centrale, translation
25. Représenter des solides et se repérer dans l'espace	Perspective cavalière, patrons de solides
26. Calculer une longueur avec l'égalité de Pythagore	
27. Calculer une longueur avec le théorème de Thalès	
28. Calculer une longueur, un angle avec la trigonométrie	
29. Démontrer que deux droites sont perpendiculaires	
30. Démontrer que deux droites sont parallèles	Angles et parallélisme, angles alternes-internes

Voici une proposition de progression sur les trois années du cycle. Comme l'indique le programme, cette progression est laissée à la liberté de l'équipe pédagogique.

4^e



3^e



		Fractions irréductibles
Puissances, calculs, notation scientifique, préfixes		
Avec des fractions		
Multiplier des relatifs, diviser des fractions et des relatifs, notion d'inverse		
		Nombres premiers
Développer, factoriser, réduire		Prouver un résultat général, valider ou réfuter une conjecture
Équations		Inéquations
Représenter graphiquement des données		
Moyenne		Médiane, étendue
Notion de probabilité		
Évènements contraires, incompatibles, probabilité d'une issue		Probabilité d'un évènement
Utiliser l'égalité des produits en croix		
Augmentation, diminution en pourcentage		
Notion de fonction		
		Fonctions linéaires, fonctions affines
Grandeurs produits, grandeurs quotients		Conversions de grandeurs composées
		Aire (sphère), effet des transformations du plan sur les longueurs, aires, angles
Pyramide, cône		Boule (volume), effet d'un agrandissement / d'une réduction sur les volumes
		Triangles égaux, triangles semblables
Rotation		Homothétie
Sections de solides, repérage dans un pavé droit		Repérage sur une sphère
Égalité de Pythagore, calcul de la longueur d'un côté d'un triangle rectangle, racine carrée d'un nombre		
		Proportionnalité et théorème de Thalès, calcul de longueurs
		Sinus, cosinus, tangente, calculs d'angles et de longueurs
Triangle rectangle et cercle circonscrit		Réciproque du théorème de Pythagore
		Réciproque du théorème de Thalès

Construisez votre propre progression

Chapitre

5^e

1. Utiliser les nombres décimaux	
2. Utiliser les nombres en écriture fractionnaire	
3. Utiliser les nombres relatifs, se repérer dans le plan	
4. Utiliser les puissances [...] et la notation scientifique	
5. Additionner et soustraire	
6 Multiplier et diviser	
7. Enchaîner des opérations	
8. Utiliser la divisibilité et les nombres premiers	
9. Déterminer plusieurs écritures d'une même expression	
10. Résoudre des équations, des inéquations	
11. Recueillir, organiser et représenter des données	
12. Traiter et interpréter des données	
13. Comprendre des notions élémentaires de probabilités	
14. Utiliser des notions élémentaires de probabilités	
15. Reconnaître et utiliser la proportionnalité	
16. Résoudre des problèmes de pourcentage et d'échelle	
17. Comprendre et utiliser la notion de fonction	
18. Modéliser avec des fonctions linéaires et affines	
19. Manipuler des grandeurs simples	
20. Manipuler des grandeurs composées	
21. Mesurer, comparer, calculer des longueurs, des aires, [...]	
22. Mesurer, comparer, calculer des volumes	
23. Construire et étudier des figures planes	
24. Comprendre l'effet d'une transformation [...]	
25. Représenter des solides et se repérer dans l'espace	
26. Calculer une longueur avec l'égalité de Pythagore	
27. Calculer une longueur avec le théorème de Thalès	
28. Calculer une longueur, un angle avec la trigonométrie	
29. Démontrer que deux droites sont perpendiculaires	
30. Démontrer que deux droites sont parallèles	

Présentation du manuel interactif

Dimensions Cycle 4 est un manuel qui accompagne l'enseignant et ses élèves dans l'application des nouveaux programmes scolaires. Cet état d'esprit se traduit dans la construction de l'ouvrage et l'organisation de ses contenus. Afin de compléter cette offre, de nouvelles ressources sont proposées au sein du manuel interactif enrichi.

Le manuel interactif enrichi pour l'élève

Solutions sur
hatier-clic.fr/mC4039

► Dans les pages « **Je revois** » (au début de chaque unité), « **J'applique** », « **Je m'évalue** » et « **Je prépare le contrôle** », l'élève peut accéder en un clic aux **corrigés des exercices**. Il peut les consulter en ligne et/ou les télécharger.

En début de manuel (p. 4), un lien permet d'accéder à l'ensemble des corrigés des exercices à destination de l'élève.



Quiz interactif

► Dans les pages « **Je m'évalue** », les QCM sont proposés sous forme de **quiz interactifs** qui permettent à l'élève de faire le point sur l'acquisition des connaissances attendues à la fin du chapitre.



► Dans les projets « **Algorithmique et programmation avec Scratch** », une vidéo présente le résultat attendu pour aider l'élève dans la compréhension et la résolution du projet.



► Pour certains exercices, un **fichier logiciel à compléter** (tableur ou géométrie dynamique) est disponible. Dans certains cas, l'élève accède au **document du manuel à imprimer** (figure, carte) afin de le compléter directement.

Le manuel interactif enrichi pour l'enseignant

Toutes les ressources du manuel interactif de l'élève, mais aussi :



Activités de découverte
modifiables

► Dans les pages « **J'apprends** », les **activités de découvertes** du chapitre sont disponibles **en version modifiable**.

Vous pouvez ainsi adapter nos propositions d'activité à vos classes et à votre goût !

La liste de toutes les activités est proposée p. XI à XIV.



Diaporama

► Pour chaque rubrique « **Questions flash** », un **diaporama** permet de projeter les questions en classe.

Ces questions flash permettent de renforcer la mémorisation de connaissances et l'automatisation des procédures.



Exercices en +
modifiables

► Dans les pages « **Je m'entraîne** » et « **Je résous** », des **exercices supplémentaires** sont disponibles en version modifiable.



► Pour **tous les exercices Tice**, un **fichier logiciel corrigé** est proposé.



Ressources professeur

► Pour chaque exercice Scratch®, une fiche professeur et le fichier logiciel corrigé sont téléchargeables.

Activités fournies dans la version interactive du manuel



NOMBRES ET CALCULS

Chapitre 1 Utiliser les nombres décimaux

► Relier fractions décimales et nombres décimaux

- 1 Intérêt des fractions décimales
- 2 Des fractions décimales aux nombres décimaux
- 3 Nombre de... et chiffre des...

► Comparer, ranger, encadrer des nombres décimaux

- 4 Différentes méthodes pour comparer et encadrer des nombres décimaux

Chapitre 2 Utiliser les nombres en écriture fractionnaire

► Découvrir les nombres en écriture fractionnaire

- 1 La fraction-nombre
- 2 Écriture décimale d'une fraction

► Découvrir les fractions égales

- 3 Prendre une fonction d'un nombre
- 4 Fractions égales
- 5 Égalités des produits en croix **TICE**
- 6 Une application : diviser par un décimal

► Comparer, ranger des fractions

- 7 Comparaison de fractions

Chapitre 3 Utiliser les nombres relatifs, se repérer dans le plan

► Découvrir les nombres relatifs

- 1 La machine à calculer
- 2 Le thermomètre
- 3 Droite graduée

► Comparer des nombres relatifs

- 4 Des personnages historiques

► Se repérer dans le plan

- 5 La bataille navale

Chapitre 4 Utiliser les puissances d'un nombre et la notation scientifique

► Découvrir les puissances d'un nombre

- 1 Une succession de figures
- 2 Exposant 0, exposant négatif

► Calculer avec les puissances

- 3 Priorités d'opérations
- 4 La prolifération des bactéries

► Utiliser la notation scientifique

- 5 Notation scientifique

Chapitre 5 Additionner et soustraire

► Additionner et soustraire des nombres relatifs

- 1 Somme de nombres relatifs
- 2 Opposé d'un nombre relatif
- 3 Différence de nombres relatifs
- 4 Distance sur une droite graduée

► Additionner et soustraire des fractions

- 5 Somme et différence de deux fractions de même dénominateur
- 6 Somme et différence de deux fractions de dénominateurs différents

Chapitre 6 Multiplier et diviser

► Multiplier des fractions

- 1 Produit de fractions

► Multiplier des nombres relatifs

- 2 Produit de nombres relatifs
- 3 Multiplication par -1

► Diviser des nombres relatifs

- 4 Quotient de deux nombres relatifs

► Diviser des fractions

- 5 Division par une fraction

Chapitre 7 Enchaîner des opérations

► Découvrir les priorités opératoires

- 1 Variations de température
- 2 Jeu de dés
- 3 Avec des parenthèses

► Découvrir la distributivité

- 4 Deux calculs pour une question

Chapitre 8 Utiliser la divisibilité et les nombres premiers

► Utiliser les multiples et diviseurs

- 1 La course à 20
- 2 Les escaliers

► Découvrir les nombres premiers

- 3 Avec des billes
- 4 Arithmétique et géométrie
- 5 Le jeu de Juniper Green

Chapitre 9 Déterminer plusieurs écritures d'une même expression

► Découvrir les expressions littérales

- 1 Écritures littérales
- 2 Simplifications d'écriture
- 3 Expressions littérales égales

► Développer ou factoriser une expression littérale

- 4 Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition
- 5 Développer ou factoriser ?

► Réduire une expression littérale

- 6 Réduction
- 7 Suppression de parenthèses

► Utiliser la double distributivité

- 8 Développement de $(a + b)(c + d)$
- 9 Application : les identités remarquables

► Valider ou réfuter une conjecture avec le calcul littéral

- 10 Savoir raisonner

Chapitre 10 Résoudre des équations et des inéquations

► Découvrir les équations

- 1 Programmes de calculs
- 2 Du calcul à l'équation

► Résoudre des équations

- 3 Équations et tableur
- 4 Équations et règles de calcul

► Découvrir les inéquations

- 5 Le plus intéressant
- 6 Périmètres et inéquation **TICE**

► Résoudre des inéquations

- 7 Inéquations et règles de calcul

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS

Chapitre 11 Recueillir, organiser et représenter des données

► Organiser des données

- 1 Températures à Montréal

► Découvrir les fréquences

- 2 Message codé
- 3 Comparer des données

► Représenter des données

- 4 Les différents types de diagrammes

Chapitre 12 Traiter et interpréter des données

► Découvrir la moyenne d'une série statistique

- 1 Relevés de températures
- 2 Comparer deux séries statistiques

► Découvrir médiane et étendue d'une série statistique

- 3 Comparer deux séries statistiques

Chapitre 13 Comprendre des notions élémentaires de probabilités

► Découvrir la notion de hasard

- 1 Prévisible ou pas ?

► Découvrir le vocabulaire des probabilités

- 2 Pastels et coloriage

► Découvrir la notion de probabilité

- 3 Tirage au hasard

Chapitre 14 Utiliser des notions élémentaires de probabilités

► Des fréquences aux probabilités

- 1 Lancer de punaises

► Calculer des probabilités

- 2 Le manège
- 3 Le jeu du franc-carreau
- 4 Prévisions météorologiques

Chapitre 15 Reconnaître et utiliser la proportionnalité

► Mobiliser la notion de proportionnalité

- 1 Qui habite le plus loin ?

► Représenter graphiquement la proportionnalité

- 2 Des tableaux aux graphiques **TICE**

► Calculer une quatrième proportionnelle

- 3 L'égalité des produits en croix

Chapitre 16 Résoudre des problèmes de pourcentage et d'échelle

► Appliquer et calculer des pourcentages

1 Fabrication de smartphones

► Calculer et appliquer des échelles

2 Reproduction d'un tableau

► Augmentation, réduction et pourcentages

3 Quel est le nouveau prix ?

Chapitre 17 Comprendre et utiliser la notion de fonction

► Étudier la dépendance entre deux grandeurs

1 Réussite au bac

2 Tarifs postaux

► Découvrir la notion de fonction

3 Processus de transformation

Chapitre 18 Modéliser avec des fonctions linéaires et affines

► Découvrir les fonctions linéaires et affines

1 Jeu vidéo et modélisation

► Découvrir une propriété des fonctions affines et de leur représentation

2 Fonction affine et accroissements

3 Déterminer graphiquement l'expression algébrique d'une fonction affine

GRANDEURS ET MESURES

Chapitre 19 Manipuler des grandeurs simples

► Manipuler grandeurs et mesures

1 Des unités de mesures de grandeurs

2 Mesures et périmètres

► Convertir des unités de grandeurs

3 Méthode de conversion

4 Convertir pour comparer

Chapitre 20 Manipuler des grandeurs composées

► Différencier des grandeurs simples et des grandeurs composées

1 Grandeurs dans un rectangle

2 Grandeurs et électricité

► Convertir des unités de grandeurs composées

3 Grandeur composée et conversion d'unités

Chapitre 21 Mesurer, comparer, calculer des longueurs, des aires, des angles

► Calcul des aires de figures planes

1 Aire du triangle

2 Découvrir la relation entre le périmètre d'un cercle et son rayon

► Découvrir l'effet d'une transformation sur une figure

3 Effet des isométries sur les longueurs, les angles et les aires

4 Effet d'une homothétie sur les longueurs, les angles et les aires

Chapitre 22 Mesurer, comparer, calculer des volumes

► Découvrir des formules de volumes

1 Volume de la pyramide

2 Volume de la boule : méthode d'Archimède

► Découvrir l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les volumes

3 Réduction d'un cône

ESPACE ET GÉOMÉTRIE

Chapitre 23 Construire et étudier des figures planes

► Découvrir les propriétés d'un triangle

1 Inégalité triangulaire

2 Somme des angles d'un triangle **TICE**

► Découvrir les propriétés des droites remarquables dans un triangle

3 Médiatrices d'un triangle

4 Hauteurs d'un triangle

► Découvrir des égalités de triangles

5 Triangles égaux et semblables

► Découvrir les propriétés des parallélogrammes

6 Le parallélogramme **TICE**

7 Des parallélogrammes particuliers **TICE**

Chapitre 24 Comprendre l'effet d'une transformation sur une figure plane

- Découvrir de nouvelles transformations
 - 1 Une goutte, des frises
- Découvrir l'effet de symétries sur une figure plane
 - 2 Succession de deux symétries axiales
 - 3 Symétrie centrale **TICE**
- Découvrir l'effet d'une translation
 - 4 Le télécabine
- Découvrir l'effet d'une rotation
 - 5 Rotations en tous sens **TICE**
- Découvrir l'effet d'une homothétie
 - 6 Homothéties : plus petit ou plus grand ? **TICE**

Chapitre 25 Représenter des solides et se repérer dans l'espace

- Voir dans l'espace
 - 1 Des solides connus
 - 2 Décrire des solides
- Représenter et construire des solides
 - 3 Les différentes vues d'un solide
 - 4 Représenter un solide en perspective cavalière
- Construire des solides à partir d'un patron
 - 5 Boîtes à construire
- Étudier les sections d'un solide par un plan
 - 6 Des sections de solides
- Se repérer dans l'espace
 - 7 Repérage dans un pavé droit
 - 8 Repérage sur la Terre
- Utiliser les courbes de niveau
 - 9 Des lignes imaginaires

Chapitre 26 Calculer une longueur avec l'égalité de Pythagore

- Découvrir l'égalité de Pythagore
 - 1 Puzzle avec des carrés **TICE**
 - 2 Avec un logiciel de géométrie dynamique **TICE**

- Tester l'égalité de Pythagore dans différents triangles

3 Conjecturer avec un tableur

Chapitre 27 Calculer une longueur avec le théorème de Thalès

- Découvrir le théorème de Thalès
 - 1 Avec un logiciel de géométrie dynamique **TICE**
 - 2 Avec un tableur
- Démontrer le théorème de Thalès
 - 3 Une preuve du théorème de Thalès

Chapitre 28 Calculer une longueur, un angle avec la trigonométrie

- Découvrir le sinus, le cosinus et la tangente
 - 1 Égalités dans un triangle rectangle
- Découvrir les propriétés du cosinus, du sinus et de la tangente
 - 2 Lien avec les fonctions

Chapitre 29 Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

- Démontrer qu'un triangle est rectangle (cercle circonscrit)
 - 1 Le robot
 - 2 Thalès, le cercle et le triangle rectangle
- Découvrir la réciproque du théorème de Pythagore
 - 3 Conjecture
 - 4 Démonstration de la réciproque du théorème de Pythagore

Chapitre 30 Démontrer que deux droites sont parallèles

- Découvrir les propriétés des angles avec des droites parallèles
 - 1 Propriétés d'angles particuliers **TICE**
 - 2 Propriété réciproque **TICE**
- Découvrir la réciproque du théorème de Thalès
 - 3 Rapports égaux

Activités également disponibles sur :
www.editions-hatier.fr

CORRIGÉ DES CHAPITRES

UNITÉ A Différentes écritures d'un nombre

Progression dans l'unité

Chapitre	5 ^e	4 ^e	3 ^e
1. Utiliser les nombres décimaux	Écriture des nombres décimaux Ordre sur les décimaux		
2. Utiliser les nombres en écriture fractionnaire	Nombres en écriture fractionnaire Fractions égales Comparer des fractions		Fractions irréductibles (voir chapitre 8) (1)
3. Utiliser les nombres relatifs, se repérer dans le plan	Nombres relatifs et repérage sur une droite graduée Comparer des nombres relatifs Repérage dans le plan		
4. Utiliser les puissances d'un nombre et la notation scientifique		Les puissances d'un nombre Calculer avec les puissances (2) Notation scientifique et préfixes multiplicatifs	

(1) La notion de nombre premier, et la décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers, permet de trouver une méthode systématique de recherche de la forme irréductible d'une fraction. Il est cependant possible d'aborder dès la 5^e (fractions égales) l'idée de simplification de fraction, voire de fraction irréductible.

(2) La connaissance des propriétés du type $a^n \times a^p = a^{n+p}$ n'est pas un attendu de collège, mais peut faire l'objet d'approfondissement pour les élèves maîtrisant bien le calcul avec puissances, en particulier en 3^e.

- 1** a. 8 est le chiffre des unités.
 b. 2 est le chiffre des millièmes.
 c. Le chiffre des dizaines est 6.
 d. Le chiffre des dixièmes est 3.
 e. Le chiffre des centièmes est 9.
 f. Le chiffre des milliers est 4.

- 2** a. $4\ 567 = 4 \times 1\ 000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 7 \times 1$
 b. $50\ 006 = 5 \times 10\ 000 + 6 \times 1$
 c. $13,456 = 13 \times 1 + 4 \times 0,1 + 5 \times 0,01 + 6 \times 0,001$
 d. $0,100\ 5 = 1 \times 0,1 + 5 \times 0,000\ 1$
 e. $10,04 = 1 \times 10 + 4 \times 0,01$
 f. $1\ 000,050 = 1 \times 1\ 000 + 5 \times 0,01$

3 a. $7 + 0,45 = 7,45$

b. $18 + \frac{6}{10} + \frac{1}{100} = 18,61$

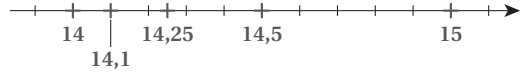
c. $56 + \frac{8}{100} = 56,08$

d. $4 + \frac{3}{100} + \frac{2}{10} = 4,23$

e. $5 + \frac{9}{10} + \frac{7}{1\ 000} = 5,907$

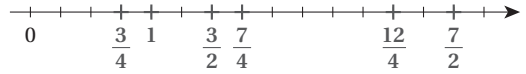
f. $5 + \frac{48}{1\ 000} = 5,048$

4 a.



b. A(2) ; B($\frac{5}{6}$) ; C($\frac{17}{6}$) ; D(3) ; E($\frac{7}{6}$)

c.



5 a. $10 \times 10 = 100$

$10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$

$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\ 000$

b. $2 \times 2 = 4$

$2 \times 2 \times 2 = 8$

$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

c. $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$

d. $4,5 \times 10 \times 10 \times 10 = 4\ 500$

$0,45 \times 10 \times 10 = 45$

6 $18 \times 12 = 216$

$6 \times 4 = 24$

$216 \div 24 = 9$

L'aire de la seconde surface correspond à $\frac{1}{9}$ de l'aire de la première surface, non pas $\frac{1}{3}$.

1. Utiliser les nombres décimaux

Quel est le problème ? p. 25 du manuel

Intérêt du problème posé

Cette situation permet de travailler sur :

- la valeur d'un chiffre selon sa position ;
- les multiplications et divisions par 10, 100, 1 000 ;
- la comparaison de nombres décimaux.

Question possible

1. Après de quelle société est-il préférable d'échanger son argent en livres sterling ?

Exemple de résolution

1. La classe est invitée dans un premier temps à comparer les échanges sur une même base (pour 1 €, 10 € ou 100 € par exemple).

Le nombre de livres sterling obtenu pour 100 € en fonction de la société de change est le suivant.

Blue Change	Travel Change	Easy Money	London Change
72,27 £	73,6 £	72,271 £	72,5 £

En classant ces nombres par ordre croissant, on obtient : $72,27 < 72,271 < 72,5 < 73,6$.

Le meilleur taux de change est celui proposé par Travel Change.

Plusieurs méthodes peuvent être envisagées pour la comparaison (utilisation d'un tableur, retour aux écritures fractionnaires de même dénominateur, placement sur un logiciel de géométrie dynamique avec une droite graduée en centièmes).

Prolongement possible : Le problème peut être reformulé en ajoutant une contrainte supplémentaire, comme la fermeture des sociétés de change certains jours de la semaine, ou la distance par rapport à l'endroit où se trouvent les élèves.

Difficultés prévisibles : La recherche d'une base commune peut poser problème : les multiplications par 10, 100 ou 1 000 sont parfois mal maîtrisées.

Les élèves peuvent se tromper dans le classement des décimaux. Prévoir les conceptions erronées qui suivent :

- plus les nombres ont de chiffres, plus ils sont grands. L'erreur vient de la comparaison des nombres entiers qui utilisent cette règle ;
- les élèves peuvent comparer les nombres en comparant la partie décimale de manière incohérente (72,271 considéré supérieur à 72,5 parce que $271 > 5$).

Relier fractions décimales et nombres décimaux

- 1** Donner deux ou trois bandes unités à chaque élève ainsi que des bandes partagées en 10 parties égales.

Le tableau suivant donne la longueur des segments pour l'unité donnée.

[AB]	[CD]	[EF]	[GH]	[IJ]	[KL]	[MN]	[OP]
2	1,7	3	0,6	2,3	1,45	0,57	2,13

- 2**
- 1. a.** $15 \textcircled{5} 1 \textcircled{3} 2 \textcircled{2}$ s'écrit $15 \frac{5}{10}, \frac{3}{100}$. **b.** $3 \textcircled{1} 1 \textcircled{2}$ s'écrit $0 \frac{3}{10}, \frac{1}{100}$.
- 2. a.** $7 + \frac{8}{10} + \frac{2}{100} = 7 \textcircled{8} 1 \textcircled{2} 2 \textcircled{2}$ **b.** $14 + \frac{8}{10} + \frac{7}{100} = 14 \textcircled{8} 8 \textcircled{7} 2 \textcircled{2}$ **c.** $\frac{4}{100} + \frac{3}{1000} = 4 \textcircled{2} 3 \textcircled{3}$
- 3. a.** $4 \textcircled{5} 1 \textcircled{1} = \frac{45}{10}$ **b.** $7 \textcircled{1} 2 \textcircled{3} = \frac{702}{1000}$ **c.** $13 \textcircled{9} 2 \textcircled{2} = \frac{1309}{100}$
- 4. a.** $41 \textcircled{8} 1 \textcircled{1} = 41,8$ **b.** $5 \textcircled{1} 4 \textcircled{2} 1 \textcircled{3} = 0,541$ **c.** $10 \textcircled{4} 1 \textcircled{4} 2 \textcircled{2} = 10,44$

- 3**
- 1. a.** Josh possède 2 145 pièces de 1 centimes.
b. Amina possède 458 pièces de 10 centimes.
- 2. a.** Elle peut obtenir 47 billets de 10 € au maximum.
b. Le chiffre des dizaines de 475,82 est 7.
c. Le nombre des dizaines de 475,82 est 47.
- 3. a.** Il peut obtenir 4 758 pièces de 10 centimes d'euro au maximum.
b. Le chiffre des dixièmes de 475,82 est 8.
c. Le nombre des dixièmes de 475,82 est 4 758.

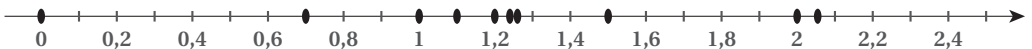
Faisons le bilan

Les différentes écritures du nombre décimal 35,402 sont : $35,402$; $\frac{35\,402}{1\,000}$; $35 + \frac{402}{1\,000}$; $\frac{3\,540}{100} + \frac{2}{1\,000}$; trente-cinq unités et quatre-cent-deux millièmes.

Comparer, ranger, encadrer des nombres décimaux

- 4**
- 1. a.** Le jouet le plus cher est Agendo.
b. Le jouet le moins cher est Delphine la Divine.
c. Les jouets qui coutent entre 8 € et 10 € après réduction sont Delphine la Divine et Bec et Plumes.
d. Les deux phrases sont correctes.

2.



Le classement des nombres par ordre croissant est le suivant :

$$0 < 0,7 < 1 < 1,1 < 1,2 < 1,24 < 1,26 < 1,5 < 2 < 2,05$$

3. a. $4 < 4,56 < 5$

b. $4,5 < 4,56 < 4,6$

4. a. $21 < \text{abscisse de A} < 22$

b. $21,6 < \text{abscisse de } A < 21,7$

c. $21,63 < \text{abscisse de } A < 21,64$ et $21,631 < \text{abscisse de } A < 21,632$

5. a. Des valeurs possibles de l'abscisse du point B sont 8,62, 8,615, 8,628, etc.

b. Il y a une infinité de valeurs possibles.

Faisons le bilan

Pour comparer des nombres :

- on peut utiliser une droite graduée ;
- on peut comparer leur partie entière.

Si elles sont égales, comparer leur partie décimale.

J'applique

p. 27 du manuel

1 a. $5 \times 10 + 3 + \frac{2}{100} = 50 + 3 + \frac{2}{100} = 53,02$

C'est un nombre décimal.

b. π n'est pas un nombre décimal.

c. 4 est un nombre décimal.

d. 13 unités et 7 dixièmes = 13,7

C'est un nombre décimal.

e. $4 + \frac{13}{10} = 4 + 1,3 = 5,3$

C'est un nombre décimal.

2 Le nombre « 61,48 » peut se lire ainsi :

- soixante-et-une unités et quarante-huit centièmes ;
- soixante-et-une unités, quatre dixièmes et huit centièmes ;
- six-mille-cent-quarante-huit centièmes.

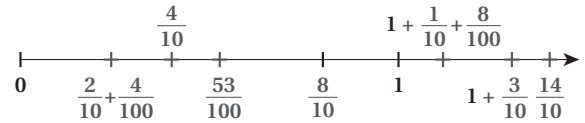
3 $\frac{9}{100} + \frac{5}{10} = 0,59$

$$\frac{5}{100} + \frac{9}{10} = 0,95 = \frac{95}{100}$$

$$5 + \frac{9}{100} = 5,09 = \frac{509}{100}$$

$$\frac{590}{100} = 5,90 = 5,9$$

4 a. et b.



5 (1) b. (2) a. (3) c.

6 Le nombre cherché est 132,64.

7 $6,32 \div 10 = 0,632$

$0,632 < 0,68$

Le yaourt est moins cher en lot de 10 qu'à l'unité.

8 a. Faux b. Vrai c. Vrai d. Faux

11 a. 20 001,7

Vingt-mille-une unités et sept dixièmes.

b. 3 020,03

Trois-mille-vingt unités et trois centièmes.

c. 0,94

Quatre-vingt-quatorze centièmes.

d. 1 098

Mille-quatre-vingt-dix-huit unités.

12 a. 3,5

b. 0,82

c. 5,61

d. 81,5

e. 0,005

f. 65,1

g. 0,223

h. 1,004

i. 11 106 000,1

j. 720,035

13 a. $\frac{725}{100}$

b. $\frac{281}{10}$

c. $\frac{30\,245}{100}$

d. $\frac{8}{100}$

e. $\frac{15\,794}{1000}$

f. $\frac{2001}{1000}$

14 a. $4 + \frac{8}{100}$

b. $37 + \frac{52}{100}$

c. $17 + \frac{56}{100}$

d. $0 + \frac{68}{100}$

e. $8 + \frac{704}{1000}$

f. $0 + \frac{217}{1000}$

15 a. 2,8

b. 5,47

c. 2,998

16 a. Le chiffre des millièmes est 5.

b. Le nombre de centaines est 475.

c. Le rang du chiffre 4 est dizaine de milliers.

d. Le nombre de centièmes est 4 756 223.

17 a. 409 est le nombre de dizaines.

b. 4 091 807 est le nombre de millièmes.

c. 40 est le nombre de centaines.

d. 40 918 est le nombre de dixièmes.

18 a. Faux

b. Vrai

c. Faux

Écritures des nombres décimaux

19 Le nombre cherché est 245,46.

20 Le nombre cherché est 31,4.

21 a. $8,17 \times 10 = 81,7$

$0,068 + 0,02 = 0,088$

$7\,014,03 + 0,07 = 7\,014,1$

$9,7 - 0,6 = 9,1$

22 Par exemple :

Mon chiffre des centièmes est 9 et mon nombre des dixièmes est 36.

23 a. $5,89 = \frac{589}{100} = 5 + \frac{8}{10} + \frac{9}{100} = 5 + \frac{89}{100} = \frac{5\,890}{1000}$

b. $5 + \frac{3}{100} = 5,03 = \frac{503}{100} = \frac{5\,030}{1000} = 5 + \frac{30}{1000}$

c. $\frac{746}{10} =$ soixante-quatorze unités et six dixièmes
 $= 74,6 = 74 + \frac{6}{10} = 74 + \frac{60}{100}$

d. Quatre centièmes = quarante millièmes = 0,04

$= \frac{4}{100} = \frac{40}{1000}$

— **Ordre sur les nombres décimaux** —

24 $14,36 < 14,6 < 18,7 < 19$

Le téléphone est plus petit que l'appareil photo, qui est plus petit que la console de jeux, elle-même plus petite que la tablette.

25 a. Les nombres entiers compris entre 3,8 et 5,9 sont 4 et 5.

b. Les nombres à un chiffre après la virgule compris entre 3,83 et 4,61 sont 3,9 ; 4,0 ; 4,1 ; 4,2 ; 4,3 ; 4,4 ; 4,5 ; 4,6.

c. Les nombres à deux chiffres après la virgule compris entre 5,756 et 5,831 sont 5,76 ; 5,77 ; 5,78 ; 5,79 ; 5,80 ; 5,81 ; 5,82 ; 5,83.

26 Alexandre peut par exemple mesurer 1,09 m, 1,13 m ou 1,17 m.

27 a. $8,02 \div 10 = 0,802$ $0,802 < 0,82$

Le prix au kilo est moins cher pour 10 kg de pommes.

b. $1,34 \times 2 = 2,68$ $2,68 < 2,90$

Le prix au kilo est moins cher pour 250 g de beurre.

c. $6,05 < 6,50$

Les yaourts sont tous vendus par lot de 8. Le premier lot est moins cher.

28 1. Non, il manque 5 centimes.

2. a. La somme serait 20,50 €.

b. Il manquerait 0,50 € (soit 50 centimes).

29 $123\,000 > 37\,500 > 22\,560 > 16\,876$

30 $14,85 + 9,60 + 10,96 + 25,40 = 60,81$

La mère de Pablo a assez d'argent pour ses achats.

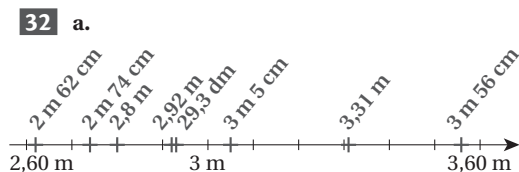
L'exercice peut également être réalisé avec des ordres de grandeur pour faciliter les calculs.

31 1. a. La quantité de farine est 600 g.

b. La quantité de sucre est 750 g.

c. Le volume de liquide est 0,8 L.

2. Il faut prévoir 0,55 L de lait.



- b.** Le classement des filles est le suivant :
 $3\text{ m }56\text{ cm} > 2,92\text{ m} > 2\text{ m }74\text{ cm} > 2\text{ m }62\text{ cm}$.
 Celui des garçons :
 $3,31\text{ m} > 3\text{ m }5\text{ cm} > 29,3\text{ dm} > 2,8\text{ m}$
- c.** Christophe doit sauter plus loin que 29,3 dm, c'est-à-dire plus loin que 2,93 m.

33 Seul le ballon A convient en match officiel.

34 Traduction : *C'est bientôt l'anniversaire de Jessica. Elle a appelé ses amis pour les inviter à sa fête d'anniversaire. Elle a relevé la durée (en secondes) de chaque appel.*

a. Avec qui a-t-elle eu l'appel le plus long ? Le plus court ?

b. Ranger les durées dans l'ordre croissant.

a. Jessica a passé plus de temps avec John et moins de temps avec Rachel.

b. $29,891 < 29 + \frac{93}{100} < 29,935 < 39,68$
 $= 39,68 < 40 + \frac{13}{1000} < 40 + \frac{8}{100} < 39 + \frac{973}{100}$

35 a. Lili devrait choisir la station A.

b. $165,02 - 164 = 1,02$

La différence de prix est de 1,02 €.

c. ① Cent-soixante-quatre euros

② 164,00

36 Les nombres possibles sont 0,154 ; 0,253 ; 0,352 ; 0,451 ; 0,55 ; 1,252 ; 1,351 ; 1,45 ; 2,35 ; 10,153 ; 10,252 ; 10,351 ; 10,45 ; 11,251 ; 11,35 ; 20,152 ; 20,251 ; 20,35 ; 21,25 ; 30,151 ; 30,25 ; 40,15.

37 a. Pour afficher les longueurs en km, il faut saisir $=B1/1000$ dans la cellule B2.

b. Pour afficher les longueurs en cm, il faut saisir $=B1*1000$ dans la cellule B3.

c. $32,6\text{ m} = 0,0326\text{ km} = 3\text{ }260\text{ m}$

$1\text{ }435,8\text{ m} = 1,4358\text{ km} = 143\text{ }580\text{ m}$

38 La tableau suivant donne la densité pour chaque pays (question 2. a.). Les pays sont classés par ordre décroissant de densité (question 2. b.).

Pays	Densité(en hab/km ²)
Inde	387,63
Japon	335,78
Allemagne	226,70
Chine	142,53
France	120,21
Espagne	91,78
Afrique du Sud	43,43
États-Unis	33,35

39 a. On peut écrire 12 nombres.

b. Les nombres en question sont classés ainsi :

$5,67 < 5,76 < 6,57 < 6,75 < 7,56 < 7,65 < 56,7 < 57,6 < 65,7 < 67,5 < 75,6 < 76,5$.

40 Il peut choisir le châssis (a).

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53
b. d.	a.	c. d.	b.	a.	b. c.	b.	b.	c.	a. b. d.	b. c. d.	c.	b.

Je prépare le contrôle

54 a. Les nombres qui répondent à la consigne sont 15,8 ; quinze unités et douze centièmes ;

$$015,048 ; \frac{1548}{100}.$$

b. $15,8 = \frac{158}{10}$

$$015,048 = 15,048 = \frac{15\,048}{1\,000}$$

$$\frac{1548}{100} = 15,48$$

$$15 + \frac{18}{10} = 16,8 = \frac{168}{10}$$

Quinze unités et douze centièmes = $15,12 = \frac{1512}{100}$

c. Par exemple 15,87.

d. $15 + \frac{18}{10} > 15,87 > 15,8 > \frac{1548}{100} >$ quinze unités et douze centièmes $> 015,048$

55 a. $2,5 \text{ t} > 1\,600 \text{ kg} > 1,5 \text{ t} > 1\,250 \text{ kg} > 900 \text{ kg}$

b. $2,99 \text{ m} < 3,10 \text{ m} < 3,50 \text{ m} < 3,81 \text{ m} < 5,50 \text{ m}$

56 a. $10 \times 27,85 \text{ €} = 278,50 \text{ €}$

Il paiera sa console moins chère sur Internet.

b. ① Deux-cent-soixante-dix-huit euros trente-cinq cents

② 278,35

57 a. $19,43 > 19,41 < 19,402 < 19,398 < 19,305$

b. La moyenne d'Inès est arrondie à 19,40. La moyenne de Jules est arrondie à 19,40. La moyenne de Rui est arrondie à 19,31.

C'est Jules qui n'est pas satisfait : en arrondissant ainsi, Inès obtient la même moyenne que lui.

58 a. $6,61 + 0,7 = 7,31$

Le nombre choisi doit être plus grand que 7,31.

$$8,02 - 0,7 = 7,32$$

Le nombre choisi doit être plus petit que 7,32.

Le nombre choisi peut donc être 7,315 ou 7,319.

b. $7,315 < 7,319$

59 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

Mathématiques et Information

60 a. Le classement des pays du plus peuplé au moins peuplé est le suivant :

Asie > Afrique > Amérique > Europe > Océanie > Antarctique

b. En 2015, la population mondiale est 7 356 394 500 milliards.

2. Utiliser les nombres en écriture fractionnaire

Quel est le problème ? p. 37 du manuel

Intérêt du problème posé

La situation appelle à l'utilisation de nombres en écriture fractionnaire pour résoudre un problème de la vie courante, dans laquelle les nombres décimaux sont plus fréquents. Les élèves doivent comprendre qu'il faut lier les nombres décimaux aux fractions pour résoudre des problèmes et considérer notamment la fraction comme un nombre à part entière.

L'objectif est d'établir un lien entre fractions simples et nombres décimaux pour éviter les égalités du type « $2,3 = \frac{2}{3}$ ».

Ce problème permet également de retravailler les conversions entre unités de mesure de capacité et d'introduire éventuellement la notion de masse volumique (pour la farine).

Question possible

1. Comment utiliser les graduations du verre doseur pour préparer des crêpes ?

Exemple de résolution

1. Les élèves doivent faire le lien entre :

$\frac{1}{4}$ L et 0,25 L = 25 cL (lait) ; $\frac{1}{8}$ L et 0,125 L = 125 mL (bière) ; $\frac{1}{20}$ L et 0,05 L = 5 cL (fleur d'oranger).

Prenons l'exemple de l'égalité $\frac{1}{4}$ L = 25 cl. Pour cette égalité, plusieurs méthodes sont envisageables.

- Pour calculer $\frac{1}{4}$ L, on utilise l'écriture décimale 0,25 (généralement connue).

Les litres sont ensuite convertis en centilitres en multipliant par 100 (éviter, si possible, de faire des tableaux de conversion).

- Effectuer d'abord la conversion, puis diviser le résultat par 4.

Pour la farine, la masse volumique est environ 0,550 kg/L (arrondie à 500 g/L pour simplifier les calculs).

250 g de farine ont donc un volume approximatif de $\frac{1}{2}$ L.

Prolongement possible : Les fractions sont souvent perçues comme des nombres entiers que l'on juxtapose pour trouver une écriture décimale, il est donc possible de trouver dans les écrits des élèves « $\frac{1}{2}$ L = 1,2 L ».

Le verre doseur permet de montrer qu'une telle égalité n'est pas vérifiée.

Découvrir les nombres en écriture fractionnaire

1

1. a. Chaque morceau mesure 1,4 cm.

b. Même problème, mais la réponse attendue est une valeur approchée.

$$7 \div 3 \approx 2,33 \text{ cm}$$

Chaque morceau mesure environ 2,33 cm.

2. c. $\frac{3}{7}$ d'un des rectangle :



d. Chaque motif indique de quel rectangle est issue la portion.



e. On obtient en tout trois rectangles complets.

f. $\frac{3}{7} \times 7 = 3$ donc $\frac{3}{7}$ est le nombre qui, multiplié par 7, donne 3.

3. a. Le nombre cherché est 0,7.

Vérification : $0,7 \times 10 = 7$

b. Le nombre cherché est 1.

Vérification : $1 \times 3 = 3$

c. Seule une valeur approchée du nombre peut être donnée en écriture décimale : 0,429.

La vérification ne fonctionne pas.

Le nombre cherché est donc $\frac{3}{7}$.

Lorsque l'écriture décimale du quotient est infinie, l'écriture fractionnaire est conservée.

2

Avec un nombre en écriture fractionnaire	$6 \times \frac{75}{6} = 75$	$5 \times \frac{4}{5} = 4$	$3 \times \frac{7}{3} = 7$
Avec un nombre en écriture décimale	$6 \times 12,5 = 75$	$5 \times 0,8 = 4$	Impossible

3

a. Si chaque paquet contient un bonbon, alors chaque enfant aura $3 \div 4 = 0,75$ bonbon.

b. Avec vingt bonbons identiques par paquet, on applique les trois méthodes proposées :

- $20 \times 0,75 = 15$

Chaque personne reçoit 15 bonbons.

Calcul effectué : $20 \times \frac{3}{4}$.

- L'ensemble représente $20 \times 3 = 60$. On divise par le nombre d'amis : $60 \div 4 = 15$.

Calcul effectué : $\frac{20 \times 3}{4}$.

- Pour chaque paquet, les enfants reçoivent 5 bonbons. Avec trois paquets, on obtient $3 \times 5 = 15$.

Calcul effectué : $\frac{20}{4} \times 3$.

Faisons le bilan

Lorsqu'une division est infinie, on laisse le quotient sous forme fractionnaire pour donner la valeur exacte.

Pour donner l'écriture décimale d'un nombre écrit sous la forme fractionnaire, on divise le numérateur par le dénominateur de la fraction.

Pour calculer une fraction d'un nombre, on peut calculer en premier la fraction, la multiplication ou la division.

Découvrir les fractions égales

4

1. a. (1) $4 \times \frac{1}{4} = 1$

(2) $8 \times \frac{2}{8} = 2$

(3) $16 \times \frac{4}{16} = 4$

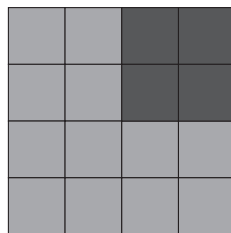
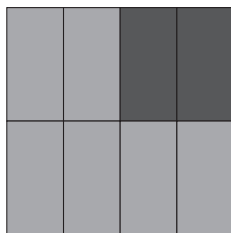
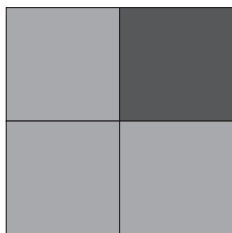
b. $\frac{1}{4} = 1 \div 4 = 0,25$

$\frac{2}{8} = 2 \div 8 = 0,25$

$\frac{4}{16} = 4 \div 16 = 0,25$

Ces trois fractions sont donc égales.

2. a.



b.

$$\begin{array}{ccc} & \times 2 & \\ \frac{1}{4} & = & \frac{2}{8} \\ & \times 2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & \times 4 & \\ \frac{1}{4} & = & \frac{4}{16} \\ & \times 4 & \end{array}$$

3. a. $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

b. $\frac{4}{3} = \frac{16}{12}$

c. $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$

d. $\frac{7}{4} = \frac{63}{36}$

e. $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

f. $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

g. $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

h. $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

i. $\frac{14}{35} = \frac{2}{5}$

j. $\frac{72}{18} = \frac{8}{2}$

5

1. a. Les fractions sont égales car $\frac{5}{3} = \frac{5 \times 2}{3 \times 2} = \frac{10}{6}$.

b. $\frac{5}{3} = \frac{15}{9} = \frac{20}{12} = \frac{25}{15}$

2. b. La formule à saisir dans la cellule C2 est $=A2*B3$.

c. La formule à saisir dans la cellule C3 est $=A3*B2$.

d. On remplace dans le tableur, le numérateur 10 successivement par 15, 20 et 25 et le dénominateur 6 par 9, 12 puis 15.

Les produits en C2 et C3 sont toujours égaux.

On conjecture que, lorsque l'on a deux fractions égales, les produits en croix sont égaux.

e. $\frac{503}{303}$ n'est pas égale à $\frac{5}{3}$. $\frac{315}{189}$ est égale à $\frac{5}{3}$. $\frac{64,7}{38,7}$ n'est pas égale à $\frac{5}{3}$.

3. $5 \times 3k = 15k = 3 \times 5k$

4. $\frac{5}{3} = \frac{935}{561} = \frac{93,5}{56,1}$

6

1. a. $\frac{3,64}{1,4} = \frac{36,4}{14}$ ou $\frac{364}{140}$.

b. $36,4 \div 14 = 2,6$

Un kilogramme de pommes coute 2,60 €.

2. $304,61 \div 8,3 = 3\,046,1 \div 83$.

On obtient 36,7 m de grillage.

Faisons le bilan

Pour transformer une fraction en une autre qui lui est égale, le numérateur et le dénominateur de la fraction sont multipliés par un même nombre non nul.

Trouver ce nombre permet de dire que deux fractions sont égales.

Pour effectuer une division lorsque le diviseur n'est pas un nombre entier, on transforme la division en multipliant par un même nombre (10, 100, 1 000, etc.) le diviseur et le dividende de la division pour obtenir un diviseur entier.

Comparer, ranger des fractions

7

a. Herserange : $\frac{13}{11}$ Longwy : $\frac{17}{11}$ Villerupt : $\frac{12}{16}$ Longlaville : $\frac{12}{13}$ Saulnes : $\frac{12}{14}$

b. Ces équipes ont gagné le même nombre de matchs. La meilleure équipe est celle qui en a perdu le moins. Longlaville se place donc avant Saulnes, puis Villerupt.

c. Ces équipes ont perdu le même nombre de matchs. La meilleure est celle qui en a gagné le plus. Longwy obtient un meilleur résultat que l'équipe d'Herserange.

d. Le quotient qui correspond à Longlaville est $\frac{12}{13} < 1$.

Celui de Herserange est $\frac{13}{11} > 1$.

L'équipe d'Herserange est donc mieux classée que celle de Longlaville.

e. Le classement des équipes est le suivant : Longwy ; Herserange ; Longlaville ; Saulnes ; Villerupt.

Faisons le bilan

Si deux fractions ont le même numérateur, la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.

Si deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

Comparer des fractions à 1 permet de les ranger.

Les propriétés des fractions égales permettent de mettre au même numérateur ou au même dénominateur les fractions.

J'applique

p. 39 du manuel

1 $3,95 \div 6 = \frac{79}{120} \approx 0,66$

Le prix d'une bouteille est environ 0,66 €.

2 a. La proportion d'as est $\frac{4}{32}$ ou $\frac{1}{8}$.

b. La proportion de piques est $\frac{8}{32}$ ou $\frac{1}{4}$.

3 $36 \times \frac{5}{6} = 6 \times 5 = 30$

La largeur du rectangle est 30 cm.

$(36 + 30) \times 2 = 66 \times 2 = 132$

Le périmètre de ce rectangle est 132 cm.

$36 \times 30 = 1\ 080$

L'aire de ce rectangle est 1 080 cm².

4 Une solution possible est :

1.	2.	3.	4.	5.	6.
a.	j.	e.	f.	l.	d.
7.	8.	9.	10.	11.	12.
k.	c.	g.	b.	h.	i.

5 $\frac{8,4}{0,6} = \frac{8,4 \times 10}{0,6 \times 10} = \frac{84}{6} = 14$

Fernando consomme 14 cafés par semaine.

6 Delphine : $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8}$

Fiona : $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$

Si les participants continuent de courir à la même vitesse, l'ordre d'arrivée sera le suivant : Fiona, Amel, Delphine et Elena.

7 $500 \text{ g} \times 2 = 1\ 000 \text{ g} = 1 \text{ kg}$

$11,25 \text{ €} \times 2 = 22,50 \text{ €}$

Les noix de Saint-Jacques *De la mer* coutent 22,50 € pour 1 kg.

$125 \text{ g} \times 8 = 1\ 000 \text{ g} = 1 \text{ kg}$

$3,15 \text{ €} \times 8 = 25,20 \text{ €}$

Les noix de Saint-Jacques *Océan en fête* coutent 25,20 € pour 1 kg.

Il vaut mieux choisir le sachet à 11,25 €.

Je m'entraîne

p. 42-43 du manuel

10 a. 0,5 b. 0,8 c. 0,25 d. 12
e. 5 f. 0,09 g. 1,25 h. 0,8

11 (1) **b.** (2) **c.** (3) **a.**

12 a. Vrai b. Vrai c. Faux

13 a. 27 b. 7 c. 1 d. 56
e. 45 f. 45

14 a. $\frac{8}{7}$ b. $\frac{3}{8}$ c. $\frac{8}{5}$ d. $\frac{7}{11}$

e. $\frac{7}{5}$ f. $\frac{3}{2}$ g. $\frac{5}{6}$ h. $\frac{4}{7}$

i. $\frac{1}{2}$ j. $\frac{2}{3}$ k. $\frac{8}{5}$ l. $\frac{5}{8}$

15 a. 9 b. 40 c. 3 d. 600
e. 11 f. 11

16 a. $\frac{7}{16} > \frac{5}{16}$ b. $\frac{21}{12} > \frac{21}{13}$

c. $\frac{14}{15} < \frac{15}{14}$ d. $-\frac{4}{26} > -\frac{4}{25}$

e. $\frac{7}{6} > \frac{28}{29}$ f. $\frac{7}{-6} > \frac{11}{-6}$

17 a. $\frac{25}{29} < \frac{25}{14} < \frac{25}{7} < \frac{25}{3}$

b. $\frac{76}{78} < \frac{77}{78} < \frac{78}{76} < \frac{41}{38}$

— **Nombres en écriture fractionnaire** —

18 a. $\frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$ b. $\frac{10}{21} \approx 0,48 = 48\%$

19 $\frac{50}{9} \approx 6 \text{ g}$

Un carré de chocolat pèse environ 6 g.

20 20 élèves ont la moyenne.

21 a. 21 bonbons sont à la fraise.

b. 10 bonbons sont au caramel.

————— **Fractions égales** —————

22 a. Pour 1 kg d'agneau, le prix est 15,3 €.

b. Le prix du gigot est 41,31 €.

Le commerçant va rendre 8,69 €.

23 La longueur du côté est 12,5 cm.

24 60,87 L ont été mis dans le réservoir.

25 a. et b.

Alexis : $\frac{12}{25} = 48\%$

Mathilde : $\frac{6}{25} = 24\%$

Rémi : $\frac{4}{25} = 16\%$

Anne-Laure : $\frac{2}{25} = 8\%$

Vote blanc : $\frac{1}{25} = 4\%$

Comparer des fractions

26 $\frac{3}{4} > \frac{7}{10} > \frac{13}{20} > \frac{3}{5} > \frac{1}{2}$

27 La proportion est plus importante au collège Gilles Simon.**28** Lila a réussi plus de services, car $\frac{19}{34} > \frac{17}{34} = 0,5$ et $\frac{47}{98} < \frac{49}{98} = 0,5$.**29** Le basket-ball est le sport le plus pratiqué, le tennis le moins pratiqué.**30** Traduction : *Un cirque de 12 animaux compte 5 fauves. Un autre de 24 animaux en compte 11.*

► Dans quel cirque la proportion de fauves est-elle la plus importante ?

Le cirque qui a 11 fauves pour 24 animaux a la plus grande proportion de fauves.

31 Alicia a vécu plus longtemps à Bruxelles.**32** Le cadeau d'Aurélié est celui qui a coûté le plus cher, car $\frac{3}{7} = \frac{33}{77}$ et $\frac{4}{11} = \frac{28}{77}$.**33** La contenance du vase orange est la plus importante, car $\frac{5}{4} = \frac{15}{12}$ et $\frac{4}{3} = \frac{16}{12}$.**Je résous**

p. 44-45 du manuel

34 1. $\frac{5}{12}$ du verre contient du sirop.2. a. $\frac{13}{12}$ du verre est rempli d'eau.b. Le verre déborde parce que $\frac{13}{12} > 1$.**35** Il parcourt 60 km le 1^{er} jour, 45 km le 2^e, 36 km le 3^e, et 9 km et le 4^e.**36** Louane mettra 50 min pour terminer le parcours.**37** a. Elle a rempli 3 400 cagettes.

b. 1 kg d'abricots est vendu 1,38 €.

c. Le montant total est 11 730 €.

38 Isabelle peut servir 15 verres.**39** a. Il faut raisonner en proportion, non en masse.b. La confiture d'abricots est celle qui contient le plus de sucre ajouté, car $\frac{500}{1\,000} = \frac{1}{2}$; $\frac{450}{1\,200} < \frac{1}{2}$ et $\frac{800}{300} > \frac{1}{2}$.**40** $\frac{12}{7}$ est environ égal à 1,714 285 714 285 avec une période de six chiffres dans la partie décimale. $154 = 6 \times 25 \times 4$, donc la 154^e décimale est le 4^e chiffre de la partie décimale : c'est un 2.**41** La première préparation (75 g de sel dans 100 mL d'eau) est la plus concentrée en sel, car $\frac{180}{250} = \frac{18}{25} = \frac{72}{100}$ et $\frac{220}{330} = \frac{22}{33} = \frac{2}{3} < 0,75$.**42** 1. a. $A = 0,000\,007$ $B = 0,000\,0007$

b. Les deux nombres semblent égaux.

2. $B - A \approx 7 \times 10^{-12}$ 3. $7 \times 142\,857 = 999\,999$ $1 \times 1\,000\,000 = 1\,000\,000$

En mettant les fractions au même dénominateur ou en effectuant les produits en croix, on voit que

$$\frac{7}{1\,000\,000} < \frac{1}{142\,857}$$

43 a. et b. Le pourcentage de lipides est arrondi au centième.

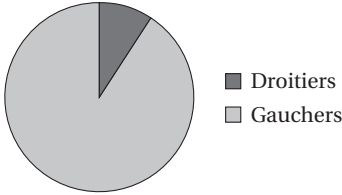
Aliment	Pourcentage de lipides
Croissant	21
Bœuf haché	21,5
Biscuit au chocolat	23,5
Beignet	25,3
Gruyère	32
Salami	42
Foie gras	45,7
Cacahuètes grillées	50,5

44 a. Parmi les gauchers, on compte $\frac{2}{5}$ de filles.
 $\frac{1}{10}$ des filles sont gauchères.

b. $\frac{1}{10} > \frac{1}{11}$

La proportion est plus élevée pour les filles.

c. Les angles à représenter sont environ 34° pour les gauchers et environ 326° pour les droitiers.



45 a. Avant le prélèvement, 60 % des billets sont gagnants.

Après le prélèvement, environ 78 % des billets sont gagnants.

b. $\frac{7}{9} < \frac{3}{5}$, alors les chances de gagner sont plus importantes après le prélèvement.

46 Le téléviseur ne pourra pas rentrer dans la niche du meuble : sa longueur est 108,7 cm environ.

Je m'évalue

p. 46 du manuel

47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
a. c.	b. c.	a. b.	a.	a. c. d.	b. c.	b. c. d.	d.	c.	a. d.	b. d.	a.	b. d.

Je prépare le contrôle

p. 47 du manuel

60 a. Vrai b. Vrai c. Faux

61 Je calcule le prix pour 1 mL :

$$59,90 \div 30 \approx 1,997 \text{ €}$$

$$81,90 \div 50 = 1,638 \text{ €}$$

$$121,50 \div 100 = 1,215 \text{ €}$$

Le parfum le moins cher est *Robe d'été*.

62 a. $56 \div 20 = 2,8$

$$4 \times 2,8 = 11,2$$

Il doit acheter 11,2 L d'essence.

b. $15,12 \div 11,2 = 1,35$

Dans cette station, 1L d'essence coûte 1,35 €.

63 $\frac{72}{240} = \frac{24 \times 3}{24 \times 10} = \frac{3}{10}$

Cela correspond à 30 % de réduction.

64 $32,13 \div (3,4 \times 4,5) = 32,13 \div 15,3 = 2,1$

La hauteur de ce pavé droit est 2,1 cm.

65 $33\,461 \times 33\,461 = 1\,119\,638\,521$

$$80\,782 \times 13\,860 = 1\,119\,638\,520$$

Erwan n'a pas raison : les produits en croix ne sont pas égaux.

66 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

67 Les pays sont classés par ordre croissant de densité de population dans le tableau suivant.

Pays	Densité de population (hab/km²)
Norvège	16
Espagne	91
France	117
Italie	199
Luxembourg	200
Suisse	202
Allemagne	226
Royaume-Uni	267

3. Utiliser les nombres relatifs, se repérer dans le plan

Quel est le problème ? p. 49 du manuel

Intérêt du problème posé

La situation permet d'introduire les nombres négatifs. Tourfan se situe dans la région autonome de Xinjiang. Aux abords de la ville se situe le point le plus bas du globe après la mer Morte, à -154 m.

Questions possibles

1. Que signifie -1 °C ?
2. Expliquer pourquoi la température entre les deux relevés passe de 1 °C à 23 °C.
3. Que signifie -150 m ?
4. Comment ce résultat est-il possible ?

Exemple de résolution

1. -1 °C correspond à une température négative, c'est-à-dire inférieure à 0 °C.
 2. Avant le saut, François est en altitude : la température est plus froide qu'à la surface de la Terre. L'augmentation de la température est progressive au cours du saut en chute libre.
- Remarque :** C'est l'occasion de comparer des nombres, en particulier de signes différents.
3. -150 m signifient, qu'à l'atterrissage, le parachutiste est en-dessous du niveau de la mer (niveau 0).
 4. L'endroit où le saut est réalisé est une dépression.

Prolongement possible : Il peut être proposé aux élèves de chercher où se situent d'autres lieux dont l'altitude est négative à la surface du globe avec le professeur d'histoire-géographie.

Découvrir les nombres relatifs

1

a. $(3 \times 2) - 5 = 6 - 5 = 1$

$(5 \times 2) - 5 = 10 - 5 = 5$

$(8 \times 2) - 5 = 16 - 5 = 11$

$(10 \times 2) - 5 = 20 - 5 = 15$

b. $(1 \times 2) - 5 = 2 - 5 = -3$

Fred ne connaît pas les nombres relatifs et pense qu'on ne peut pas choisir n'importe quel nombre.

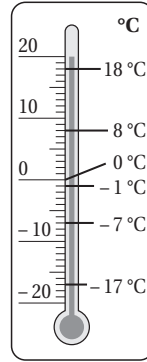
2

Figure ci-contre.

3

L'abscisse du point A est +2. On note A(+2).

De même : B(-3) ; C(+2,5) ; D(-1,5).



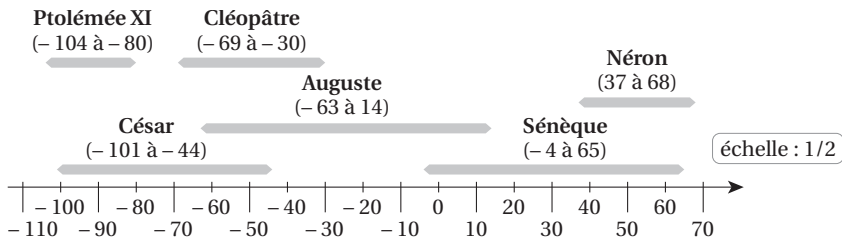
Faisons le bilan

Un nombre relatif est un nombre constitué d'une partie numérique et d'un signe (+ ou -).

Sur un axe gradué, les nombres négatifs sont placés à gauche (avant) le zéro et les nombres positifs à droite (après).

4

1.



2. a. Auguste et César auraient pu se connaître.

On a $-63 < -44$.

b. Néron et Sénèque auraient pu se connaître.

On a $37 < 65$.

c. Néron et Ptolémée XI n'auraient pas pu se connaître.

On a $-80 < 37$.

d. Cléopâtre et Jules César auraient pu se connaître.

On a $-69 < -44$.

Faisons le bilan

Comparer deux nombres, c'est indiquer lequel est le plus grand et lequel est le plus petit.

Pour comparer des nombres relatifs, on peut les placer sur un axe gradué : le plus grand est ainsi celui qui est situé le plus à droite.

Ainsi :

- Pour comparer un nombre positif et un nombre négatif, le plus grand est le nombre positif ;
- Pour comparer deux nombres positifs, le plus grand est celui situé le plus loin de 0 ;
- Pour comparer deux nombres négatifs, le plus grand est celui situé le plus près de 0.

5

a. P(J ; 5) ; Q(I ; 3) ; R(E ; 4) ; S(C ; 3) ; T(E ; 5) ; U(G ; 6)

b. P(J ; 1) ; Q(I ; -1) ; R(E ; 0) ; S(C ; -1) ; T(E ; 1) ; U(G ; 2)

c. P(3 ; 1) ; Q(2 ; -1) ; R(-2 ; 0) ; S(-4 ; -1) ; T(-2 ; 1) ; U(0 ; 2)

Faisons le bilan

$(-3 ; 4)$ est placé dans le quart en haut à gauche du repère.

En règle générale, $(a ; b)$ sont placés :

- En haut à droite si $a > 0$ et $b > 0$;
- En haut à gauche si $a < 0$ et $b > 0$;
- En bas à droite si $a > 0$ et $b < 0$;
- En bas à gauche si $a < 0$ et $b < 0$.

J'applique

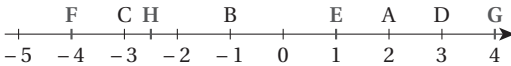
p. 51 du manuel

- 1** a. -3 400 b. 1 789
 c. 4 810 d. -49
 e. 13 f. -11 304
 g. -3

- 2** a. Les nombres positifs sont :
 +7 ; 2 709 ; 0 ; $\frac{7}{4}$; 18,6.

b. Les nombres négatifs sont : -0,42 ; 0 ; -12.

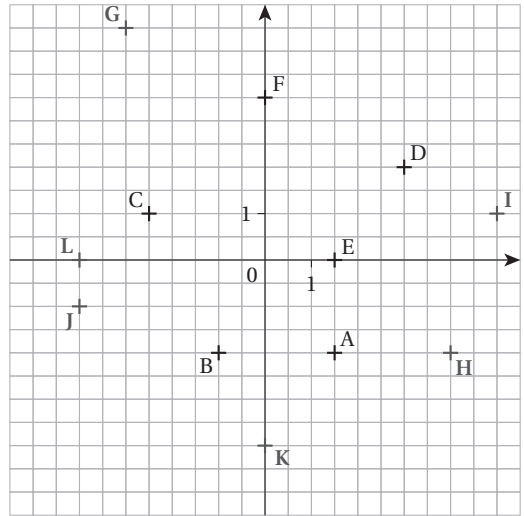
- 3** a. A(2) ; B(-1) ; C(-3) ; D(3)
 b.



- 4** a. $-1 > -4$ b. $23 > -106$
 c. $+56 < 65$ d. $-3 < 3$
 e. $6,5 > 5,6$ f. $0,001 > -1\,000$
 g. $-3,70 < 3,07$ h. $-3,70 = -3,7$

- 5** a. $-5 < -3 < 0 < 2 < 3 < 4$
 b. $+40,3 > 4,3 > 4,03 > -4,03 > -4,3 > -40,3$

- 6** a. A(1,5 ; 2) ; B(-1 ; -2) ; C(-2,5 ; 1) ; D(3 ; 2) ; E(1,5 ; 0) ; F(0 ; 3,5)
 b.



Je m'entraîne

p. 54-55 du manuel

- 9** a. A(4) ; F(-5,5) ; H(-1,5) ; C(4,5)
 b. L'abscisse est -3,5 et correspond au point D.
 c. Le point est K(-1).

- 10** -10 -7 -4 -1 2 5 8

- 11** -7 -5,5 -4 -2,5 -1 0,5 2

- 12** 1. a. Le nombre le plus grand est 7.
 b. Le nombre le plus petit est -21.
 c. $-21 < -12 < -5 < 0 < 3 < 7$
 2. a. Le nombre le plus grand est -4,9.
 b. Le nombre le plus petit est -6.
 c. $-6 < -5,5 < -5,1 < -5,05 < -4,99 < -4,9$

- 13** 1. a. A(5 ; 4) b. B(3 ; -2)
 c. A'(-5 ; 4) d. B'(3 ; 2)
 2. a. A et E ont la même abscisse.
 b. B et D ont la même ordonnée.

— Nombres relatifs et droite graduée —

- 14** a. Les moyennes approximatives sont : -5 °C pour le mois de mars ; 5,5 °C en mai ; 9 °C en juin ; -3 °C en novembre.
 b. La température moyenne la plus chaude était de 11 °C, en juillet.
 c. La température moyenne la plus froide était de -7 °C, en janvier.

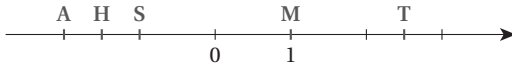
- 15** 1. Les variations du prix de l'essence entre 2008 et 2015 sont les suivantes.

2008-2009	-0,3
2009-2010	+0,2
2010-2011	+0,2
2011-2012	+0,1
2012-2013	0
2013-2014	-0,1
2014-2015	-0,2

2. a. La plus grande variation est de $-0,3$, entre 2008 et 2009.

b. La plus petite variation est de 0 , entre 2012 et 2013.

16



échelle 1/2

17 a. $A(-1,5)$; $B(-1)$; $C(-0,25)$; $D(0,75)$; $E(1,5)$

b. $A(-2\ 000)$; $B(4\ 000)$; $C(2\ 500)$; $D(-3\ 500)$; $E(-500)$

18 a. Vrai b. Vrai c. Faux

— Comparaison de nombres relatifs —

19 a. $2,3 < 3,2$

b. $2,3 > -2,3$

c. $-3,02 < -2,03$

d. $-7,25 > -7,26$

e. $-38,02 > -38,2$

f. $-100 < 0,01$

g. $-0,01 < -0,001$

h. $3,59 > 3,06$

20 $-17 < -7 < -1 < 0 < 8 < 18$

21 a. $3 < 3,8 < 4$

b. $-7 < -6,3 < -6$

c. $0 < 0,03 < 1$

d. $-1 < -0,9 < 0$

22 a. $-125 < -97,1 < -72 < -40 < -28,7 < -19,8 < -8,4 < -0,7 < -0,4 < 1,2$

b. Autre chemin possible :

$-125 < -97,1 < -72 < -40 < -28,7 < -17,3 < -17,2 < -14,1 < -3,1 < -2,9$

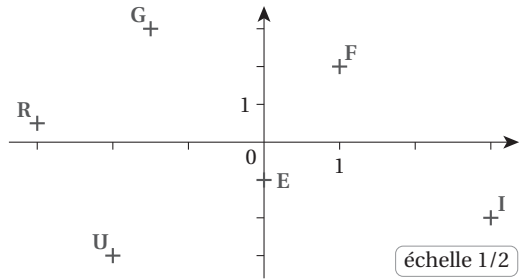
Repérage dans le plan

23 a. $A(-3; -2,5)$; $B(-2; 2)$; $C(-1; -1,5)$; $D(2; 1)$; $E(2; -2)$; $F(0; 3)$; $G(0,5; 2)$; $H(2,5; -3,5)$

b. D et E ont la même abscisse.

c. B et G ont la même ordonnée.

24



Je résous

p. 56-57 du manuel

25 a. 1 b. -3 c. -1

d. -10 e. 3

26 Son abscisse est $V(-3)$.

27 Figures réalisées par l'élève.

a. 1 unité est représentée par 25 mm.

b. 1 unité est représentée par 2 cm.

28 a. Yumi a choisi une unité pour un espace entre deux graduations. Son origine est deux graduations à droite de V.

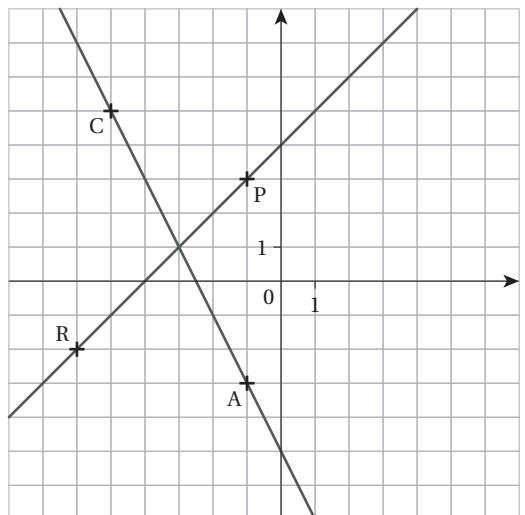
b. Nadia a choisi deux unités pour un espace entre deux graduations. Son origine est une graduation à gauche de V.

29 Le nombre cherché est -6 .

30 Figure réalisée par l'élève.

31 Le nombre cherché est -23 .

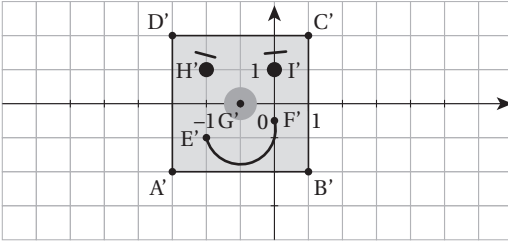
32 a.



b. Les coordonnées du trésor sont $(-3; 1)$.

33 1. A(2 ; 1) ; B(6 ; 1) ; C(6 ; 5) ; D(2 ; 5) ; E(3 ; 2) ; F(5 ; 2,5) ; G(4 ; 3) ; H(3 ; 4) ; I(5 ; 4)

2. a.



b. A'(-3 ; -2) ; B'(1 ; -2) ; C'(1 ; 2) ; D'(-3 ; 2) ; E'(-2 ; -1) ; F'(0 ; -0,5) ; G'(-1 ; 0) ; H'(-2 ; 1) ; I'(0 ; 1)

34 Traduction : Quelle est la couleur de la boîte numéro -982 ?

La boîte sera orange, comme la boîte qui correspond au numéro 8.

35 $5,7 > 0 > -0,4 > -1,4 > -2,2 > -2,7 > -2,8 > -4 > -4,7 > -26,7$

36 La durée totale de son voyage est 21 h 20 min.

Je m'évalue

p. 58 du manuel

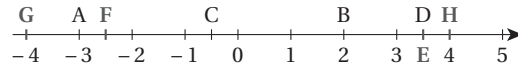
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
b. d	c.	d.	c.	c. d.	b. d.	d.	c.	c.	a

Je prépare le contrôle

p. 59 du manuel

47 a. A(-3) ; B(2) ; C(-0,5) ; D(3,5)

b.



48 1. a. $-5,2 < +5,15$

b. $-1,1 < -1,08$

c. $+0,5 > -0,5$

d. $-10,75 > -10,76$

e. $\frac{14}{100} < \frac{14}{10}$

f. $-1,42 > \frac{-15}{10}$

2. $-1 < -0,09 < 0$

3. $-9,1 < -9,01 < -1,09 < -0,9 < 0,1 < 0,19 < 0,91 < 1,9$

49 a.

Altitude (en m)	Température (en °C)
2 400	-5
2 900	-7,5
3 000	-8
3 100	-8,5
3 300	-9,5
3 400	-10

b. La température au sommet du Mont Blanc est d'environ -17°C .

51 SCRATCH

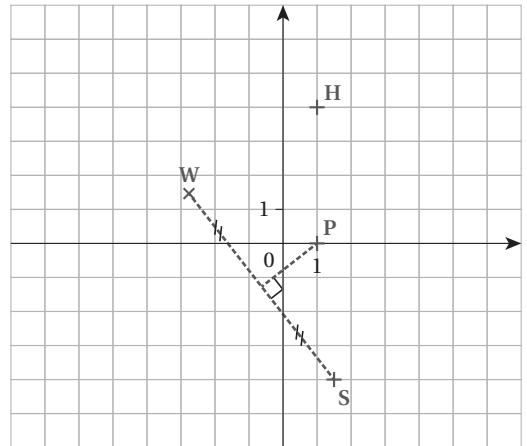
Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

Mathématiques et Sciences

p. 60 du manuel

52 Figure réalisée par l'élève. La graduation conseillée est 0,5 cm pour 100 ans : la frise mesure alors 20 cm.

50 a.



Pour trouver l'emplacement de P, on trace la médiatrice du segment [WS] : elle coupe l'axe des abscisses au point P.

P(1 ; 0)

b. P semble se situer à égale distance des points H et W, c'est-à-dire sur la médiatrice du segment [HW].

4. Utiliser les puissances d'un nombre et la notation scientifique

Quel est le problème ? p. 61 du manuel

Intérêt du problème posé

Cette situation permet d'introduire la notion de puissance tout en remobilisant la notion de nombres opposés et la gestion d'une somme algébrique. L'exercice met en évidence les limites de la calculatrice.

Questions possibles

1. Que signifie la notation 2^{44} ?
2. Quel devrait être le résultat de ce calcul ? Pourquoi ?
3. Pourquoi la calculatrice affiche-t-elle un résultat erroné ?

Exemple de résolution

1. Si l'élève tape 2^{44} sur sa calculatrice, le résultat obtenu est donné sous la forme d'une écriture scientifique, notation qu'il ne connaît pas encore.

Il faut donc faire comprendre à l'élève que 2^{44} est un nombre et que l'on n'a pas besoin de connaître sa valeur pour faire ce calcul (un peu comme pour du calcul littéral).

2. Puisque 2^{44} est un nombre, on utilise les règles de gestion d'une somme algébrique :

$$2^{44} + 1 - 2^{44} = 2^{44} - 2^{44} + 1 = 0 + 1 = 1$$

3. La calculatrice qui est une calculatrice scientifique respecte les priorités opératoires et effectue les calculs de gauche à droite. Elle effectue d'abord $2^{44} + 1$, puis enlève 2^{44} au résultat.

Le fonctionnement de la calculatrice ne permet pas de différencier $2^{44} + 1$ et 2^{44} , car 1 est négligeable par rapport au très grand nombre 2^{44} .

Résultats obtenus avec une calculatrice :

$$2^{44} + 1 - 2^{44} = 0$$

$$1 + 2^{44} - 2^{44} = 0$$

$$2^{44} - 2^{44} + 1 = 1$$

Découvrir les puissances d'un nombre

1

1. a. et b. On compte 4 carrés rouges à l'étape 1 ;

$4 \times 4 = 16$ à l'étape 2 ;

$4 \times 4 \times 4 = 64$ à l'étape 3 ;

$4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$ à l'étape 4.

2. a. On compte 4^2 carrés rouges à l'étape 1 ;

4^3 à l'étape 3.

b. $4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256 \times 4 = 1\ 024$

À l'étape 5, on compte 4^5 , soit 1 024 carrés rouges.

c. À l'étape 10, il y aura 4^{10} carrés rouges.

Avec la calculatrice, on trouve $4^{10} = 1\ 048\ 576$.

2

1. a.

Exposant	1	2	3	4	5
Puissance	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5
Valeur	2	4	8	16	32

Diagramme illustrant la progression des puissances de 2. Des flèches courbes au-dessus indiquent l'ajout de 1 à l'exposant (+1) à chaque étape. Des flèches courbes au-dessous indiquent la multiplication par 2 (×2) à chaque étape.

b.

Exposant	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Puissance	2^{-3}	2^{-2}	2^{-1}	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5
Valeur	1/8	1/4	1/2	1	2	4	8	16	32

Diagramme illustrant la progression des puissances de 2, incluant les puissances négatives. Des flèches courbes au-dessus indiquent la diminution de 1 à l'exposant (-1) à chaque étape. Des flèches courbes au-dessous indiquent la division par 2 (÷2) à chaque étape.

2. a. $2^0 = 1$

b. $2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5$

c. $2^{-2} = \frac{1}{4}$

d. $2^{-3} = \frac{1}{8}$

3. a. $10^5 = 100\ 000$

b. $10^{10} = 10\ 000\ 000\ 000$

c. $10^{-2} = 0,01$

d. $10^{-1} = 0,1$

Faisons le bilan

• Quand n est positif :

$a^n = a \times a \times \dots \times a \times a$ n facteurs égaux de a ;

$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a \times a \times \dots \times a \times a}$ n facteurs égaux de a ;

• Quand $n = 0$ et $a \neq 0$, $a^0 = 1$.

Calculer avec les puissances

3

a. $A = 4 \times 2^3 = 32$

B. $4 + 2^3 = 4 + 8 = 12$

C. $4^3 - 2^3 = 56$

D. $4 + 3 \times 2^3 = 28$

E. $(4 \times 2)^3 = 512$

F. $(4 + 2)^3 = 216$

G. $(4 - 2)^3 = 8$

H. $(4 + 3) \times 2^3 = 56$

b. L'ordre qui convient est : parenthèses ; puissance ; \times et \div ; $+$ et $-$.

1. a. $12 \text{ h} = 24 \times \frac{1}{2} \text{ h}$

Il y aura donc 2^{24} bactéries au bout de 12h, soit 16 777 216 bactéries.

b. Le raisonnement de Marc est faux.

Il faudrait faire : $1\,000 \times 2^4 = 1\,000 \times 16 = 16\,000$.

c. Le raisonnement de Nelly est faux.

Il faudrait faire : $1\,000 \times 2^{20} = 1\,000 \times 10\,048\,576 = 10\,048\,576\,000$

2. a. $2^{14} = 2^{10} \times 2^4$ **b.** $2^{30} = 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} = (2^{10})^3$

c. On peut généraliser ces propriétés :

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad (a^n)^m = a^{n \times m}$$

3. a. $\frac{3^7}{3^5} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = 3 \times 3 = 3^2$

b. $\frac{4^2}{4^6} = \frac{4 \times 4}{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{4^4} = 4^{-4}$

c. $\frac{5^{2016}}{5^{2012}} = \frac{5^{2012+4}}{5^{2012}} = \frac{5^{2012} \times 5^4}{5^{2012}} = 5^4$

d. $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

4. a. $2^6 \times 5^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = (2 \times 5)^6 = 10^6 = 1\,000\,000$

b. $\frac{6^5}{2^5} = \frac{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{6}{2} \times \frac{6}{2} \times \frac{6}{2} \times \frac{6}{2} \times \frac{6}{2} = \left(\frac{6}{2}\right)^5 = 3^5 = 243$

c. $10^5 \times 0,1^5 = (10 \times 0,1)^5 = 1^5 = 1$ **d.** $\frac{7^4}{14^4} = \left(\frac{7}{14}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

Faisons le bilan

$$a^n \times a^m = (a \times b)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Utiliser la notation scientifique

1. a. L'opération est correcte : on a divisé la distance Soleil-Proxima du Centaure exprimée en km par le diamètre de la Terre exprimé en km. Le résultat sera un grand nombre.

b. L'affichage de la calculatrice ne correspond pas à un affichage connu : il s'agit d'une nouvelle façon d'écrire les grands nombres.

2. $43,25 = 4,325 \times 10^1$ $1\,257 = 1,257 \times 10^3$

$0,457 = 4,57 \times 10^{-1}$ $0,000\,75 = 7,5 \times 10^{-4}$

Les résultats obtenus sont de la forme $a \times 10^n$ avec a un nombre décimal dont la partie entière est comprise entre 1 et 9 et n un nombre entier.

3. a. $950\,000\,000\,000\,000\,000 \text{ m} = 9,5 \times 10^{17} \text{ m}$

b. $0,000\,000\,120 \text{ m} = 1,2 \times 10^{-7} \text{ m}$

c. $149\,600\,000\,000 \text{ m} = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$

d. $0,000\,002 \text{ m} = 2 \times 10^{-6} \text{ m}$

Faisons le bilan

La notation scientifique d'un nombre est unique et est de la forme $a \times 10^n$ avec a un nombre décimal dont la partie entière est comprise entre 1 et 9 et n un nombre entier.

Pour les nombres plus grands que 1, n est positif.

Pour les nombres compris entre 0 et 1, n est négatif.

J'applique

p. 63 du manuel

1 $A = 9^5$

$$B = \left(\frac{2}{5}\right)^4 \quad C = (-6)^6$$

2 $a. 3^4 = 81$

b. $(-3)^4 = 81$

c. $-3^4 = -81$

d. $3^{-4} = \frac{1}{81}$

e. $(-3)^{-4} = \frac{1}{81}$

f. $-3^{-4} = -\frac{1}{81}$

3 $a. 3^5 = 243$

b. $(-2)^6 = 64$

c. $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$

d. $(0,1)^3 = 0,001$

e. $(-0,1)^3 = -0,001$

f. $10^7 = 10\,000\,000$

g. $190^1 = 190$

h. $(-9)^1 = -9$

i. $0^1 = 0$

j. $(-256)^0 = 1$

k. $6^{-1} = \frac{1}{6^1} = \frac{1}{6}$

l. $-5^4 = -625$

4 $10^4 \times 10^3 = 10^7$

b. $4^7 \times 4^2 = 4^9$

c. $(-5)^3 \times (-5)^{-2} = (-5)^1$

d. $7 \times 7^3 \times 7^{-3} = 7^1$

e. $\frac{10^4}{10^3} = 10^1$

f. $\frac{4^7}{4^2} = 4^5$

g. $\frac{(-5)^3}{(-5)^{-2}} = (-5)^5$

h. $\frac{7 \times 7^3}{7^{-3}} = 7^7$

i. $(10^4)^3 = 10^{12}$

j. $(4^7)^2 = 4^{14}$

k. $((-5)^3)^{-2} = (-5)^6$

l. $(7 \times 7^3)^{-3} = 7^{-12}$

5 $a. 2^5 \times 5^5 = 10^5$

b. $(-3)^4 \times 2^4 = (-6)^4$

c. $10^{-7} \times 2^{-7} = 20^{-7}$

d. $(-2)^{-3} \times (-3)^{-3} = 6^{-3}$

e. $\frac{2^5}{5^5} = \left(\frac{2}{5}\right)^5$

f. $\frac{(-3)^4}{2^4} = \left(-\frac{3}{2}\right)^4$

g. $\frac{10^{-7}}{2^{-7}} = 5^{-7}$

h. $\frac{(-2)^{-3}}{(-3)^{-3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

6 $a. 2^{40} \div 2 = 2^{39}$

b. $2^{40} \times 2 = 2^{41}$

c. $(2^2)^3 = 2^6 = 64$

d. $(2^3)^2 = 2^6 = 64$

7 **a.** Faux

b. Vrai

c. Vrai

d. Faux

8 **a.** $2,094\,35 \times 10^3$

b. 5×10^3

c. $2,34 \times 10^2$

d. $2,17 \times 10^2$

e. $1,092\,7 \times 10^2$

9 **a.** $150\,000\,000\, \text{km} = 150\,000\,000\,000\, \text{m}$
 $= 1,5 \times 10^{11}\, \text{m}$

b. $5\, \text{mm} = 0,005\, \text{m} = 5 \times 10^{-3}\, \text{m}$

c. $0,14\, \text{nm} = 0,14 \times 10^{-9} = 1,4 \times 10^{-10}\, \text{m}$

d. $7\, \mu\text{m} = 0,000\,007 = 7 \times 10^{-6}\, \text{m}$

e. $6\,400\, \text{km} = 6\,400\,000\, \text{m} = 6,4 \times 10^6\, \text{m}$

2. (1) **e.** (2) **b.** (3) **d.** (4) **a.** (5) **c.**

Je m'entraîne

p. 66-67 du manuel

12 $A = D$

$B = F$

$E = C$

13 **a.** $-9 \times 2 = -18$

b. $-5^2 = 25$

c. $2^3 = 8$

d. $1,5 \times 3 = 4,5$

14 **a.** $10^7 = 10\,000\,000$

b. $7^1 = 7$

c. $4^5 = 1\,024$

d. $6^0 = 1$

e. $\left(\frac{5}{2}\right)^4 = 39,062\,5$

f. $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

g. $\left(\frac{3}{2}\right)^3 = 3,375$

h. $1\,111^1 = 1\,111$

15 **a.** $2^{-3} = \frac{1}{8}$

b. $(-2)^{-5} = -\frac{1}{32}$

c. $5^{-1} = \frac{1}{5}$

d. $10^{-6} = 0,000\,001$

e. $(-0,1)^{-2} = 100$

f. $3^{-4} = \frac{1}{81}$

g. $(-3)^{-2} = \frac{1}{9}$

h. $-3^{-2} = -\frac{1}{9}$

16 **a.** $3^2 \times 3^7 = 3^9$

b. $4 \times 4^{10} = 4^{11}$

c. $12^{-2} \times 12^{-5} = 12^{-7}$

d. $1,5^{-4} \times 1,5^6 = 1,5^2$

e. $(-5)^{-3} \times (-5)^7 \times (-5) = (-5)^5$

f. $(8^3)^4 = 8^{12}$

g. $(11^{-2})^5 = 11^{-10}$

h. $(0,5^{-4})^{-1} = 0,5^4$

i. $(30^{30})^0 = 30^0$

17 **a.** positif **b.** négatif **c.** positif **d.** négatif

e. négatif **f.** positif **g.** négatif

18 **a.** 2^8 **b.** 4^{10} **c.** 3^9 **d.** 2^{14} **e.** 10^{12} **f.** 2^{18}

19 **a.** $138\,400 = 1,384 \times 10^5$

b. $0,051\,1 = 5,11 \times 10^{-2}$

c. $9,85 = 9,85 \times 10^0$

d. $0,000\,087 = 8,7 \times 10^5$

e. $3 \times 10^{-5} \times 40 \times 10^7 = 1,2 \times 10^4$

f. $3 \times 10^7 + 98 \times 10^7 = 1,01 \times 10^9$

g. $\frac{72 \times 10^{72}}{4 \times 10^4} = 1,8 \times 10^{69}$

20 714 films peuvent être enregistrés.

Les puissances d'un nombre

21 a. $5^2 = 25$

c. $(-5)^2 = 25$

e. $(-0,4)^3 = -\frac{8}{125}$

g. $-0,4^3 = -\frac{8}{125}$

i. $0^3 = 0$

k. $(-3)^1 = -3$

b. $5^{-2} = \frac{1}{25}$

d. $-5^2 = -25$

f. $0,4^{-3} = \frac{125}{8}$

h. $(-0,4)^{-3} = -\frac{125}{8}$

j. $3^1 = 3$

l. $-3^1 = -3$

22 a. $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

c. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 16$

e. $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$

g. $\left(\frac{-3}{5}\right)^3 = -\frac{27}{125}$

b. $\left(\frac{-1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256}$

d. $\left(\frac{-1}{4}\right)^0 = 1$

f. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3} = \frac{125}{27}$

h. $\left(\frac{3}{5}\right)^0 = 1$

23 $5^{-2} = \frac{1}{25} = 0,2^2$

$(-5)^2$ est l'inverse de $\frac{1}{25}$.

24 a. $\frac{13^4 \times 13^5}{13^2} = 13^7$

c. $\frac{1,3 \times 1,3^{10}}{(1,3^2 \times 1,3^3)^2} = 1,3^1$

25 a. $6^7 \times 2^7 = 12^7$

c. $\frac{3^4}{2^4} = 1,5^4$

e. $\frac{6^{10}}{2^{10}} = 3^{10}$

26 a. $\frac{2^4}{4^4} = \frac{1}{16}$

c. $4^{-1} \times 4^3 = 16$

e. $10^5 \times 0,1^4 = 10$

27 $2^{-9} \times 2^5 = 2^{-4}$

c. $(3^2)^{-3} \times 3^4 = 3^{-2}$

28 a. $2^{16} \times 4^{16} = 8^{16}$

c. $27 \times 3^{-4} = 3^{-1}$

e. $3^5 \times 10^2 \times 10^3 = 30^5$

g. $\frac{6^{10} \times 3^8}{2^{10}} = 3^{18}$

29 A = 46

B = -7,94

C = 63 000

D = 0,2

E = $-\frac{1}{45}$

30 Traduction : $A = 3x^2 - 2x - 1$

1. Trouver la valeur de A si $x = 0,2$, $x = -1$ et $x = \frac{1}{3}$

2. Trouver les valeurs de x si :

a. A est égale à -1 ;

b. A est égale à 0 ;

c. $1\ 100 < A < 1\ 200$

1. Pour $x = 0,2$, on trouve -1,28.

Pour $x = -1$, on trouve 4.

Pour $x = \frac{1}{3}$, on trouve $-\frac{4}{3}$.

2. a. $x = 0$

b. $x = 1$

c. $x = 20$

31 $2^{37} \times 2^{40} = 2^{77} \approx 1,51 \times 10^{23}$ étoiles

1 000 milliards \times 100 milliards = 10^{23}

Il y a plus d'étoiles dans l'univers que de grains de sable sur la Terre.

Notation scientifique et préfixes scientifiques

32 a. $5,158 \times 10^{-2} = 0,051\ 58$

b. $3,851 \times 10^1 = 38,51$

c. $7,5 \times 10^8 = 750\ 000\ 000$

d. $4,06 \times 10^{-4} = 0,000\ 406$

33 a. $87 \times 10^{-8} = 8,7 \times 10^{-7}$

b. $0,5 \times 10^4 = 5 \times 10^3$

c. $0,006\ 5 \times 10^7 = 6,5 \times 10^4$

d. $3,04 \times 100^2 = 3,04 \times 10^4$

34 a. $2 \times 10^5 \times 7,5 \times 10^6 = 1,5 \times 10^{12}$

b. $\frac{3,5 \times 10^{-6}}{14 \times 10^{-2}} = 2,5 \times 10^{-5}$

c. $13 \times 10^{21} + 2 \times 10^{19} = 1,302 \times 10^{22}$

d. $4,8 \times 10^{-10} - 2 \times 10^{-11} = 4,6 \times 10^{-10}$

35 a. $\mathcal{A}_{ABCD} = 2,4 \times 10^{40}$

$\mathcal{A}_{EFGH} = 2,5 \times 10^{41}$

Le carré a la plus grande aire.

b. $\mathcal{P}_{\text{rectangle}} = 7,9 \times 10^{20}$

$\mathcal{P}_{\text{carré}} = 2 \times 10^{21}$

Le carré a le plus grand périmètre.

36 Environ 0,33 % des cellules se renouvèlent.

37 $10^5 = 100\ 000$

$10^{-1} = 0,1$

$10^{-2} =$ un centième

$10^0 = 1$

$10^8 = 100\ 000\ 000$

$10^{-4} = 0,000\ 1$

$10^{11} =$ cent milliards

38 a. $3,75 \times 10^{-4}$ m

b. 3×10^{-9} g

Je résous

p. 68-69 du manuel

39 a. Carré n°2 : 2^{-1} Carré n°3 : 2^{-2}

Carré n°4 : 2^{-3}

Carré n°5 : 2^{-4}

b. $2^{-19} \approx 1,9 \mu\text{m}$ et $2^{-20} \approx 0,95 \mu\text{m}$

À partir du carré n°21, l'aire du dernier carré construit sera inférieure à $1 \mu\text{m}$.

40

3^{10}	3^7	3^4	3^{18}
3^5	3^{17}	3^{11}	3^6
3^{16}	3^2	3^9	3^{12}
3^8	3^{13}	3^{15}	3^3

41 $2^6 + 2^6 < 2^8 = 0,5^{-8} < 8^3 < (-2)^{10} < 4^7$

42 1. a. $784 = 2^4 \times 7^2$

b. $3\,375 = 3^3 \times 5^3$

$2\,352 = 2^4 \times 3 \times 7^2$

2. a. 784 est le carré de 28.

b. 3 375 est le cube de 15.

43 Le chiffre des unités est 7.

44 1. b. $3^3 = 27$

2. $4^3 \times 3^2 = 576$

45 Oui, $4^{2016} \times 2016^4$ est le carré de 2 304.

46 a. Faux b. Faux c. Vrai d. Faux

47 Le nombre le plus proche est 10^5 .

48 Le volume est environ $1,17 \times 10^{-9}$ m.

49 $m_{\text{molécule d'eau}} = 3,04 \times 10^{-26}$ kg

Il y a environ $4,9 \times 10^{25}$ molécules d'eau dans une bouteille de 1,5 L.

50 $2^{10\,000} = (2^{10})^{1\,000} = 1\,024^{1\,000}$

$10^{3\,000} = (10^3)^{1\,000} = 1\,000^{1\,000}$.

Donc $2^{10\,000} > 10^{3\,000}$.

51 $2^{21} - 2^{20} = 2 \times 2^{20} - 2^{20} = 2^{20}$

A est au milieu de [OB].

52 a.

Résultats du programme de calcul			
Mercure	0	Mars	2^2
Vénus	2^0	Jupiter	2^4
Terre	2^1	Saturne	2^5

53 Sur la dernière case, il y aura 2^{63} (c'est-à-dire environ $9,22 \times 10^{18}$) grains de riz.

$2^{63} \times 0,02 \approx 1,84 \times 10^{17}$ g = $1,84 \times 10^{11}$ t \approx 184 467 Mt

Ce résultat correspond à environ 385 années de production, comme celle de 2013-2014.

Je m'évalue

p. 70 du manuel

54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
b.	d.	d.	c. d.	c.	b.	c. d.	c.	c.	b.	b.	a.	b. c.	a. d.

Je prépare le contrôle

p. 71 du manuel

68 a. $5^3 = 125$

c. $1\,597^1 = 1\,597$

e. $(-5)^2 = 25$

g. $\frac{4^3}{5} = 12,8$

69 a. $(10^8)^{-4} \times 10^{10} \times 10^{25} = 10^3$

b. $5^4 \times 2^4 = 10^4$

c. $\frac{10^{-26} \times 10^{11}}{10^{-20}} = 10^5$

b. $421^0 = 1$

d. $-5^2 = -25$

f. $5^{-2} = \frac{1}{25}$

h. $\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{125}$

70 a. $\frac{2^3}{2^{-5}} = 2^8$

b. $5^3 \times 5^{-4} = 5^{-1}$

c. $(7^{-5})^{-3} = 7^{15}$

d. $3^5 \times 7^5 = 21^5$

e. $2^2 \times 9 = 6^2$

71 a. $267 = 2,67 \times 10^2$

b. $\frac{8\,000 \times 0,000\,000\,007}{140\,000\,000} = 4 \times 10^{-12}$

c. $\frac{3 \times 10^4 \times 1,2 \times (10^{-5})^4}{0,2 \times 10^{-8}} = 1,8 \times 10^{-7}$

72 a. $\frac{550 \times 10^{-4}}{20 \times 10^{-2}} = \frac{550}{20} \times 10^{-4+2} = 2,75 \times 10^{-1}$

b. $5^3 - (2^4 + 7)^2 = 125 - (16 + 7)^2$
 $= 125 - 23^2$
 $= 125 - 529$
 $= -404$
 $= -4,04 \times 10^2$

c. $550 \times 10^{-4} - 20 \times 10^{-2} = 0,055 - 0,2$
 $= -0,145$
 $= -1,45 \times 10^{-1}$

73 a. $300\,000 \text{ km} = 3 \times 10^5 \text{ km}$

b. $300\,000 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365 = 9\,460\,800\,000\,000$
 $= 9,460\,8 \times 10^{12} \text{ km}$

Une année-lumière mesure $9,460\,8 \times 10^{12} \text{ km}$.

74 Quand on plie 1 fois, on obtient 2^1 morceaux.

Quand on plie 2 fois, on obtient 2^2 morceaux.

Quand on plie n fois, on obtient 2^n morceaux.

$384\,400 \text{ km} = 3,844 \times 10^{11} \text{ mm}$

$3,844 \times 10^{11} \div 0,1 = 3,844 \times 10^{12}$

Il faut avoir au moins $3,844 \times 10^{12}$ morceaux de feuilles superposées.

$2^{41} \approx 2,2 \times 10^{12}$ $2^{42} \approx 4,4 \times 10^{12}$

Il faut donc plier la feuille de papier 42 fois.

75 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

Mathématiques et Création artistique p. 72 du manuel

76 a. $10^{14} = 10^5 \times 10^9 = 100\,000$ milliards

Le titre reflète bien la réalité.

b. $45 \text{ s} + 15 \text{ s} = 60 \text{ s} = 1 \text{ min}$

En une minute, on lit 1 sonnet et on prépare le sonnet suivant.

En une heure, on lit 60 sonnets.

En 8 h, on lit 480 sonnets.

En 200 jours, on lit 96 000 sonnets.

$10^{14} \div 96\,000 = 1\,041\,666\,667$

Cela fait 1 041 666 667 années, soit 10 416 666,67 siècles pour tout lire.

En 24 h, on lit 1 440 sonnets.

En 365 jours, on lit 525 600 sonnets.

$10^{14} \div 525\,600 = 190\,258\,751,9$

Les affirmations sont donc vérifiées.

Fin de l'unité A

J'utilise tout ce que je sais p. 73 du manuel

1 $\frac{65}{100} > \frac{11}{20} > \frac{10}{19} > \frac{4}{25}$

Le football a obtenu la plus grande proportion en 5^e A.

2 Oui, l'âge moyen de la population peut être inférieur à 40 ans.

3 a. Yoann : $10^8 = 100\,000\,000$

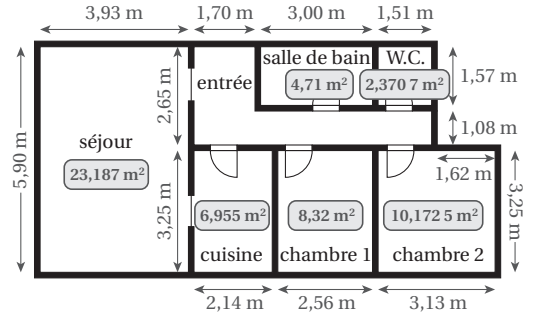
Mathilde : $(26 \times 2 + 10^8) \approx 2,18 \times 10^{14}$

b. Pour trouver le mot de passe de Yoann, il faut 200 s, soit 3 min 20 s.

Pour trouver celui de Mathilde, il faut 436 680 211,2 s, soit un peu moins de 14 ans.

c. $62^{32} \div 500\,000 \approx 4,55 \times 10^{51}$ s, soit environ $1,44 \times 10^{44}$ années.

4



UNITÉ B Opérations

Progression dans l'unité

Chapitre	5 ^e	4 ^e	3 ^e
5. Additionner et soustraire	Additionner et soustraire avec les nombres relatifs Notion d'opposé	Additionner et soustraire avec des fractions	
6. Multiplier et diviser	Multiplier des fractions	Multiplier des relatifs Notion d'inverse Diviser des fractions Diviser des relatifs	
7. Enchaîner des opérations	Priorités opératoires Calculs rapides		

- 1** a. $234,7 + 23,57 = 258,27$
b. $23,5 \times 3,4 = 79,90$
c. $540 \div 12 = 45$
d. $251 - 178,03 = 72,97$
e. $156,347 - 15,352 = 140,995$

- 2** 1. a. $145,5 \times 22,64 = 3\,294,120$
b. $145,5 - 22,64 = 122,86$
2. $3\,294,12 + 122,86 = 3\,416,98$

- 3** a. $6 - 2 = 4$
Dimitri a 4 crayons.
b. $6 \times 30 = 180$
Il y a 180 élèves de 5^e.
c. $2,45 + 1,05 + 4,55 = 8,05$
J'ai dépensé 8,05 €.
d. $625 \times 3 = 1\,875$
 $93 \times 20 = 1\,860$
 $94 \times 20 = 1\,880$

Il faut commander 94 paquets pour l'année.
On commande 32 paquets au premier trimestre,
puis 31 paquets au deuxième trimestre et 31 paquets
au troisième trimestre. Il restera 5 enveloppes.

- 4** a. $27 \times 42 = 1\,134$
Le nombre est 1 134.
b. $45,6 - 23,5 = 22,1$

Le nombre est 22,1.
c. $236 \div 4 = 59$
Le nombre est 59.
d. $857 - 344 = 513$
Le nombre est 513.

- 5** a. Pour 6 entrées, les tarifs sont :
Tarif A : $8 + 6 \times 3,50 = 29$
Tarif B : $6 \times 4,50 = 27$
Le tarif B est plus avantageux.
b. Pour 10 entrées, les tarifs sont :
Tarif A : $8 + 10 \times 3,50 = 43$;
Tarif B : $10 \times 4,50 = 45$.
Le tarif A est plus avantageux.
c. Pour 15 entrées, les tarifs sont :
Tarif A : $8 + 15 \times 3,50 = 60,50$;
Tarif B : $15 \times 4,50 = 67,50$.
Le tarif A est plus avantageux.

- 6** $178 = 2 \times 60 + 58$
Ils peuvent acheter deux lots de 6 pizzas.
 $58 = 2 \times 22,50 + 13$
Ils peuvent acheter deux lots de 2 pizzas avec le
reste.
 $13 = 1 \times 12,50 + 0,50$
Ils peuvent acheter une pizza avec le reste.
En tout, ils peuvent donc acheter 17 pizzas.

5. Additionner et soustraire

Quel est le problème ? p. 77 du manuel

Intérêt du problème posé

Cette situation permet d'introduire la notion d'addition et, plus particulièrement, l'addition de fractions de dénominateurs différents.

Questions possibles

1. Quels sont les dénominateurs de deux fractions que l'on peut lire sur les verres doseurs ?
2. Trouver le plus petit multiple commun de ces deux nombres.
3. Transformer une seule fraction ou les deux fractions pour qu'elles soient au même dénominateur.
4. Additionner les fractions.
5. La carafe est-elle assez grande ?

Exemple de résolution

1. Sur les verres doseurs, on peut lire $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{8}$, dont les dénominateurs sont 2 et 8.

2. 8 est un multiple de 2, donc 2 est le plus petit dénominateur commun.

$$3. \frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$

$$4. \frac{1}{2} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$$

$$5. \frac{7}{8} < 1$$

La carafe est assez grande.

Additionner et soustraire des nombres relatifs

1

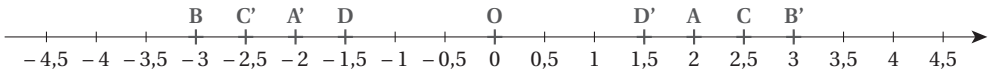
- 1. a.** Le résultat de la première partie est 7.
b. Le résultat de la deuxième partie est -9.
2. a. L'opération à effectuer pour obtenir le résultat est une somme.
b.

Partie n°	1	2	3	4	5	6	7
1 ^{re} manche	2	-6	2	-7	-1	-4	8
2 ^e manche	5	-3	-4	3	-5	7	-1
Résultat de la partie	7	-9	-2	-4	-6	3	7

3. et 4. Les colonnes coloriées en gris clair sont celles qui correspondent aux parties pour lesquelles Clément a gagné ou perdu aux deux manches.
 Les colonnes en gris foncé sont celles qui correspondent aux parties où Clément a perdu à l'une des deux manches.

2

- 1.** Les abscisses des points sont A(2) ; B(-3) ; C(2,5) ; D(-1,5).
2. a.



- b.** Leurs abscisses sont des nombres opposés.

3

- a.** La somme des cartes est 15.
b. Quand on retire la carte + 5, la somme des cartes est 10.
c. Quand on remet la carte +5 et que l'on retire la carte -3, la somme est 18.
d. Si, à la place, on retire la carte -1, on obtient 16.
 Si, à la place, on retire la carte +2, on obtient 13.
 Si, à la place, on retire la carte -6, on obtient 21.

4

- a.** L'abscisse de A est 2.
 On note A(2) ; B(5) ; C(-4 ; 5) et D(-1).
b. $AB = 3$
 On peut retrouver cette distance en calculant l'abscisse de B moins celle de A : $AB = 5 - 2 = 3$
c. $AC = 6,5$ et $x_A - x_C = 2 - (-4,5) = 2 + 4,5 = 6,5$
 $CD = 3,5$ et $x_D - x_C = -1 - (-4,5) = -1 + 4,5 = 3,5$
 $BD = 6$ et $x_B - x_D = 5 - (-1) = 5 + 1 = 6$

Faisons le bilan

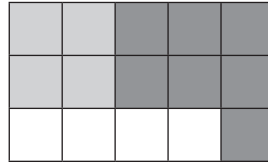
- Pour additionner deux nombres de signes contraires, on prend le signe du nombre qui a la plus grande valeur numérique et on soustrait les deux valeurs numériques.
- Pour soustraire un nombre relatif, il faut ajouter son opposé.
- Pour calculer la distance de deux points sur une droite graduée, on soustrait la plus petite abscisse à la plus grande.

Additionner et soustraire des fractions

5

1. a. $\frac{4}{15}$ du rectangle est colorée en jaune.

b. Le gris clair représente le jaune, le gris foncé le vert.



c. $\frac{4}{15} + \frac{7}{15} = \frac{11}{15}$

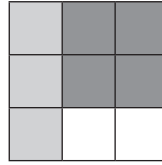
2. La soustraction représentée sur le rectangle est $\frac{11}{18} - \frac{4}{18} = \frac{7}{18}$.

6

1. a. $\frac{3}{9}$ est une fraction équivalente de $\frac{1}{3}$.

Le gris clair représente le jaune, le gris foncé le vert.

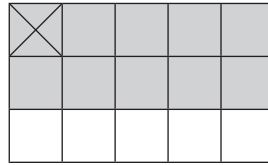
L'égalité complétée est : $\frac{1}{3} + \frac{4}{9} = \frac{3}{9} + \frac{4}{9} = \frac{7}{9}$.



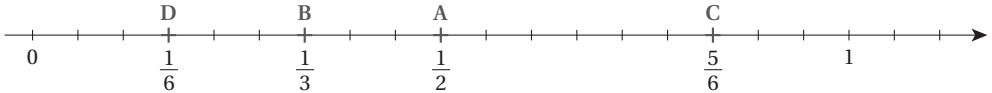
b. Le gris clair représente la fraction $\frac{2}{3}$, et la

croix la soustraction de $\frac{1}{15}$.

L'égalité complétée est : $\frac{2}{3} - \frac{1}{15} = \frac{10}{15} - \frac{1}{15} = \frac{9}{15}$.



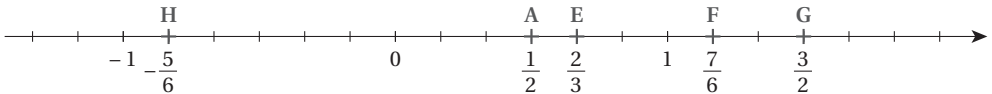
2. a.



L'abscisse de C est $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$.

b. L'abscisse de D est $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

c.



On a donc $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$ et $\frac{2}{3} - \frac{3}{2} = -\frac{5}{6}$.

Faisons le bilan

- Pour additionner deux fractions qui ont le même dénominateur, on garde le dénominateur et on ajoute les numérateurs.
- Pour soustraire deux fractions qui ont le même dénominateur, on garde le dénominateur et on soustrait les numérateurs.
- Pour additionner et pour soustraire deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, il faut d'abord les mettre au même dénominateur.

1 a. $7 + 9 = 16$

c. $(-6) + 4 = -2$

e. $(-3) + (-9) = -12$

g. $(-8) + (-5) = -13$

2 a. $(+1,7) + (+4,3) = +6$

c. $(-1,7) + (-4,3) = -6$

3 a. $5 + (-9) = -4$

c. $(-8) + (-8) = -16$

e. $3,8 + 8,2 = 12$

4 a. $(+16) + (-4) + (+3) + (+4) + (-2) = +17$

b. $(-12) + (-6) + (+5) + (+6) + (-8) = -15$

c. $(-2) + (+6,3) + (-3,5) + (+5,7) + (-1,5) = +5$

d. $(+2,3) + (+5,3) + (+8,1) + (-3,7) = +12$

5 a. A et D sont symétriques par rapport à l'origine.

b. Il peut s'agir de A et D, ou encore de C et G.

c. Il s'agit du point H, d'abscisse -3,5.

6 a. $20 - 13 = 7$

c. $7 - 8 = -1$

e. $-2 - 6 = -8$

g. $3 - 5 = -2$

7 a. $5 - (-9) = 14$

c. $(-8) - (-8) = 0$

e. $3,4 - 9,4 = -6$

8 $AB = 2 - 0,5 = 1,5$

$BC = 0,5 - (-5) = 5,5$

9 a. $\frac{5}{9} + \frac{3}{9} = \frac{8}{9}$

c. $\frac{2,3}{8} + \frac{4,5}{8} = \frac{6,8}{8}$

e. $\frac{-7}{8} + \frac{-20}{8} = \frac{-27}{8}$

g. $\frac{5,4}{7} + \frac{-6,4}{7} = \frac{-1}{7}$

10 a. $\frac{17}{5} + \frac{7}{5} = \frac{24}{5}$

11 a. $\frac{13}{2} - \frac{8}{2} = \frac{5}{2}$

c. $\frac{7}{3} - \frac{5}{3} = \frac{2}{3}$

e. $\frac{8,1}{7} - \frac{3,1}{7} = \frac{5}{7}$

g. $\frac{-3,8}{12} - \frac{9,2}{12} = \frac{-13}{12}$

12 a. $\frac{17}{5} - \frac{7}{5} = \frac{10}{5} = 2$

b. $8 + (-1) = 7$

d. $2 + (-5) = -3$

f. $(-1) + 1 = 0$

h. $(-5) + 8 = 3$

b. $(-1,7) + (+4,3) = 2,6$

d. $(+1,7) + (-4,3) = -2,6$

b. $10 + (-10) = 0$

d. $(-7,9) + 1,9 = -6$

f. $-2 + 6 = +4$

b. $(-9) - (+3) = -12$

d. $(-5) - (-5) = 0$

f. $-4 - 1 = -5$

h. $(-8) - (-7) = -1$

b. $10 - (-10) = 20$

d. $(-6,3) - 1,7 = -8$

f. $-6,2 - 3,8 = -10$

AD = $2 - (-2,5) = 4,5$

CD = $-2,5 - (-5) = 2,5$

b. $\frac{20}{7} + \frac{10}{7} = \frac{30}{7}$

d. $\frac{3,9}{5} + \frac{2,1}{5} = \frac{6}{5}$

f. $\frac{-1}{21} + \frac{-4}{21} = \frac{-5}{21}$

h. $\frac{-9,1}{5} + \frac{-1,9}{5} = \frac{-11}{5}$

b. $\frac{3}{8} + \left(-\frac{7}{8}\right) = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$

b. $\frac{7}{30} - \frac{20}{30} = \frac{-13}{30}$

d. $\frac{18}{4} - \frac{5}{4} = \frac{13}{4}$

f. $\frac{0,4}{3} - \frac{7,2}{3} = \frac{-6,8}{3}$

h. $\frac{6}{7} - \frac{-4,5}{7} = \frac{10,5}{7}$

b. $\frac{3}{8} - \left(-\frac{7}{8}\right) = \frac{3}{8} + \frac{7}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

13 $A = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{5}{5} = 1$

$B = \frac{-11}{3} + \frac{2}{3} = \frac{-9}{3} = -3$

$C = \frac{4}{3} - \frac{10}{3} = \frac{-6}{3} = -2$

$D = \frac{-21}{10} - \frac{2}{10} = \frac{-23}{10}$

$E = \frac{2}{11} - \frac{9}{11} - \frac{15}{11} = \frac{-22}{11} = -2$

$F = \frac{7}{4} + \frac{10}{4} - \frac{21}{4} = \frac{-4}{4} = -1$

$G = \frac{-3,5}{6} + \frac{2,3}{6} - \frac{10,8}{6} = \frac{-12}{6} = -2$

14 a. $\frac{7}{6} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6} + \frac{4}{6} = \frac{11}{6}$

b. $4 + \frac{1}{2} = \frac{8}{2} + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$

c. $\frac{-12}{5} + \frac{1}{10} = \frac{-24}{10} + \frac{1}{10} = \frac{-23}{10}$

d. $\frac{4,5}{2,1} + \frac{8}{0,3} = \frac{4,5}{2,1} + \frac{56}{2,1} = \frac{60,5}{2,1} = \frac{605}{21}$

e. $\frac{1}{9} - \frac{1}{27} = \frac{3}{27} - \frac{1}{27} = \frac{2}{27}$

f. $\frac{23}{30} - \frac{3}{10} = \frac{23}{30} - \frac{9}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$

g. $\frac{8}{9} - \frac{1}{3} = \frac{8}{9} - \frac{3}{9} = \frac{5}{9}$

h. $\frac{2,4}{0,5} + \frac{1,9}{8} = \frac{38,4}{8} + \frac{1,9}{8} = \frac{40,3}{8} = \frac{403}{80}$

15 a. $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{8}{20} + \frac{15}{20} = \frac{23}{20}$

b. $\frac{5}{7} - \frac{3}{2} = \frac{10}{14} - \frac{21}{14} = \frac{-11}{14}$

c. $\frac{-2}{3} - \frac{3}{2} = \frac{-4}{6} - \frac{9}{6} = \frac{-13}{6}$

d. $\frac{0,6}{5,4} - \frac{5}{6} = \frac{6}{54} - \frac{45}{54} = \frac{-39}{54} = \frac{-13}{18}$

e. $\frac{7}{2} - \frac{2}{3} = \frac{21}{6} - \frac{4}{6} = \frac{17}{6}$

f. $\frac{4}{7} - \frac{7}{4} = \frac{16}{28} - \frac{49}{28} = \frac{-33}{28}$

g. $\frac{7}{12} - \frac{2}{9} = \frac{21}{36} - \frac{8}{36} = \frac{13}{36}$

h. $\frac{2,7}{0,8} - \frac{5}{6} = \frac{81}{24} - \frac{20}{24} = \frac{61}{24}$

Additionner et soustraire des nombres relatifs

18 La température relevée à 12 h est $-4,5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

19 a. $(+83) + (-12) = 71$ b. $(-16) + (+85) = 69$
 c. $(+81) + (+32) = 113$ d. $(-123) + (-567) = -690$

20 a. $(-7,2) + (-2,7) = -9,9$
 b. $(+5,8) + (+7,2) = 13$
 c. $-2,5 + 5,2 = 2,7$ d. $61,4 + (-3,2) = 58,2$

21 a. L'opposé de 8 est -8 .
 b. -3 est l'opposé de 3.
 c. $\frac{3}{4}$ a pour opposé $-\frac{3}{4}$.

d. $-4,7$ et $4,7$ sont des nombres opposés.

22 a. Faux b. Ce matin, il fait $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$.
 c. La température a baissé de $12\text{ }^{\circ}\text{C}$.

23 a. $(-4) - (+1) = -5$ b. $(+6) - (-8) = 14$
 c. $(-5,1) - (-5,1) = 0$ d. $(+9,5) - (+0,5) = 9$

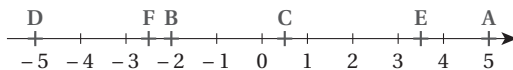
24 a. $AB = 5,5$
 b. L'abscisse du point C est $-5,5$.

25 a. Vrai b. Faux c. Faux
 d. Faux e. Faux f. Faux

26 Seule l'expression E est positive.

27 a. C'est impossible.
 b. Par exemple : $(-2) + (-6)$.
 c. Par exemple : $(+2) + (-10)$.

28 a.



b. Son abscisse est $F(-2,5)$.
 c. $EF = 6$ et $BD = 3$, donc $EF > BD$.

29 Il fut élu en -461 .

30 a. À Paris, il est 14 h 15 min.
 b. À Toulouse, il est 16 h 30 min.

31 a. $(-7) + (+7) = 0$ b. $(4) + (-4) = 0$
 c. $(-6) + (-3) = (-9)$ d. $(+12) + (-16) = (-4)$
 e. $(+12) - (+4) = (+8)$ f. $(+3) - (-3) = (+6)$

32 $+1\ 100 + (-300) + 550 + (-890) = 810$
 L'arrivée se trouve à 810 m .

33 $A = -37$ $B = -40$ $C = -2$ $D = -10$

34 $[(-27) + (-8)] - (-5) + [4 - (-9)] = -27$

35 $A = -2$ $B = -15$ $C = -14$ $D = 27$

36 $1\ 750 - 630 + 48 - 392 - 28 = 1\ 130$

Le solde du compte à la fin du mois est $1\ 130\text{ }^{\circ}$.

37

a	9	7	-3	-5
b	-1	-6	8	-2
c	5	-3	-4	6
$a - b + c$	15	10	-15	3
$a - b - c$	5	16	-7	-9
$a - (b + c)$	5	16	-7	-9

38 a. $MA = 42$ $MT = 67$ $MH = 84$ $AH = 42$
 $TH = 17$ $TS = 35$ $HS = 18$

b. $MA = AH = 42 = MH \div 2$ A est le milieu de [MH].

c. H n'est pas le milieu de [TS] car $HT = 17$ et $HS = 18$.

39 a. $(4) - 6 + 11 - 9 = -4$ b. $(2) 6 - 11 - 9 = -14$

c. $(1) -6 + 11 + 9 = 14$ d. $(3) 6 - 11 + 9 = 4$

40 $A = -2 + 5 - 7 = -4$ $B = 3 - 4 + 12 = 11$
 $C = 4,8 - 7,6 + 2,3 = -0,5$ $D = -8 + 0,9 - 1,7 = -8,8$
 $E = -2,25 + 8 - 4,75 - 2 = -1$
 $F = -7,5 + 5,6 - 2,5 + 4 - 3 = -3,4$

– Additionner et soustraire des nombres en écriture fractionnaire

41 a. $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$

b. $\frac{11}{7} - \frac{15}{7} = -\frac{4}{7}$

c. $\frac{7}{12} - \frac{15}{12} - \frac{1}{12} = -\frac{3}{4}$

d. $\frac{6}{9} - \frac{5}{3} = -1$

e. $\frac{5}{2} - \frac{4}{8} = 2$

f. $\frac{7}{3} - \frac{16}{6} - \frac{12}{9} = -\frac{5}{3}$

42 a. $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

b. $\frac{1}{5} - \frac{7}{15} = -\frac{4}{15}$

c. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$

d. $\frac{4}{5} - \frac{5}{4} = -\frac{9}{20}$

e. $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{18}$

f. $\frac{7}{2} - \frac{1}{3} + \frac{3}{4} = \frac{47}{12}$

43 a. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

b. $\frac{5}{7} + \frac{2}{5} = \frac{39}{35}$

c. $\frac{4}{3} - \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$

d. $\frac{3}{5} - \frac{7}{10} = -\frac{1}{10}$

e. $\frac{3}{4} - \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$

f. $-\frac{2}{7} + \frac{5}{21} = -\frac{1}{21}$

44 a. $1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3}$

b. $\frac{7}{3} - 6 = -\frac{11}{3}$

c. $0,1 - \frac{6}{5} = -\frac{11}{10}$

d. $-\frac{3}{15} - 1,6 = -\frac{9}{5}$

e. $0,28 + \frac{9}{100} - \frac{11}{50} = \frac{3}{20}$

45 a. $\frac{4}{11} + \frac{6}{11} = \frac{10}{11}$

b. $\frac{17}{13} - \frac{57}{13} = \frac{-40}{13}$

c. $\frac{19}{7} - \frac{10}{7} = \frac{9}{7}$

d. $\frac{34}{21} - \frac{18}{21} = \frac{16}{21}$

e. $\frac{-2}{5} - \frac{4}{15} = \frac{-10}{15}$

f. $\frac{5}{6} + \frac{1}{18} = \frac{8}{9}$

46 $A = \frac{7}{3} + \frac{11}{5} = \frac{68}{15}$

$B = \frac{2}{7} - \frac{5}{9} = -\frac{17}{63}$

$C = -\frac{5}{6} - \frac{7}{4} = -\frac{31}{12}$

$D = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{5}{3} + \frac{3}{2} = 4$

$E = \frac{7}{5} + \frac{13}{5} - \frac{3}{10} - \frac{7}{10} = 3$

47 $\frac{1}{7} + \frac{12}{7} - \left(\frac{5}{7} + \frac{3}{7}\right) - \frac{5}{7} = 0$

48 Les deux intrus sont $\left(\frac{5 \times 2}{4 \times 2}\right)$ et $\frac{5}{3} - \frac{5}{12} - \frac{1}{24}$.

49 $1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$

Oui, il en reste $\frac{2}{15}$.

50 **1. a.** $\frac{11}{10} = 1,1$ **b.** $\frac{1}{4} = 0,25$ **c.** $\frac{3}{2} = 1,5$

d. $\frac{7}{5} = 1,4$ **e.** $\frac{9}{2} = 4,5$ **f.** $\frac{14}{20} = 0,7$

2. a. $\frac{11}{10} + \frac{3}{2} = \frac{11}{10} + \frac{15}{10} = \frac{26}{10} = 2,6$

$\frac{11}{10} + \frac{3}{2} = 1,1 + 1,5 = 2,6$

b. $\frac{9}{2} - \frac{7}{5} = \frac{45}{10} - \frac{14}{10} = \frac{31}{10} = 3,1$ $\frac{9}{2} - \frac{7}{5} = 4,5 - 1,4 = 3,1$

c. $\frac{1}{4} + \frac{3}{2} - \frac{14}{20} = \frac{5}{20} + \frac{30}{20} - \frac{14}{20} = \frac{21}{20} = 1,05$

$\frac{1}{4} + \frac{3}{2} - \frac{14}{20} = 0,25 + 1,5 - 0,7 = 1,05$

51 $A = 2 - \frac{25}{9} = -\frac{7}{9}$

$B = \frac{2}{7} - 7 = -\frac{47}{7}$

$C = -\frac{5}{3} - 10 = -\frac{35}{3}$

$D = \frac{11}{9} - \frac{5}{4} + 5 = \frac{179}{36}$

$E = -\frac{5}{3} - \frac{5}{6} + \frac{5}{9} = -\frac{35}{18}$

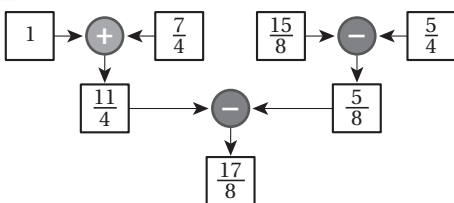
52 $A = \frac{20}{5} - \frac{25}{6} = -\frac{1}{6}$

$B = 1 + \frac{1}{6} - \frac{5}{4} = -\frac{1}{12}$

$C = \frac{1,5}{5} - \frac{3,2}{4} = -\frac{1}{2}$

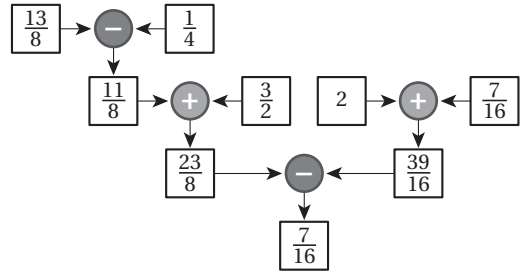
$D = \frac{-8}{14} - \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{7}\right) = -\frac{15}{28}$

53 a.



b. $\left(1 + \frac{7}{4}\right) - \left(\frac{15}{8} - \frac{5}{4}\right)$

c.



54 a. $12 \times 3 + 4 - \frac{7}{6} = 40 - \frac{7}{6} = \frac{233}{6}$

b. $\frac{1}{12} \times 3 + 4 - \frac{7}{6} = \frac{51}{12} - \frac{14}{12} = \frac{37}{12}$

Marie obtient $\frac{233}{6}$. Sélim obtient $\frac{37}{12}$.

55 a. $\frac{1}{12}$ des dépenses sont des frais de compte.

b. Les fournitures et la communication réunis représentent $\frac{7}{9}$ des dépenses.

56 a. $x + y = \frac{1}{6} + \frac{3}{5} = \frac{23}{30}$ **b.** $y + t = \frac{3}{5} + (-4) = -\frac{17}{5}$

c. $z - y = -\frac{2}{3} - (-4) = \frac{1}{15}$

d. $-t - z = -(-4) - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{10}{3}$

57 **a.** Vrai **b.** Vrai **c.** Faux

58 **a.** Vrai **b.** Vrai **c.** Faux

59

a	2	$-\frac{5}{7}$	$-\frac{1}{2}$
b	$-\frac{1}{3}$	-1	$\frac{1}{4}$
c	$\frac{5}{4}$	$\frac{2}{14}$	$-\frac{1}{8}$
a - b + c	$\frac{43}{12}$	$\frac{1}{7}$	$-\frac{7}{8}$
a - b - c	$\frac{13}{12}$	$\frac{1}{7}$	$-\frac{5}{8}$

60 Le nombre obtenu est 1.

61 a. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

On peut conjecturer que le résultat est égal à la différence de 1 et de la dernière fraction.

b. Vérification par le tableur.

c. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$

62 a. En choisissant 6, on obtient 7.

En choisissant -2, on obtient -17.

b. Agathe a choisi le nombre 5.

63 1. Ces personnages sont des mathématiciens.

2. $-625 < -580 < -300 < 1\ 973$

a. Environ 2 273 années séparent la naissance d'Euclide à celle de Cédric Villani.

b. Environ 45 années séparent la naissance de Thalès à celle de Pythagore.

64 Le prix du gaz au 1^{er} janvier 2016 était de 6,44 centimes d'euros par kW.h.

65 $-53 + 42 - 19 + 16 + 28 + 34 = 48$

$48 < 50$

Marion n'a pas gagné.

66

	A	B	C	D
I	-4		-2	5
II	2	7		3
III	3		6	
IV		-1		0

67 Non, on ne peut pas construire ce triangle

car $1u + \frac{1}{3}u < \frac{5}{3}u$.

68 Traduction : *Recopier et compléter le carré magique : la somme des nombres de chaque ligne, colonne et diagonale donne le même résultat.*

$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{7}{18}$
$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	0
$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{18}$

69 a. Non, 3 % des personnes interrogées n'ont pas répondu.

b. Non, on ne peut pas dire qu'au moins une personne sur trois a acheté au moins 6 livres dans l'année car seulement 30 % ont acheté au moins 6 livres dans l'année.

70 a.

11			
14		-3	
16,5	-2,5	-0,5	
28,5	-12	9,5	-10

b.

17			
14		-3	
16,5	2,5	-5,5	
28,5	12	9,5	4

71 a.

2			
$\frac{13}{6}$		$-\frac{1}{6}$	
$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{6}$	-1	
$\frac{7}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{5}{3}$

b.

2			
$\frac{11}{6}$		$-\frac{1}{6}$	
$\frac{2}{3}$	$-\frac{7}{6}$	-1	
$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{3}$

72 La distance qui sépare les points A et B est 40 cm.

73 Les fruits représentent $\frac{11}{16}$ du smoothie.

Le yaourt représente $\frac{5}{16}$ du smoothie.

Fraction de smoothie	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{11}{16}$
Quantité (en cL)	12,5	2,5	27,5

Il reste donc 10 cl, soit 100 mL non utilisés dans le verre à cocktail.

L'arête d'un glaçon mesure 3 cm.

$3\text{ cm} \times 3\text{ cm} \times 3\text{ cm} = 27\text{ cm}^3$

Le volume d'un glaçon est 27 cm^3 , soit 27 cl.

$100 \div 27 \approx 3,7$

Joris pourrait ajouter 3 glaçons sans faire déborder le verre.

74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
b.	c.	b.	d.	c.	a. b.	b. c. d.	a. b. c.	b. d.	b. c. d.	b. c. d.

Je prépare le contrôle

p. 91 du manuel

85 $A = (-7) + (-2) = -9$ $B = (+3) + (-9) = -6$
 $C = (-4) + (+7) = 3$ $D = (+8) - (-5) = 13$
 $E = (+3) - (+9) = -6$ $F = (-9) - (-2) = -7$
 $G = (-3) - (+6) = -9$ $H = (-7,3) + (+4,2) = -3,1$

86 a. $5 - 7 = -2$ b. $-20 + 3,6 = -16,4$
 c. $-8 - 19 = -27$ d. $-7,3 + 15,2 = 7,9$
 e. $2 - 5,4 + 4 - 1,6 = -1$ f. $-10,3 + 5,2 = -5,1$
 g. $-5 + 4 - 11 + 6 + 8 - 14 = -12$

87 $A = \frac{5}{7} - \frac{8}{7} = -\frac{3}{7}$ $B = \frac{1}{6} - \left(\frac{1}{6} - \frac{11}{6}\right) = \frac{11}{6}$

$C = \frac{-8}{3} + 8 = \frac{16}{3}$ $D = \frac{8}{3} - \frac{5}{9} = \frac{19}{9}$

$E = \frac{-4}{3} + \frac{7}{2} = \frac{13}{6}$

$F = 2 - \frac{11}{2} + \frac{2}{11} = \frac{44}{22} - \frac{121}{22} + \frac{4}{22} = -\frac{73}{22}$

88 a. $\frac{13}{4} - \frac{3}{2} = \frac{7}{4}$ b. $\frac{6}{5} - \frac{9}{5} = \frac{15}{5} = 3$

c. $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$

d. $\frac{-4}{7} - \frac{7}{21} = -\frac{19}{21}$

89 a. L'écart de température est de 8,8 °C.

b. La température maximale est 2,6 °C.

c. La température minimale est -2 °C.

90 a. $\frac{9}{4} - \frac{5}{4} = \frac{4}{4} = 1$

b. $\frac{17}{3} + \frac{7}{3} = \frac{24}{3} = 8$

c. $\frac{17}{4} + \frac{-10}{8} = \frac{24}{8} = 3$

91 $-3 + 4 + 2 = 3$

Il faut descendre de trois étages, puis monter de quatre étages et de deux étages.

92 $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{3}{16} = \frac{9}{16}$

$1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16} = 0,4375 = 43,75\%$

Jeanne a raison, cela représente plus de 40 % des dépenses.

93 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

Mathématiques et Création artistique

p. 92 du manuel

94 a. $\frac{21}{4}$

b. $\frac{27}{8}$

c. $\frac{9}{4}$

d. $\frac{13}{16}$

2. a. Cet extrait correspond à la fraction $\frac{11}{4}$ temps.

b. Cet extrait n'est pas une mesure complète de la partition : il manque un temps pour finir la mesure.

6. Multiplier et diviser

Quel est le problème ? p. 93 du manuel

Intérêt du problème posé

Ce problème permet d'amener la classe à reconnaître une situation de multiplication de fractions. Après avoir revu les acquis de cycle 3, les élèves approchent la multiplication des fractions et leur simplification.

Questions possibles

1. Quelle proportion des élèves a obtenu son brevet avec mention Assez bien ? Avec mention Bien ? Avec mention Très bien ?
2. Quelle proportion d'élève a eu une mention (toutes mentions confondues) ?

Exemple de résolution

1. • $\frac{1}{4}$ des $\frac{4}{5}$ des élèves ont obtenu leur Brevet avec une mention Assez bien.

$$\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

La proportion des élèves à avoir obtenu la mention Assez bien est $\frac{1}{5}$.

$$\bullet \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{25}$$

La proportion des élèves à avoir obtenu la mention Bien est $\frac{4}{25}$.

$$\bullet \frac{1}{10} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{25}$$

La proportion des élèves à avoir obtenu la mention Très bien est $\frac{2}{25}$.

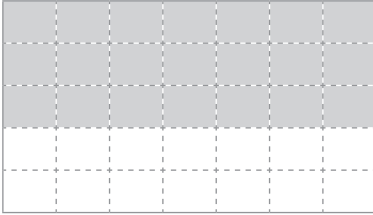
$$2. \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} \right) \times \frac{4}{5} = \left(\frac{5}{20} + \frac{4}{20} + \frac{2}{20} \right) \times \frac{4}{5} = \frac{44}{100} = \frac{11}{25}$$

$\frac{11}{25}$ des élèves ont obtenu leur Brevet avec mention.

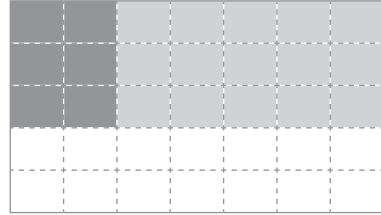
Multiplier des fractions

1

1. a. et b. Le gris clair correspond au bleu.



c. Le gris foncé correspond au rouge.



d. L'aire rouge représente les $\frac{6}{35}$ du rectangle initial.

$$\frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{7 \times 5} = \frac{6}{35}$$

e. Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Si possible, la fraction est simplifiée.

2. a. $\frac{7}{5} = 1,4$

b. $\frac{9}{2} = 4,5$

c. $\frac{7}{5} \times \frac{9}{2} = 1,4 \times 4,5 = 6,3 = \frac{63}{10}$

d. La règle est toujours valable.

Faisons le bilan

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Si possible, la fraction est simplifiée.

Multiplier des nombres relatifs

2

A 1. a. $(-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -12$ donc $6 \times (-2) = -12$.

b. $(-7) + (-7) + (-7) = -21$ donc $3 \times (-7) = -21$.

c. $(-4,1) + (-4,1) + (-4,1) + \dots + (-4,1) + (-4,1) = -410$ donc $100 \times (-4,1) = -410$.

100 termes

2. a. $-5 \times 0 = 0$

b. $0 \times (-2) = 0$

c. $-150 \times 0 = 0$

3. a. $-6 \times 2 = -2 \times 6 = 6 \times (-2)$

b. $-7 \times 3 = -3 \times 7 = 7 \times (-3)$

c. $-100 \times 4,1 = -4,1 \times 100 = 100 \times (-4,1)$

4. a. $S = 5,2 \times [4 + (-4)]$

b. $S = 0$

c. $5,2 \times (-4) = -5,2 \times 4 = -20,8$

B 1.

$3 \times (-8)$	=	-24
$2 \times (-8)$	=	-16
$1 \times (-8)$	=	-8
$0 \times (-8)$	=	0
$-1 \times (-8)$	=	8
$-2 \times (-8)$	=	16
$-3 \times (-8)$	=	24

2. a. $E = (-5) \times 8 + (-5) \times (-8)$
 $= -24 + (-5) \times (-8)$

b. $E = 0$

On en déduit que $(-5) \times (-8) = 24$.

3

1. a. $(-1) \times 5 = -5$

b. $(-7) \times (-1) = 7$

c. $3,2 \times (-1) = -3,2$

d. $(-7,3) \times (-1) = 7,3$

e. $(-1) \times (-1) = 1$

f. $0 \times (-1) = 0$

2. Le produit d'un nombre par -1 est l'opposé de ce nombre.

3. $1 \times x + (-1) \times x = [1 + (-1)] \times x = 0$

Donc $(-1) \times x = -(1 \times x) = -x$.

Faisons le bilan

- Le produit de deux nombres positifs est positif.
- Le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.
- Le produit de deux nombres négatifs est positif.

Diviser des nombres relatifs**4**

a. $5 \times \frac{14}{5} = 14$

b. $4 \times \frac{1}{4} = 1$

c. $3 \times \frac{4}{3} = 4$

d. $(-3) \times (-12) = 36$

e. $(-3) \times 4 = -12$

f. $(-2) \times (-9) = 18$

g. $\left(-\frac{16}{5}\right) \times 5 = -16$

h. $(-10) \times (-0,3) = 3$

i. $(-0,2) \times 35 = -7$

j. $3 \times \left(-\frac{4}{3}\right) = -4$

k. $(-6) \times \left(-\frac{11}{6}\right) = 11$

l. $(-9) \times \frac{7}{9} = -7$

Faisons le bilan

- Le quotient de deux nombres positifs est positif.
- Le quotient de deux nombres de signes contraires est négatif.
- Le quotient de deux nombres négatifs est positif.

Diviser des fractions**5****1. a.** Multiplier n'augmente pas toujours le nombre de départ.

$5 \times 0,5 = 2,5$

$2,5 < 5$

b. Diviser ne diminue pas toujours le nombre de départ.

$5 \div 0,5 = 10$

$10 > 5$

2. a. Le quotient de 5 par 0,1 est le nombre qui, multiplié par 0,1, donne 5.

Ce nombre est 50.

50 \div 10 donne le même résultat.**b.** Le quotient de 5 par $\frac{1}{2}$ est le nombre qui, divisé par $\frac{1}{2}$, donne 5.

Ce nombre est 2,5.

2,5 \times 2 donne le même résultat.**Faisons le bilan**

Pour diviser par une fraction, on multiplie par l'inverse de la fraction.

1 a. $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{35}$

c. $\frac{5}{4} \times \frac{9}{7} = \frac{45}{28}$

2 a. $3 \times \frac{4}{15} = \frac{4}{5}$

c. $\frac{14}{25} \times \frac{5}{7} = \frac{2}{5}$

3 a. $2 \times \frac{7}{3} = \frac{14}{3}$

c. $3 \times \frac{5}{6} = \frac{5}{2}$

4 a. $\frac{2}{3} \times 27 = 18$

Il y a 18 filles dans la classe.

b. $27 - 18 = 9$

Il y a 9 garçons dans la classe.

5 a. $(-3) \times 4 = -12$

c. $-9 \times 3 = -27$

e. $4,2 \times (-4) = -16,8$

b. $\frac{8}{11} \times \frac{4}{3} = \frac{32}{33}$

d. $\frac{3}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{63}{40}$

b. $\frac{7}{4} \times \frac{7}{4} = \frac{49}{16}$

d. $\frac{11}{20} \times 4 = \frac{11}{5}$

b. $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$

d. $\frac{1}{3} \times \frac{11}{4} = \frac{11}{12}$

6 a. $(-12) \times (-1) \times 3 = 12 \times 3 = 36$

b. $3 \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-6) \times 4 = -24$

c. $0,25 \times 4 \times (-100) \times (-5,3) = 530$

d. $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

7 a. $7 \times (-1) = -7$

c. $(-1) \times (-7,5) = 7,5$

b. $-2 \times (-1) = 2$

d. $(-1) \times 5,1 = -5,1$

8 a doit être positif pour que le produit soit négatif.

9 a. L'opposé de 4 est -4.

b. L'opposé de -2,8 est 2,8.

c. L'opposé de $\frac{1}{3}$ est $-\frac{1}{3}$.

d. L'opposé de $\frac{8}{7}$ est $-\frac{8}{7}$.

10 a. Faux

b. Vrai

c. Faux

11 a. L'inverse de 4 est $\frac{1}{4}$ ou 0,25.

b. L'inverse de -11 est $-\frac{1}{11}$.

c. L'inverse de $\frac{1}{8}$ est 8.

d. L'inverse de $-\frac{7}{9}$ est $-\frac{9}{7}$.

12 a. $5 \times \frac{3}{5} = 3$

c. $\frac{5}{-7} \times (-7) = 5$

b. $-2 \times \frac{1}{11} = -\frac{2}{11}$

d. $-\frac{1}{13} \times (-3) = \frac{3}{13}$

13 a. $54 \div (-9) = -6$

c. $(-48) \div (-6) = 8$

e. $-21 \div 7 = -3$

b. $(-6) \div 2 = -3$

d. $60 \div 15 = 4$

f. $-72 \div 8 = -9$

14 a. $-\frac{15}{5} = -3$

c. $\frac{2,5}{-5} = -0,5$

b. $\frac{-56}{-8} = 7$

d. $-\frac{0,4}{0,2} = -2$

15 a. Le nombre est négatif.

$$\frac{(-2) \times (-3) \times (-5)}{(-7) \times (-9)} = \frac{30}{63} = \frac{10}{21}$$

b. Le nombre est négatif.

$$\frac{2 \times (-3) \times (-5)}{7 \times (-9)} = \frac{30}{63} = \frac{10}{21}$$

c. Le nombre est positif.

$$\frac{(-7) \times (-9)}{(-2) \times (-3) \times 5} = \frac{63}{30} = \frac{21}{10}$$

16 a. Diviser par 5 revient à multiplier par $\frac{1}{5}$ ou 0,2.

b. Diviser par $\frac{1}{3}$ revient à multiplier par 3.

c. Diviser par -4 revient à multiplier par $-\frac{1}{4}$ ou -0,25.

d. Diviser par $\frac{-5}{7}$ revient à multiplier par $-\frac{7}{5}$ ou -1,4.

17 a. $\frac{11}{7} + \frac{3}{2} = \frac{11}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{22}{21}$

b. $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$

c. $-\frac{5}{9} + \frac{3}{-7} = -\frac{5}{9} \times \frac{-7}{3} = \frac{35}{27}$

d. $\frac{-19}{-3} + \frac{-17}{-2} = \frac{-19}{-3} \times \frac{-2}{-17} = \frac{38}{51}$

e. $\frac{2}{3} + \frac{7}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{8}{21}$

f. $\frac{2}{3} + \frac{4}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{4} = \frac{7}{6}$

g. $\frac{3}{2} + \frac{7}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{7} = \frac{6}{7}$

h. $\frac{3}{2} + \frac{4}{7} = \frac{3}{2} \times \frac{7}{4} = \frac{21}{8}$

18 a. $\frac{5}{3} \div 7 = \frac{5}{3} \times \frac{1}{7} = \frac{5}{21}$

b. $8 \div \frac{2}{3} = 8 \times \frac{3}{2} = 12$

$$c. 2 \div \frac{-5}{3} = 2 \times \frac{3}{-5} = -\frac{6}{5}$$

$$d. \frac{-5}{3} \div 2 = \frac{-5}{3} \times \frac{1}{2} = -\frac{5}{6}$$

$$e. \frac{14}{15} \div \frac{21}{10} = \frac{14}{15} \times \frac{10}{21} = \frac{4}{9}$$

$$f. \frac{45}{32} \div \left(-\frac{27}{20}\right) = \frac{45}{32} \times \left(-\frac{20}{27}\right) = -\frac{25}{24}$$

$$g. \frac{7}{2} \div \frac{7}{4} = \frac{7}{2} \div 2 = \frac{7}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$$

$$h. \frac{3}{5} = 3 \div \frac{5}{4} = 3 \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5}$$

$$i. \frac{\frac{8}{-54}}{\frac{-48}{18}} = \frac{8}{-54} \div \frac{-48}{18} = \frac{8}{-54} \times \frac{18}{-48} = \frac{1}{18}$$

Je m'entraîne

p. 100-103 du manuel

Multiplier les nombres en écriture fractionnaire

$$21 \quad A = \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{10}{21} \quad B = \frac{11}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{33}{32}$$

$$C = \frac{5}{4} \times \frac{7}{9} = \frac{35}{36} \quad D = \frac{4}{9} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{45}$$

$$22 \quad A = 2 \times \frac{7}{12} = \frac{7}{6} \quad B = 1,8 \times \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{27}{20}$$

$$C = \frac{2}{3} \times \frac{18}{2} = 6 \quad D = \frac{1}{4} \times \frac{16}{5} = \frac{4}{5}$$

$$23 \quad a. \frac{3}{7} \times \frac{7}{3} = \frac{21}{21} \quad b. \frac{3}{7} \times \frac{7}{3} = 1$$

$$c. \frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = 1 \quad d. \frac{11}{6} \times \frac{6}{11} = 1$$

$$24 \quad 36 \times \frac{5}{9} = 20$$

Louna a 20 CD de rap.

$$25 \quad a. 9 \text{ L} \times \frac{2}{3} = 6 \text{ L} \quad b. 2,5 \text{ kg} \times \frac{3}{5} = 1,5 \text{ kg}$$

$$c. 60 \text{ m} \times \frac{5}{12} = 25 \text{ m} \quad d. 48 \text{ €} \times \frac{3}{4} = 36 \text{ €}$$

$$26 \quad 1 \text{ h} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{10} \times 60 \text{ min} = 18 \text{ min}$$

$$b. 1 \text{ h} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \times 60 \text{ min} = 10 \text{ min}$$

$$c. 1 \text{ h} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times 60 \text{ min} = 45 \text{ min}$$

$$d. 1 \text{ h} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 60 \text{ min} = 40 \text{ min}$$

27



échelle : 1/2

28 Chacun a mangé la moitié de la tarte, ils ont mangé la même proportion.

$$29 \quad \mathcal{A}_{\text{DCAB}} = \frac{14}{15} \quad \mathcal{A}_{\text{GFEB}} = \frac{49}{9}$$

$$\mathcal{A}_{\text{totale}} = \frac{14}{15} + \frac{49}{9} = \frac{287}{45}$$

30 a. $\frac{1}{4} \times \frac{3}{10}$ permet de calculer la proportion de films d'aventure que Jamel a déjà loués.

b. $\frac{3}{4} \times \frac{7}{20}$ permet de calculer la proportion de comédies que Jamel a déjà louées.

c. $1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{7}{20}\right)$ permet de calculer la proportion de films dramatiques à la vidéothèque.

$$31 \quad \mathcal{P} = \frac{5}{3} \times 4 = \frac{20}{3}$$

Le périmètre du carré est $\frac{20}{3}$ cm.

$$\mathcal{A} = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}$$

L'aire du carré est $\frac{25}{9}$.

$$32 \quad A = \frac{4}{15} \times \frac{3}{4} - \frac{13}{15} = -\frac{2}{3}$$

$$B = \frac{2}{9} - \frac{1}{9} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{15}$$

$$C = 12 \times \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{4}\right) = \frac{9}{2}$$

$$D = \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{25}\right) \times \frac{5}{4} + 1 = \frac{8}{5}$$

$$E = 3 + \frac{-2}{3} \times \frac{3}{-4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{-6} = \frac{8}{3}$$

$$F = \frac{-4}{9} \times \frac{27}{12} + \frac{16}{8} \times \frac{-5}{4} = -\frac{7}{2}$$

— Multiplier des nombres relatifs —

33 a. $(-12) \times (+3) = -36$

b. $15 \times (-2) = -30$

c. $(-60) \times (-0,1) = 6$

d. $3 \times (-4) \times (+1,1) = (-0,3) \times 4 \times 11$

34 $A = (-5) \times (-4) = 20$

$B = (+7) \times (-3) = -21$

$C = (-3) \times (-3) = 9$

$D = (-1) \times (+5) = -5$

$E = -8 \times 0,6 = -4,8$

$F = (-0,6) \times (-5) = 3$

35 a. $8 \times -4 = -32$ b. $-0,5 \times -24 = 12$

36 a. $3,5 \times (-2) \times (-0,1) = 0,7$

b. $A = -3,5 \times 2 \times (-0,1) = 0,7$

$B = -3,5 \times (-20) \times 0,1 = 7$

$C = 35 \times (-2) \times (-0,1) = 7$

$D = 3,5 \times 2 \times (-0,01) = -0,07$

37 a. Vrai b. Faux c. Faux

38 $A = (-3) \times (-2) \times (-1) \times 4 = -24$

$B = 4 \times (-5) \times 2 \times (-2) = 80$

$C = (-1) \times 3 \times (-2) \times (-1) = -6$

$D = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$

39 $A = -4 \times 0,25 \times (-12,5) \times 5 \times 2 = 125$

$B = 25 \times (-20) \times (-0,1) \times 5 \times 4 = 1\ 000$

$C = -10 \times 0,5 \times (-8) \times 2 \times 12,5 = 1\ 000$

40 $A = B = C$ $D = E = F$

41 a. $(-6)^2 = 36$

b. $-6^2 = -36$

c. $3 \times (-4)^2 = 48$

d. $3 - 4^2 = -13$

e. $(-1)^{46} = 1$

f. $(-2)^4 = 16$

g. $(2 + 3)^3 = 125$

h. $(3 - 4)^2 = 1$

i. $(-10)^3 = -1\ 000$

j. $1^{36} = 1$

k. $-2^4 \times 5 = -80$

l. $-(2 \times 5)^3 = -1\ 000$

42 $A = \frac{-40}{6} \times \frac{16}{40} = -\frac{8}{3}$ $B = \frac{33}{5} \times \left(-\frac{25}{11}\right) = -15$

$C = -\frac{7}{12} \times \frac{-4}{21} = \frac{1}{9}$ $D = \frac{1}{-5} \times \frac{-7}{4} \times \frac{8}{14} = \frac{1}{5}$

43 a. Faux b. Vrai c. Vrai

d. Faux e. Faux

44 a. $x + y = \frac{1}{-9} + \frac{2}{3} = \frac{5}{9}$

b. $x \times y = \frac{1}{-9} \times \frac{2}{3} = -\frac{2}{27}$

c. $y \times z = \frac{2}{3} \times \frac{21}{10} = \frac{7}{5}$

45 a. $x \times y \times (-z) = 36$

b. $(-x) \times (-y) \times (-z) = 36$

c. $x \times y \times z \times (-3) = 108$

d. $x \times y \times z - 3 = -39$

e. $(x \times y \times z)^2 = 1\ 296$

f. $x \times z \times (-2x) \times y \times (-5y) \times z = 12\ 960$

Diviser

46 $A = (-38) \div (+2) = -19$

$B = (+60) \div (+6) = 10$

$C = -36 \div (-6) = 6$

$D = 49 \div (-7) = -7$

$E = (+45) \div (-9) = -5$

$F = (-100) \div (-4) = 25$

$G = (-9) \div (+0,5) = -18$

$H = (-30) \div (-0,25) = 120$

47 $A = 64 \div (-100) = -0,64$

$B = -37 \div (-1\ 000) = 0,037$

$C = 4,5 \div 10 = 0,45$

$D = -1,23 \div (-100) = 0,012\ 3$

$E = -32 \div 100 = -0,32$

$F = -5,7 \div (-0,01) = 570$

48 $A = \frac{-36}{12} = -3$ $B = \frac{49}{-7} = -7$

$C = \frac{-75}{-25} = 3$ $D = \frac{-44}{11} = -4$

49 a. Faux b. Faux c. Vrai d. Faux

50 a. $56 \div 8 = 7$ b. $100 \div (-10) = -10$

c. $-50 \div 100 = -0,5$ d. $5 \div (-5) = -1$

51 $A = \frac{4}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{28}{15}$ $B = \frac{8}{5} \div \frac{7}{3} = \frac{24}{35}$

$C = \frac{2}{7} \div \frac{1}{5} = \frac{10}{7}$ $D = \frac{5}{-4} \div (-3) = \frac{5}{12}$

$E = -1 \div \left(-\frac{1}{4}\right) = 4$ $F = (-1) \div (-8) = \frac{1}{8}$

52 $A = \frac{3}{4} = \frac{3}{28}$ $B = \frac{3}{5} = \frac{21}{20}$

$C = \frac{3}{8} = \frac{21}{8}$ $D = \frac{-7}{2} = -\frac{35}{2}$

53 $A = -\frac{3}{4} \div \frac{5}{6} = -\frac{9}{10}$ $B = \frac{-25}{100} \div 2 = -\frac{1}{8}$

$C = -18 \div \frac{9}{2} = -4$ $D = \frac{-21}{-15} \div \frac{84}{-20} = -\frac{1}{3}$

54 a. Le quotient est négatif.

b. Le quotient est positif.

c. Le quotient est positif.

d. Le quotient est négatif.

55 $A = 14 \div 4 = 3,5$ $B = -45 \div (-30) = 1,5$

$C = -2,4 \div 6 = -0,4$ $D = 2,5 \div (-5) = -0,5$

$E = 220 \div (-0,1) = -2\ 200$ $F = (-810) \div (-9) = 90$

56 $-45 \div 11 \approx -4,090\ 909\ 090\ 9$
a. -4 **b.** -4,1 **c.** -4,09 **d.** -4,091

57 **a.** $94 \div (-4) = -(94 \div 4) = (-94) \div 4$
b. $(-11) \div (-12) = 11 \div 12$

Le quotient de deux nombres négatifs est positif, et celui de deux nombres positifs est également positif.

58 **a.** $9 \div (-3) = -3$ **b.** $-35 \div (-7) = 5$
c. $27 \div (-9) = -3$ **d.** $-252 \div 6 = -42$

59

x	3	-5	$\frac{7}{2}$	$-\frac{1}{7}$
Opposé de x	-3	5	$-\frac{7}{2}$	$\frac{1}{7}$
Inverse de x	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{7}$	-7

x	0,5	-0,2	π
Opposé de x	-0,5	0,2	$-\pi$
Inverse de x	2	-5	$\frac{1}{\pi}$

60 **a.** $1 \div \frac{-2}{7} = \frac{7}{-2}$ **b.** $\frac{2}{3} \div \frac{5}{-3} = -\frac{2}{5}$

c. $\frac{5}{7} \div \frac{3}{4} = \frac{20}{21}$ **d.** $6 \div \frac{5}{2} = \frac{12}{5}$

61 $A = \frac{-3}{\frac{14}{-7}} = \frac{3}{98}$ $B = \frac{25}{\frac{8}{5}} = \frac{5}{2}$

$C = \frac{\frac{20}{3}}{-\frac{5}{18}} = -24$ $D = \frac{\frac{1}{7} - 5}{\frac{1}{7} + 5}$

$E = \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{3}\right) + \frac{7}{2} - \left(5 - \frac{2}{3}\right) = -\frac{487}{105}$

62 **a.** $x = -6$ **b.** $x = -1,5$ **c.** $x = \frac{7}{8}$

63 $\frac{45}{0,9} = \frac{450}{9} = 50$

64 $A = \left(\frac{-4}{5} \times \frac{13}{-3}\right) + \left(\frac{-5}{4} \times \frac{3}{-11}\right) = \frac{2288}{225}$

$B = \left(\frac{-3}{2} + \frac{-6}{14}\right) \div \left(\frac{-7}{6} - \frac{-4}{9}\right) = \frac{243}{91}$

$C = \left[\frac{16}{25} \times \left(-\frac{20}{4}\right)\right] + \frac{-45}{32} = \frac{512}{225}$

$D = -\frac{32}{15} + \left[\left(-\frac{3}{16}\right) \times \frac{4}{5} \times \frac{25}{16}\right] = \frac{2048}{225}$

65 **a.** $1 \div y = \frac{7}{2}$

b. $x \div y = \frac{35}{2}$

c. $2y \div z = -\frac{16}{21}$

d. $z \div (-3)x = \frac{1}{20}$

e. $\frac{1}{x} - \frac{1}{z} = \frac{23}{15}$

f. $\frac{x+y}{z} = -\frac{148}{21}$

g. $\frac{y}{z-x} = -\frac{8}{161}$

66 **a.** Vrai **b.** Faux **c.** Vrai

67 **a.** $x \times y = \frac{6}{11}$

b. $4x \div z = \frac{-8}{3}$

c. $2z = \frac{-27}{12}$

d. $(x+z) \times y = -\frac{3}{11}$

68 **a.** $\frac{14}{25} \times \frac{5}{7} = \frac{2}{5}$

b. $\frac{5}{6} + \frac{3}{7} \times \frac{7}{-3} = -\frac{1}{6}$

c. $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{16}$

d. $\frac{737 \times (-521)}{-3,1} = \frac{3839770}{31}$

69 **a.** Le nombre cherché est -6.

b. Le nombre cherché est -21.

70 Les deux nombres cherchés pour cet exercice sont 8 et -4 ou -8 et 4.

71 Traduction : *Recopier et compléter ce carré magique : le produit des nombres de chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale donne le même résultat.*

-36	2	24
8	-12	18
6	72	-4

72 **a.** Vrai **b.** Faux **c.** Faux

73

a	$\frac{2}{3}$	-5	$-\frac{3}{4}$	$\frac{7}{2}$
b	-4	$\frac{3}{7}$	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{6}{35}$
a × b	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{15}{7}$	$\frac{3}{10}$	$-\frac{3}{5}$
a ÷ b	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{35}{3}$	$\frac{15}{8}$	$-\frac{245}{12}$

74 $80 \times \frac{3}{5} = 48$

Zoé parcourt 48 m par minute, donc il lui faut 125 minutes, soit 2 h 05 min.

75 a. $2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \approx 0,333$

Il y a environ 333 m.

b. $1 \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = 10$

Cela représente 10 min.

c. $100 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = 37,5$

Il y a 37,5 kg.

76 1. $\frac{67}{75} \times \frac{5}{17} = \frac{67}{255}$

$\frac{67}{255}$ de la Terre sont habités.

2. a. $510 \times \frac{12}{17} \approx 360$

La superficie des mers et des océans est 360 millions de km².

b. $510 - 360 = 150$

La superficie des terres est 150 millions de km².

c. $150 \times \frac{67}{75} = 134$

La superficie des terres habitées est 134 millions de km².

77 On compte 105 facteurs positifs et 21 facteurs négatifs. Le produit est négatif.

78 $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

Agathe mange la moitié du paquet de gâteaux. Il reste $\frac{1}{4}$ du paquet, ce qui correspond à 5 gâteaux. Il y avait donc 20 gâteaux dans le paquet.

79 1. a. $\mathcal{A}_1 = 35 \text{ cm}^2$

L'aire de ce rectangle est 35 cm².

b. $\mathcal{A}_2 = 19,6875 \text{ cm}^2$

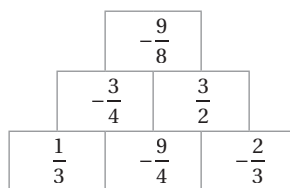
L'aire du nouveau rectangle est 16,6875 cm².

c. $\frac{9}{16} = \left(\frac{3}{4}\right)^2$

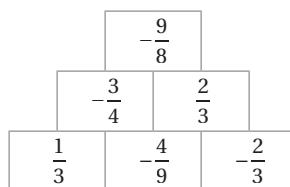
On remarque que le coefficient d'agrandissement, porté au carré, permet d'obtenir l'aire du nouveau rectangle.

2. Il faut multiplier par $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$.

80 a.



b.



81

$\frac{2}{5}$	$-\frac{5}{3}$	$\frac{4}{9}$
$-\frac{20}{27}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{9}{15}$
1	$-\frac{4}{15}$	$\frac{10}{9}$

82 $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - 8}}}} = -\frac{1}{7}$

83 a. Pour -3 , on obtient $\frac{3}{4}$.

Pour $\frac{22}{3}$, on obtient $-\frac{35}{36}$.

b. Pour obtenir $-\frac{5}{16}$, on a choisi $\frac{27}{8}$.

84 a. Oui, les deux nombres sont négatifs.

b. Oui, un nombre est positif et l'autre est négatif (et la partie numérique du nombre négatif est la plus grande).

c. Non, il y a plusieurs possibilités : deux nombres positifs et un nombre négatif (avec la partie numérique du nombre négatif plus grande que la somme des deux autres), ou alors trois nombres négatifs.

85 $V_{\text{tronc cône}} = \frac{1}{3}\pi \times 3,75^2 \times 12 - \frac{1}{3}\pi \times 2,5^2 \times 8$
 $= \frac{475}{12}\pi \text{ cm}^3$

$\frac{3}{4} \times \frac{475}{12}\pi \times 9 = 267,1875\pi \approx 839 \text{ cm}^3$

1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³

Eva a donc assez de pâte pour remplir le moule.

86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
a. c.	a. c. d.	c.	d.	a. b. d.	a. d.	b.	b.	b.	a.	c.

Je prépare le contrôle

97 $A = \frac{2}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{2}{3}$

$B = 7 \times \frac{2}{21} = \frac{2}{3}$

$C = \frac{3}{7} \times \frac{14}{18} = \frac{1}{3}$

$D = \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{5}{6} - \left(3 - \frac{7}{6}\right) = \frac{1}{24}$

98 $E = (-5) \times 7 \times (-2) \times (-1) \times (-20) \times (-3) = -4\ 200$

$F = (-0,07) \times 10 \times (-300) = 210$

$G = 2 \times (-15) \times 0 \times (-1) \times (-3) = 0$

99 a. $8 \times \frac{1}{8} = 1$

b. $-5 \times \frac{-1}{7} = \frac{5}{7}$

c. $\frac{3}{-5} \times (-5) = 3$

d. $\frac{-1}{5} \times (-8) = \frac{8}{5}$

e. L'inverse de 7 est $\frac{1}{7}$.

f. L'opposé de $\frac{5}{3}$ est $-\frac{5}{3}$.

g. L'inverse de $-\frac{1}{2}$ est -2.

h. L'opposé de -5 est 5.

100 $H = \frac{3}{7} \times (-2) = -\frac{6}{7}$ $I = \frac{-3}{7} \times \frac{5}{-9} = \frac{5}{21}$

$J = \frac{-15}{28} \times \frac{6}{-45} = \frac{1}{14}$

$K = 2 \div \frac{-5}{3} = -\frac{6}{5}$

$L = \frac{\frac{2}{5}}{-3} = -\frac{2}{15}$

$M = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{7}{6}} = \frac{10}{7}$

$N = \frac{\frac{60}{7}}{-4} = -\frac{15}{1}$

$O = \frac{\frac{1}{3} - 5}{\frac{4}{5} - 5} = \frac{10}{9}$

$P = \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{3}\right) \times \frac{2}{3} - \left(4 - \frac{5}{6}\right) = -\frac{361}{90}$

101 a. $\frac{2}{5} \times 80 = 32$

Tim a parcouru 32 km le deuxième jour.

b. $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

La proportion restant à parcourir à la fin du premier jour est $\frac{3}{5}$.

c. $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$

La proportion parcourue à la fin du deuxième jour est $\frac{3}{10}$.

d. $\frac{3}{10} \times 80 = 24$

La distance parcourue le deuxième jour est 24 km.

La distance qu'il lui reste à parcourir est 24 km.

102 **SCRATCH**

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

Mathématiques et Langues étrangères

103 $\left(4 + \frac{1}{2}\right) \times \left(6 + \frac{5}{8}\right) = \frac{477}{16}$

7. Enchaîner des opérations

Quel est le problème ? p. 109 du manuel

Intérêt du problème posé

L'objectif de cette situation est d'amener l'élève à utiliser des informations pour répondre par un calcul à une question. Ce problème mobilise plusieurs compétences :

- savoir extraire les informations utiles et les mettre en relation ;
- avoir une lecture critique d'un énoncé (imprécision sur la participation au cout du voyage des accompagnateurs, sur les prix donnés par jour ou par semaine) ;
- décomposer un problème en une succession de problèmes élémentaires ;
- gérer une suite de calculs.

Questions possibles

1. Les accompagnants paient-ils leur part ?
2. Les prix indiqués pour l'hébergement et les repas sont-ils à comprendre par jour ou par semaine ?
3. Le transport est-il plus avantageux pour aller à Londres ?
4. Quel est le cout total du voyage ?
5. Quel est le cout par élève ?

Exemple de résolution

On ne dispose pas d'éléments pour répondre aux questions **1.**, **2.** et **3.**

On fait l'hypothèse que les accompagnateurs ne participent pas aux frais du voyage et que les prix indiqués pour les repas et l'hébergement sont pour la semaine.

4. Hébergement : $86,41 \times 33 = 2\,851,53$ €

Repas : $29,70 \times 33 = 980,10$ €

$3\,653,10 + 2\,851,53 + 980,10 + 1\,247,40 + 178,20 = 8\,910,53$ €

Le cout total du voyage est 8 910,53 €.

2. $8\,910,53 \div 30 \approx 297,018$ €

Le cout total par élève est d'environ 297,018 €.

Prolongement possible : Il est possible de demander un traitement du calcul sur tableur ou une écriture en ligne : $(3\,653,10 + 86,33 \times 33 + 29,70 \times 33 + 1\,247,40 + 178,20) \div 30$.

Découvrir les priorités opératoires

1

1. a. $5 - 2 - 2 + 3 - 3 + 3 + 1 - 2 = 3$

Le score de Louise est 3 points.

$$3 + 3 - 2 - 2 - 2 + 5 - 2 - 3 = 0$$

Le score d'Enzo est 0 point.

b. Pour calculer, plusieurs solutions sont possibles :

- calculer de la gauche vers la droite : $(5 + 3 + 3 + 1) - (2 + 2 + 3 + 2) = 12 - 9 = 3$;
- calculer séparément les gains et les pertes : $(3 + 3 + 5) - (2 + 2 + 2 + 2 + 3) = 3$;
- supprimer les termes qui se compensent.

2

1. a. Les calculs s'effectuent de la gauche vers la droite.

b. $12 \div 2 \div 2 \times 2 \times 2 = 6 \div 2 \times 2 \times 2 = 3 \times 2 \times 2 = 6 \times 2 = 12$

Le résultat est 12 jetons.

c. Marie a obtenu autant de numéros pairs que de numéros impairs, il est donc normal qu'elle retrouve le nombre de jetons initial.

2. a. et b. Natacha : $12 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 192$

Antoine : $12 \times 2 \div 2 \div 2 \div 2 = 3$

c. Par exemple :

Natacha : $12 \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) = 12 \times 16 = 192$

Antoine : $(12 \times 2) \div (2 \times 2 \times 2) = 24 \div 8 = 3$.

3

1. Le panneau signifie priorité aux piétons.

2. L'opération qui a été effectuée en premier est surlignée en gris.

a. $6 + 4 \times 2 = 14$

b. $(6 + 4) \times 2 = 20$

c. $5 \times (10 + 1) = 55$

d. $7 + 3 \times 2 + 1 = 14$

e. $4 \div 2 + 8 = 10$

f. $4 \div (2 + 8) = 0,4$

g. $5 + 4 \div 2 + 8 = 15$

3. 46 € pour les parents.

8,75 + 3 + 4,60 = 16,35 € pour les enfants et le chat.

0,9 × 4 = 3,6 € pour la taxe de séjour des quatre personnes.

Leur séjour dure 16 jours, ce qui donne : $(46 + 16,35 + 0,9 \times 4) \times 16$.

L'expression qui convient est l'expression **b.**

Faisons le bilan

Lorsqu'il y a des parenthèses, on effectue d'abord le calcul entre les parenthèses. Sinon, on effectue les multiplications et les divisions avant les additions et les soustractions.

Découvrir la distributivité

4

1. a. $11 \times 8 + 8 \times 8 = 88 + 64 = 152$

$$(11 + 8) \times 8 = 19 \times 8 = 152$$

Ils ont gagné 152 €.

b. $86 \times 2 = 172$

$$152 < 172.$$

La somme gagnée est donc insuffisante.

2. $0,5 \times 1,2 = 0,6$

L'aire de la base est 0,6 m².

$$0,6 \times 0,05$$

Le volume d'eau stocké le premier jour est 0,03 m³.

$$0,6 \times 0,13$$

Le volume d'eau stocké le deuxième jour est $0,078 \text{ m}^3$.

$$0,6 \times 0,05 + 0,6 \times 0,13 = 0,03 + 0,078 = 0,108$$

$$0,6 \times (0,05 + 0,13) = 0,06 \times 0,18 = 0,108$$

Le volume d'eau stocké pour les deux jours est $0,108 \text{ m}^3$.

3. Le nombre 1 381 est compté 51 fois, puis enlevé 49 fois. Cela revient donc à le compter 2 fois. Mélanie a donc raison.

Faisons le bilan

On peut conjecturer que $a \times b + a \times c = a \times (b + c)$ et que $a \times b - a \times c = a \times (b - c)$.

J'applique

p. 111 du manuel

1 A est un produit.

$$A = (12 + 5) \times 4 = 68$$

B est une somme.

$$B = 12 + 5 \times 4 = 32$$

C est une différence.

$$C = 12 - 5 \div 4 = 10,75$$

D est un quotient.

$$D = (12 - 5) \div 4 = 1,75$$

E est une somme.

$$E = 2 \times 5 \times 4 \times 3 + 5 = 125$$

F est une somme.

$$F = 2 + 3 + 4 + 5 \times 2 = 19$$

G est un produit.

$$G = 2 \times 4 \times 4 \times (3 + 5) = 320$$

H est un produit.

$$H = 2 \times 5 \times (4 \times 3 + 5) = 170$$

2 L'opération prioritaire est surlignée en gris.

$$A = 2 + 3 \times 5 = 17$$

$$B = 2 \times 3 + 5 = 11$$

$$C = 2 + 3 - 5 = 0$$

$$D = 2 \times 3 \div 5 = 1,2$$

$$E = (2 + 3) \times 5 = 25$$

$$F = 2 \times (3 + 5) = 16$$

3 a. $A = 15 + 10 - 7 - 2 = 16$

$$B = 4 + 6 \times 2 = 16$$

$$C = 3 + 4 \times 8 \div 2 = 19$$

$$D = (4 + 6) \times 2 = 20$$

$$E = 15 \div 5 - 2 = 1$$

$$F = 3 \times [67 - (20 + 45)] = 6$$

$$\text{b. } A = (5 - 2) \times (7 + 3) = 30$$

$$B = 3 \times (4 \times 5 + 2) - 5 = 61$$

$$C = (8 + 2 \times 5 - 1) \times (3 + 4) = 119$$

$$D = 4 \times 5 \times 2 + 2 + 4 + 5 = 51$$

$$\text{c. } A = \frac{4}{3-1} = 2$$

$$B = \frac{15-3}{4} = 3$$

$$C = \frac{12+8}{6-1} = 4$$

4 Les différentes expressions entre les signes = ne sont pas égales.

$$A = 2 + 3 \times 6 + 4 = 2 + 18 + 4 = 20 + 4 = 24$$

5 Par exemple :

$$3 \times 99 = 3 \times (100 - 1) = 300 - 3 = 297.$$

$$\begin{aligned} \text{6 } 128\,478 \times 1,5 &= 128\,478 \times (1 + 0,5) \\ &= 128\,478 \times 1 + 128\,478 \times 0,5 \\ &= 128\,478 + 128\,478 \times 0,5 \end{aligned}$$

Multiplier par 0,5, c'est multiplier par $\frac{1}{2}$, ce qui signifie prendre la moitié.

$$\text{7 a. } 2 \times (3 + 4) = 2 \times 3 + 2 \times 4$$

$$\text{b. } (5 - 2) \times 4 = 5 \times 4 - 2 \times 4$$

$$\text{c. } 5 \times 2 + 5 \times 6 = 5 \times (2 + 6)$$

$$\text{d. } 10 \times 5 - 2 \times 10 = 10 \times (5 - 2)$$

$$\text{8 a. } 17 \times 101 = 1\,717$$

$$\text{b. } 17 \times 999 = 16\,983$$

$$\text{c. } 24,75 \times 107 - 24,75 \times 7 = 2\,475$$

$$\text{d. } 64,7 \times 250 + 750 \times 64,7 = 64\,700$$

11 Réponses **b.** et **d.**

12 Réponse **c.**

13 Réponse **d.**

14 La première opération à effectuer est $(17 + 9)$.

15 $2 \times 9 - (3 + 5)$

16 $10 \times [20 - 2 \times (10 - 2)] = 40$

17 $2,40 \times 2 + 2,60 \times 2 = 10$

Lucas a payé 10 €.

18 $2,10 \times 3 + 2,10 \times 2 = 10,50$ €

Alice a payé 10,50 €.

19 Réponse **d.**

Opérations

20 $A = 38 + 15 + 12 + 35 = 100$

$B = 182 + 43 - 32 + 7 = 200$

$C = 45 \times 25 \times 2 \times 4 = 9\,000$

$D = 28 \div 2 \times 4 = 56$

$E = 300 \div 3 \div 4 \div 5 = 5$

$F = 256 - 52 - 48 - 56 = 100$

21 $A = 1,1 + 13,5 + 0,9 - 13,3 = 2,2$

$B = 1\,000 \times 0,1 \times 0,4 \times 0,01 \times 10 = 4$

$C = 36 - 0,2 - 0,7 - 0,1 = 35$

22 $a \times 271 \times 41 = a \times 11\,111$

On obtient systématiquement ce nombre multiplié par 11 111, donc 22 222, 33 333, etc.

23 **a.** $7 \times 5 + 2 = 37$

b. $7 - 5 + 2 = 4$

c. $12 - 10 \div 2 = 7$

d. $23 + 7 \times 2 = 37$

e. $\frac{75}{5} - 5 = 10$

f. $20\,000 - \frac{2\,000}{2} = 19\,000$

g. $1\,000 - 100 + 10 - 1 = 909$

24 **a.** $A = 5,8 + 10 \times 0,02 = 6$

$B = 6,3 \div 2 - 2 = 1,15$

$C = 1,7 \times 2 + 0,6 = 4$

$D = 0,35 + 0,4 \div 10 = 0,39$

b. A est une somme, B une différence, C une somme et D une somme.

25 A , C et D valent 3.

Seule B vaut 27,8. B est l'intrus.

26 $B = C = 1,5$

27 Traduction : Remplacer chaque carré de couleur par le signe mathématique qui convient.

a. $25 - 5 + 2 = 22$

b. $25 \div 5 \times 2 = 10$

c. $25 \div 5 + 2 = 7$

d. $25 \div 5 \div = 2,5$

28 $A = 25 - (4 + 8) = 13$

$B = 7 \times (12 - 5) = 49$

$C = (25 + 11) \div 9 = 4$

$D = 120 \div (3 + 2) = 24$

29 $A = 120 - 15 \times (21 - 18) = 75$

$B = 7 \times [11 - (3 + 4)] = 28$

$C = (43 + 67) \times [(12 - 10) \times 2 + 16] = 2\,200$

$D = \frac{0,25 + 0,2}{0,25 \times 0,2} = 9$

30 **a.** Si $BC = 8$ cm, alors $AB = 6$ cm.

b. Si $AC = 6,5$ cm, alors $BC = 7$ cm.

31 **a.** Virginie : 486

Lou : 484

Nicolas : 467

Lou est plus proche du résultat.

b. $(75 - 5) \times 10 - (25 - 1) \times 9$

Opérations

32 **a.** $0,3 \times 5 + 0,3 \times 12 = 0,3 \times (5 + 12)$

b. $16 \times (4,5 - 0,2) = 16 \times 4,5 - 16 \times 0,2$

c. $23 \times 15 + 23 \times 85 = 2\,300$

d. $1,6 \times (12,5 - 4,3) = 12,5 \times 1,6 - 1,6 \times 4,3$

33 $0,8 \times 1,69 + 0,8 \times 1,95 \times 3 = 6,032$

$1,69 \times \frac{800}{1000} + 1,95 \times 3 \times \frac{800}{1000} = 6,032$

Son panier coûte 6,032 €.

34 $15 \times 25 + 15 \times 22 = 705$ cm = 7,05

$47 \times 15 = 7,05$

La longueur de moquette nécessaire est 7,05 m.

35 $A = 14 \times (10 - 3) = 14 \times 7 = 98$

$= 140 - 42 = 98$

$B = 3 \times 400 - 3 \times 10 = 3 \times 390 = 1\,170$

$= 1\,200 - 30 = 1\,170$

$C = 6 \times 4,5 + 4,5 \times 4 = 10 \times 4,5 = 45$

$= 27 + 18 = 45$

$D = (35 + 21) \times 2 = 56 \times 2 = 112$

$= 70 + 42 = 112$

36 **a.** Dans la cellule D3, il faut saisir la formule $=B3*C3$ puis recopier jusqu'en D8.

Dans la cellule D9, il faut saisir $=SOMME(D3:D8)$.

Dans la cellule D10, il faut saisir $=D9*20/100$.

Dans la cellule D11, il faut saisir $=D9+D10$.

b. Oui, le calcul est correct : l'intendant a multiplié par deux le prix unitaire des articles commandés en double (crayon HB et enveloppes).

Je résous

p. 116-117 du manuel

37 $(10 \times 2 + 9 \times 1 + 5 \times 0,50 + 5 \times 0,20 + 6 \times 0,10 + 4 \times 0,05 + 4 \times 0,02 + 4 \times 0,01) \times 5 = 167,10$
La somme maximale est 167,10 €.

38 1. c. 2. a. 3. d. 4. b.

39 Les formules c. et d. permettent de calculer l'aire de cette terrasse.

40 1. a. $175 - 100 - \frac{175 - 150}{4} = 68,75$

La masse théorique d'un homme mesurant 1,75 m est 68,75 kg.

b. $168 - 100 - \frac{168 - 150}{2,5} = 60,8$

La masse théorique d'un homme mesurant 1,75 m est 68,75 kg.

2. $180 - 100 - \frac{180 - 150}{4} = 72,5$

La masse théorique d'un homme mesurant 1,80 m est 72,5 kg.

$72,5 + 72,5 \times \frac{20}{100} = 87$

Un homme mesurant 1,80 kg est considéré comme obèse à partir de 87 kg.

3. $170 - 100 - \frac{170 - 150}{2,5} = 62$

La masse théorique d'une femme mesurant 1,70 m est 62 kg.

$62 - 62 \times \frac{20}{100} = 49,6$

Une femme mesurant 1,70 m est considérée comme maigre en dessous de 49,6 kg.

4. $\left(175 - 100 + \frac{25}{10}\right) \times 0,9 = 69,75$

La masse théorique est 69,75 kg contre 68,75 kg avec la formule de Lorentz.

41 a. $3 \times 11 + 4 \times 21 + 1 \times 18 \times 29 + 1 \times 2 \times 18 \times 29 + 5 \times 29 + 6 \times 7 \times 29 = 3\ 046$

En une semaine, elle va gagner 3 046 vétilles.

b. $5 \times 18 \times 29 + 10 \times 29 = 2\ 900$

Oui, la pilleuse va pouvoir payer la rançon.

42 1. a. $1 + 8 \times 1 = 9$

b. $2 + 8 \times 12 = 98$

c. $3 + 8 \times 123 = 987$

$2,9 + 8 \times 123\ 456\ 789 = 987\ 654\ 321$

43 a. $(128 + 3) \times 1,5 - 2 = 194,5$

b. $(128 - 2) \times 1,5 + 3 = 192$

44 a. $(1 + 8) + (2 + 7) + (3 + 6) + (4 + 5) = 9 \times 4 = 36$

b. $21 \times 10 = 210$

c. De 1 à 202 : $203 \times 101 = 20\ 503$.

De 1 à 101 : $101 \times 50 + 101 = 5\ 151$.

45 La 4^e catégorie compte 38 places.

$[25\ 713 - (374 \times 52 + 100 \times 42 + 65 \times 23)] \div 38 = 15$

La place coûte 15 € en 4^e catégorie.

Je m'évalue

p. 118 du manuel

46	47	48	49	50	51	52	53	54
b.	d.	c.	c. d.	a. c.	b.	b. c. d.	b. c.	a. b. d.

55 $A = 10 - 6 \times 2 = -2$

$B = 13 - 5 + 2 - 1 = 9$

$C = (2,5 + 16 + 3,5) \times 10 = 220$

$D = (10 - 5) \times (6 + 4) \times 2 = 100$

$E = 10 + (5 \times 3 - 4) \times 2 = 32$

$F = [(10 - 5) \times 6 - 4] \times 2 = 52$

56 a. $6 + 5 \times 5 - 3 = 28$

Barnabé a fait le calcul correctement.

b. Aminata : $(6 + 5) \times 5 - 3 = 52$

Clarisse : $(6 + 5) \times (5 - 3) = 22$

David : $6 + 5 \times (5 - 3) = 16$

57 1. a. $56 + 3 \times 7$ b. $(7 + 2) \times (8 - 5)$

2. La différence de 17 et du produit de 5 par 3.

58 $118 + 2 = 120$

$120 \times 12 = 1\,440$

Le prix total de la visite est 1 440 €.

59 $G = 26 \times 99 = 2\,574$

$H = 92 \times 101 = 9\,292$

$I = 127,8 \times 42 - 42 \times 127,8 = 12\,780$

60 a. L'expression correspond à ce qu'Alicia avait avant son achat.

b. L'expression correspond au prix à payer pour les jeux vidéo et les boîtes de DVD.

c. L'expression correspond à l'argent qui restera à Alicia après ses achats.

61 Matthéo a 5 ans, donc il est né le 1^e avril 2010. Entre 2010 et 2015, seule l'année 2012 est bissextile.
 $4 \times 365 + 366 = 1\,826$
Il s'est écoulé 1 826 jours depuis la naissance de Matthéo.

$1\,826 = 7 \times 260 + 6$

$(4 \times 365 + 366) \div 7$

Il s'est écoulé 260 semaines et 6 jours depuis la naissance de Matthéo.

Matthéo est donc né un jeudi.

62 

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

63 a. $Mb = 1\,835,72$

$Mb \times 1,56 = 2\,863,723\,2$

b. $Mb = 1\,309,95$

$Mb \times 1,64 = 2\,148,318$

c. La réponse dépend de l'élève.

J'utilise tout ce que je sais

p. 121 du manuel

1 $1\,170 - 620 = 550$

Les deux tiers de ses photos correspondent à 550 Mo.

$$550 \times 1,5 = 825$$

$$620 + 825 = 1\,445$$

Non, Solal ne pourra pas faire sa mise à jour.

2 Par exemple : $389 \times 80 - 389 \times 2$

3 1. a. $A = -1 + (-1) + (-1) + \dots + (-1) = 50$

2. a. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

$$\frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{1}{9\,900}$$

b. $\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100}$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{1}{2} - \frac{1}{100} = 0,49$$

4 a. Étape 1 : $\frac{3}{2}$ et $\frac{2}{3}$ Étape 2 : $\frac{15}{13}$ et $\frac{13}{15}$

Étape 3 : $\frac{105}{76}$ et $\frac{76}{105}$

b. Étape 4 : $\frac{105}{76}$ et $\frac{76}{105}$ Étape 5 : $\frac{3\,465}{2\,578}$ et $\frac{2\,578}{3\,465}$

Le dénominateur et le numérateur sont systématiquement inversés.

5 La solution la plus économique est de prendre l'avion à Paris-Charles de Gaulle, avec le train.

Total pour deux personnes :

$$425 \times 2 = 850$$

- Au départ de Nantes : 850 € ;

$$255 \times 2 = 510$$

$$120 + (79 + 1,24 \times 6 \times 4,1) \times 2 = 849,008$$

- Au départ de Paris en voiture : 849,008 € ;

$$(159 + 255) \times 2 = 828$$

- Au départ de Paris en train : 828 €.

UNITÉ C Arithmétique

Progression dans l'unité

Chapitre	5 ^e	4 ^e	3 ^e
8. Utiliser la divisibilité et les nombres premiers	Nombres entiers et division euclidienne Multiples et diviseurs		Nombres premiers (1)

- (1) La notion de nombre premier, et la décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers, permet de trouver une méthode systématique de recherche de la forme irréductible d'une fraction. Il est cependant possible d'aborder dès la 5^e (fractions égales) l'idée de simplification de fraction, voire de fraction irréductible.

1 Les nombres entiers sont ceux des questions **b.**, **d.**, **e.** et **h.**

2 1. **b.** 2. **a.** et **c.** 3. **b.** et **c.**
4. **c.** 5. **a.**

3

$$\begin{array}{r|l} \text{a.} & 78 & 5 \\ & \underline{-5} & \hline & 28 & 15 \\ & \underline{-25} & \\ & 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{b.} & 347 & 7 \\ & \underline{-28} & \hline & 67 & 49 \\ & \underline{-63} & \\ & 4 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{c.} & 594 & 9 \\ & \underline{-54} & \hline & 54 & 66 \\ & \underline{-54} & \\ & 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{d.} & 1212 & 11 \\ & \underline{-11} & \hline & 11 & 110 \\ & \underline{-11} & \\ & 02 & \\ & \underline{-0} & \\ & 2 & \end{array}$$

4 $145 + 271 + 419 + 209 = 1\,044$

$1\,044 \div 9 = 116$

Johanna va utiliser 116 caisses.

5 Les multiples de 9 sont 9 990 et 3 645.

9 990 est un multiple de 2, donc le numéro du billet de Samy est 3 645.

6 a. Si le vendeur décide de faire 30 lots, il y aura dans chaque lot 3 stylos bleus, 2 stylos noirs et 1 stylo vert. Il restera 26 stylos bleus, 27 stylos noirs et 28 stylos verts.

b. Si le vendeur décide de faire 29 lots, il y aura dans chaque lot 4 stylos bleus, 3 stylos noirs et 2 stylos verts. Il ne restera aucun stylo.

8. Utiliser la divisibilité et les nombres premiers

Quel est le problème ? p. 125 du manuel

Intérêt du problème posé

Cette situation permet de travailler sur les notions de multiple et diviseur (distinction entre multiple, diviseur, divisible et non divisible). Le calcul mental est aussi travaillé : la calculatrice est inutile pour chercher les années où Pablo pourra fêter son anniversaire.

Les raisonnements logiques sont travaillés pour comprendre la notion d'implication.

Ce problème permet également de mieux comprendre la notion d'année « bissextile » qui n'est pas toujours très bien maîtrisée par les élèves.

Questions possibles

1. Quand Pablo pourra-t-il fêter son prochain anniversaire ?
2. Combien de fois Pablo a-t-il déjà fêté son anniversaire ?
3. Trouver toutes les années pour lesquelles Pablo pourrait fêter son anniversaire.

Exemple de résolution

Les années bissextiles comptent un jour de plus que les années non bissextiles.

Ce jour supplémentaire est le 29 février. Pablo est né le 29 février 2004.

1. 2017, 2018, 2019 ne sont divisibles ni par 4, ni par 100.

2020 est divisible par 4 mais pas par 100 : $4 \times 505 = 2020$.

Pablo fêtera son prochain anniversaire en 2020.

2. Pablo est né en 2004 et a fêté son anniversaire en 2016. Il faut chercher les années bissextiles comprises entre 2004 et 2016. 2008 et 2012 sont divisibles par 4, mais non divisibles par 100.

Pablo a véritablement fêté son anniversaire en 2008, 2012 et 2016.

3. Pour trouver les années où Pablo fêtera son anniversaire, il faut trouver les années bissextiles supérieures à 2004. L'étude est limitée de l'année 2020 (Pablo a déjà fêté son anniversaire jusqu'en 2016) à l'année 2124 (le record de longévité détenu par la française Jeanne Calment est de 122 ans). Il pourra donc fêter son anniversaire le 29 février des années multiples de 4 comprises entre 2020 et 2124 à l'exception de l'année 2100 qui est également multiple de 100.

Utiliser les multiples et diviseurs

1

1. Voici l'exemple d'une partie entre Luc (L) et Chloé (C) :

L	C	L	C	L	C	L	C	L	C	L	C
2	4	6	7	9	11	12	13	15	17	18	20

2. a. Voici l'exemple d'une autre partie jouée entre Luc et Chloé dans une course à 25 :

L	C	L	C	L	C	L	C	L	C	L	C	L	C	L
1	3	5	7	9	10	11	13	15	17	19	21	22	24	25

Le même procédé est employé pour les questions **2. b.**, **2. c.** et **3.**

4. Pour être sûr de gagner, il faut atteindre 20 en premier. Comme on ne peut ajouter que 1 ou 2 à chaque tour, il faudra donc dire 17 pour être certain d'atteindre 20 en premier. En remontant ainsi de suite, on arrive à la suite de nombres suivante : 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20.

Il faudra donc commencer à jouer et dire 2 pour appliquer cette stratégie.

Cette suite de nombre peut aussi être retrouvée en effectuant la division euclidienne de 20 par 3 : le reste de cette division donne le nombre qu'il faut annoncer en premier pour être sûr de pouvoir gagner.

2

1. Le nombre de marches est un multiple de 3, de 4 et de 5.

$$3 \times 4 \times 5 = 60 \text{ ou } 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

Comme le nombre de marches est inférieur à 100, l'escalier compte 60 marches.

2. a. Oui, parce que 60 est un multiple de 2 (le reste de la division euclidienne $60 \div 2$ est nul).

b. Non, parce que 60 n'est pas un multiple de 8.

$$60 = 7 \times 8 + 4$$

Donc il reste 4 marches avant d'arriver en haut de l'escalier.

c. Non, 60 n'est pas non plus un multiple de 7.

$$60 = 8 \times 7 + 4$$

Donc il reste 4 marches avant d'arriver en haut de l'escalier.

$$\mathbf{d.} \quad 60 = 1 \times 60 = 2 \times 30 = 3 \times 20 = 4 \times 15 = 5 \times 12 = 6 \times 10$$

Pour arriver exactement à la dernière marche, on peut imaginer monter l'escalier marche par marche, par 2, 3, 4, 5, 6, 10, 20, 30 marches ou d'un seul bon de 60 marches.

$$\mathbf{3.} \quad 5 + 7 + 5 + 7 + 5 + 7 + 5 + 7 + 5 + 7 = 60$$

La personne qui monte les marches de la manière qui précède arrive donc sur la dernière marche.

4. Il faut chercher les multiples de 3, 4 et 5 (multiples de 60) compris entre 400 et 500.

$$60 \times 6 = 360 ; 60 \times 7 = 420 ; 60 \times 8 = 480 ; 60 \times 9 = 540$$

L'escalier peut donc contenir 420 ou 480 marches.

Faisons le bilan

Un nombre entier a est un multiple d'un nombre entier b (non nul) lorsque le reste de la division euclidienne de a par b est 0. b est alors appelé diviseur de a .

b est non nul parce qu'il n'est pas possible de « diviser par 0 ».

Découvrir les nombres premiers

3

1. a. On cherche si l'on peut former un rectangle avec 38 billes.

$$38 = 19 \times 2$$

38 est un nombre composé : 38 billes permettent de former un rectangle.

$$\mathbf{b.} \quad 297 = 9 \times 33$$

297 est un nombre composé : 297 billes permettent de former un rectangle.

c. $7 = 7 \times 1$

7 n'est pas un nombre composé : 7 billes ne permettent pas de former un rectangle.

d. $31 = 31 \times 1$

31 n'est pas un nombre composé : 31 billes ne permettent pas de former un rectangle.

2. Impossible de disposer 3 ou 5 billes en rectangle. 3 et 5 sont donc des nombres premiers.

3. $3 = 3 \times 1$

Les seuls diviseurs de 3 sont 1 et 3.

$5 = 5 \times 1$

Les seuls diviseurs de 5 sont 1 et 5.

4

1. Si a vaut 8, il faut chercher b , un entier tel que $8b = 36$.

$8 \times 4 = 32$ et $8 \times 5 = 40$

Il n'existe aucun nombre b entier tel que $8b = 36$.

En effet, 8 n'est pas un diviseur de 36 (le reste de la division euclidienne de 36 par 8 n'est pas nul : $36 = 8 \times 4 + 4$).

b. Pour $a = 4$, $36 = 4 \times 9$.

Donc b vaut 9.

c. Pour $b = 12$, $36 = 12 \times 3$.

Donc a vaut 3.

d. On cherche les diviseurs de 36.

$36 = 1 \times 36 = 2 \times 18 = 3 \times 12 = 4 \times 9 = 6 \times 6$

On peut donc former cinq rectangles de dimensions 1 par 36 ; 2 par 18 ; 3 par 12 ; 4 par 9 ; 6 par 6.

2. a. 31 n'a que 1 et 31 pour diviseur. Le seul rectangle possible est de dimensions 1 par 31.

b. 31 n'est pas un nombre composé, c'est un nombre premier.

5

1. Voici l'exemple d'une partie jouée entre Mylène (M) et Aurélie (A) :

M	A	M	A	M
39	3	1	13	Perdu

2. a. Voici une liste de nombres possibles si le premier joueur choisit 40 :

M	A	M	A	M	A	M	A	M	A	M	A	M	A	M	A	M
40	1	2	20	10	30	5	15	3	9	18	36	4	12	6	24	8

A	M	A
32	16	Perdu

b. Voici une liste de nombres possibles si le premier joueur choisit 18 :

M	A	M	A	M	A	M
18	3	33	1	22	11	Perdu

c. Voici une liste de nombres possibles si le premier joueur choisit 23 :

M	A	M	A
23	1	37	Perdu

3. Oui, la stratégie gagnante consiste à choisir le nombre le plus proche de 40 (37 par exemple).

Le joueur 2 n'a alors que la possibilité de choisir 1. Le premier joueur choisit alors un autre nombre premier différent de 37 et proche de 40 (29 par exemple). Le deuxième joueur a alors perdu.

Faisons le bilan

Un nombre premier (positif) est un nombre qui ne possède que deux diviseurs (positifs) : 1 et lui-même.

1 1.

a.

$$\begin{array}{r|l} 138 & 5 \\ -10 & \\ \hline 38 & 27 \\ -35 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r|l} 192 & 6 \\ -18 & \\ \hline 12 & 32 \\ -12 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

c.

$$\begin{array}{r|l} 369 & 15 \\ -30 & \\ \hline 69 & 24 \\ -60 & \\ \hline 9 & \end{array}$$

2. La division **b.** a un reste nul.

2 **a.** $7 \times 15 + 21 = 105 + 21 = 126$
 $15 \times 8 + 6 = 120 + 6 = 126$

b. Dans une division euclidienne, le reste doit être strictement inférieur au diviseur, c'est-à-dire, ici, strictement inférieur à 15. Jules n'a pas raison car 21 est supérieur à 15.

3 **a.** Non **b.** Oui

c. Les diviseurs de 24 sont 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24.

d. Les diviseurs de 72 sont 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 et 72.

4 Les répartitions possibles d'élèves pour la visite sont les suivantes :

- cinq groupes de 22 et deux groupes de 24 ;
- quatre groupes de 22 , deux groupes de 23 et un groupe de 24 ;
- deux groupes de 21, quatre groupes de 23 et un groupe de 24.

5 Les années bissextiles sont 1856, 1904, 1948, 2000, 2016, 2152 et 2400.

6 **a.** Les nombres premiers sont 47, 23, 11 et 73.

b. $39 = 3 \times 13$ $51 = 3 \times 17$ $69 = 3 \times 23$

$123\ 456 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 643$

$123\ 456\ 789 = 3 \times 3 \times 3 \times 607 \times 3\ 803$

7 **a.** Vrai **b.** Faux **c.** Vrai

8 **a.** $\frac{7}{10}$ **b.** $\frac{9}{7}$ **c.** $\frac{9}{5}$

d. $\frac{11}{6}$ **e.** $\frac{3}{4}$

Je m'entraîne

11 Le quotient est 6 et le reste est 5.

12 Chacun reçoit 40 bonbons.
Il en reste 5.

13 Chaque pile contiendra 13 cartes.

14 Le reste vaut 3.

15 **a.** Non **b.** Oui

16 Le plus grand diviseur impair de 54 est 27.

17 La liste des diviseurs de 48 est 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 et 48.

18 **a.** Faux **b.** Faux **c.** Vrai

19 144

20 Oui, la somme de deux nombres pairs est un nombre pair.

21 $2n(2n + 1)$ est un multiple de 2.

22 **a.** $45 = 5 \times 9$ **b.** $26 = 2 \times 13$
c. $111 = 11 \times 11$ **d.** $153 = 3 \times 51$

23 $51 = 3 \times 17$
51 n'est pas un nombre premier.

Division euclidienne

24 **1.** $390 = 26 \times 15$
2. a. 390 est un multiple de 26.

b. 26 a pour multiple 390.
c. 15 est un diviseur de 390.
d. 390 a pour diviseur 26.

25 **a.** 68 est un multiple de 2.
b. 234 est un multiple de 9.
c. 1 470 est un multiple de 5.
d. 119 n'est pas un multiple de 9.

26 1. a. Il fera 27 bouquets.

b. Il ne restera pas de rose.

2. a. Il fera également 27 bouquets.

b. Il restera 1 rose.

27 a. 3 b. 2 c. 5

28 a. Diviseurs de 36 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

Diviseurs de 54 : 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54.

b. Les diviseurs communs sont 1, 2, 3, 6 et 9.

c. Le plus grand diviseur commun est 9.

d. Les diviseurs de 9 sont 1, 2, 3, 6 et 9.

Ce sont les mêmes diviseurs que les diviseurs communs à 36 et 54.

29 1. a. On obtient 4 pour 2 ; 14 pour 7 et 18 pour 9.

b. On peut conjecturer que l'on obtient le double du nombre de départ.

2. Jérôme a choisi 8.

30 a. $n = 10 \times q + r$

q est le nombre de dizaines et r est le chiffre des unités.

b. $10 \times q = 2 \times 5 \times q$

c. 0, 2, 4, 6 et 8 sont des multiples de 2.

d. $10 \times q$ et r sont des multiples de 2, donc $n = 10 \times q + r$ est un multiple de 2.

31 $n = 10 \times q + r = 5 \times 2 \times q + r$

Nombres premiers et fractions irréductibles

32 a. Non

b. Les restes possibles sont 1 ou 5.

33 1. b.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. a. Non b. Non c. Non

34 2, 3 et 5 sont trois exemples de nombres premiers de Sophie Germain.

35 1. a. $25 = 5 \times 5$

b. $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

c. $125 = 5 \times 5 \times 5$

d. $456 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 19$

2. $\frac{25}{125} = \frac{1}{5}$ et $\frac{2016}{456} = \frac{84}{19}$.

36 a. $\frac{7}{2}$ b. $\frac{1}{7}$ c. $\frac{9}{7}$

d. $\frac{15}{4}$

Je résous

p. 132-133 du manuel

37 Traduction : *Voici une division euclidienne.*

► Trouver les trois chiffres manquants du dividende.

La réponse est 256.

38 Tous les totaux de points sont réalisables à l'exception de 1, 2 et 4.

39 Non parce que 1 045 n'est pas un multiple de 76.

40 Oui.

$220 + 284 = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 + 220$

41 a. Les nombres de Harshad inférieurs à 21 sont 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 18 et 20.

b. Non, par exemple 99 n'est pas un nombre de Harshad.

42 a. Non. Par exemple $3 + 4 + 5 = 12$.

b. Oui.

$n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1)$

43 a. On obtient 16, puis 8, puis 4, puis 2, puis 1, puis 4, de nouveau 2, de nouveau 1, de nouveau 4, etc.

b. Pour le nombre 17, on arrive au même résultat.

2. On peut conjecturer que l'on obtient toujours le cycle 4 ; 2 ; 1 qui se répète.

44 Il faut jouer en premier puis choisir 5, 13, 23, 31, 43, 53, 61, 71, 79 et 89.

45 La grande aiguille se trouvera sur 8 h lorsque l'engrenage à 40 dents aura fait un tour.

- 46** 1. a. Non. 88 n'est pas un multiple de 10.
 b. Oui, 88 et 110 sont des multiples de 11.
 2. a. La longueur du côté du carré sera 22 cm.
 b. Il y aura 20 carrés par plaque.
- 47** Le résultat final se termine par un 5.

48 b. Les deux astéroïdes apparaîtront en même temps 735 jours après le 7 décembre 2015, c'est-à-dire le 11 décembre 2017.

49 Voici un exemple de correction :
 $5,20 \text{ m} \times 4,60 \text{ m} = 23,92 \text{ m}^2$
 $20 \times 20 = 400$
 $2\,392 \div 0,04 = 598$
 Le sol coutera 598 €.

Je m'évalue

p. 134 du manuel

50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
b.	a.	d.	b.	a. b.	a. b. c. d.	b.	c.	c.	a.

Je prépare le contrôle

p. 135 du manuel

60

	Quotient	Reste
a. $30 \div 7$	4	2
b. $43 \div 13$	3	4
c. $249 \div 21$	11	18
d. $1\,025 \div 25$	41	0

- 61** 1. a. 1 ; 2 ; 4 ; 8
 b. 1 ; 3 ; 5 ; 15
 c. 1 ; 23
 d. 1 ; 3 ; 11 ; 33
 e. 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 14 ; 28 ; 56
 f. 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 14 ; 28
 g. 1 ; 61
 2. Parmi ces nombres, 23 et 61 sont des nombres premiers.

62 $n = 9 \times 7 + 6 = 69$

67 **SCRATCH**

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

63 a. 5

b. $\frac{15}{2}$

64 a. Si un entier est un multiple de 8 alors il peut s'écrire $8 \times n$.

$8 \times n = 4 \times 2 \times n$

Il est donc un multiple de 4 également.

b. La réciproque n'est pas vraie. Par exemple, 12 est un multiple de 4 mais n'est pas un multiple de 8.

65 Vrai.

$(n + 3) \times 7 + 3n - 21 = 7n + 21 + 3n - 21 = 10n$

On obtient donc toujours un multiple de 10.

66 a. $255 = 17 \times 15$

Pour que cet escalier soit conforme aux normes d'habitation, il doit avoir 15 marches de 17 cm de hauteur chacune.

b. Pour que cet escalier soit conforme aux normes d'usage d'accueil du public, il doit avoir 17 marches de 15 cm de hauteur chacune.

Mathématiques et Citoyenneté

p. 136 du manuel

- 68** a. La clé RIB qui correspond est 96.
 b. Cela peut permettre de corriger une erreur de saisie, ou de vérifier qu'il ne s'agit pas d'un numéro de compte donné au hasard par exemple.

J'utilise tout ce que je sais p. 137 du manuel

1 $26 = 4 \times 6 + 2$

$33 = 6 \times 5 + 3$

$200 = 12 \times 16 + 8$

$20 = 2 \times 10$

$510 = 14 \times 36 + 6$

Le menuisier peut construire 5 étagères complètes (ce sont les planches courtes qui limitent le nombre d'étagères).

2 **1.** 7 et 13 sont uniquement divisibles par 1 et par eux-mêmes : ce sont donc des nombres premiers.

2. $40 - 2 \times 6 = 40 - 12 = 28 = 7 \times 4$

Oui, 406 est divisible par 7.

b. $18 - 2 \times 2 = 18 - 4 = 14 = 7 \times 2$

Oui, 182 est divisible par 7.

$49 - 2 \times 1 = 47$

Non, 491 n'est pas divisible par 7.

$79 - 2 \times 8 = 79 - 16 = 63 = 7 \times 9$

Oui, 798 est divisible par 7.

$150 - 2 \times 5 = 150 - 10 = 140 = 7 \times 20$

Oui, 1 505 est divisible par 7.

$3\,218 - 2 \times 6 = 3\,218 - 12 = 3\,206$

Oui, 32 186 est divisible par 7.

3. a. $87 + 4 \times 1 = 87 + 4 = 91$

$9 + 4 \times 1 = 13$

Oui, 871 est un multiple de 13.

b. Non, 5 n'est pas un multiple de 13.

$92 + 4 \times 8 = 92 + 32 = 124$

$12 + 4 \times 4 = 12 + 16 = 28$

Non, 928 n'est pas un multiple de 13.

$1\,025 + 4 \times 8 = 1\,025 + 32 = 1\,057$

$105 + 4 \times 7 = 105 + 28 = 133$

$13 + 4 \times 3 = 13 + 12 = 25$

Non, 10 258 n'est pas un multiple de 13.

$5\,339 + 4 \times 7 = 5\,339 + 28 = 5\,367$

$536 + 4 \times 7 = 536 + 28 = 564$

$56 + 4 \times 4 = 56 + 16 = 72$

$7 + 4 \times 2 = 7 + 8 = 15$

Non, 53 397 n'est pas un multiple de 13.

$60\,576 + 4 \times 1 = 60\,576 + 4 = 60\,580$

$6\,058 + 4 \times 0 = 6\,058$

$605 + 4 \times 8 = 605 + 32 = 637$

$63 + 4 \times 7 = 63 + 28 = 91$

$9 + 4 \times 1 = 13$

Oui, 605 761 est un multiple de 13.

3 **a.** $21 \times 3 = 63$

$63 + 1 = 64$

$64 = 26 \times 2 + 12$

La lettre associée à 12 est M, donc la lettre V est codée par la lettre M.

b. En appliquant le programme de calcul pour chaque lettre, on obtient le tableau ci-dessous.

c. La phrase codée est :

« In uibzdza kn garjmna mbjg lznjs xjn hn xjn i'ro garjmn ».

d. Le mot décodé est « BRAVO ».

Lettre de départ	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Lettre codée	B	E	H	K	N	Q	T	W	Z	C	F	I	L	O	R	U	X	A	D	G	J	M	P	S	V	Y

UNITÉ D Calcul littéral

Progression dans l'unité

Chapitre	5 ^e	4 ^e	3 ^e
9. Déterminer plusieurs écritures d'une même expression	Expression littérale (1)	Développer, factoriser, réduire	Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture (2)
10. Résoudre des équations, des inéquations	(1)	Résoudre des équations (3)	Résoudre des inéquations (3)

(1) Cela ne requiert pas de chapitre spécifique, mais peut être abordé dans différents chapitres et dans tous les autres thèmes (grandeurs et mesure, espace et géométrie). Dès la 5^e, on peut résoudre des égalités à trous, des équations dont la solution est évidente, etc. en particulier dans un cadre de résolution de problèmes.

(2) Cela peut être abordé dès la 5^e (comment écrire le multiple d'un nombre, montrer qu'un multiple de 4 est un multiple de 2, etc.). Il s'agit en particulier de pratiquer le raisonnement et d'initier à la démonstration dans d'autres cadres que la géométrie.

(3) On continue en 3^e à travailler la résolution d'équations, en particulier à travers la résolution de problèmes.

1 1. a. $2 + 5 = 3 + 4$

b. $2 \times 3 + 4 < 2 + 3 \times 4$

c. $6,342 < 6,42$

d. $5 + 5 + 5 + 5 = 4 \times 5$

e. $-3,42 < 3,42$

f. $6,09 < 6,1$

g. $-6,09 > -6,1$

h. $(2 + 3) \times 10 > 2 + 3 \times 10$

2 a. Les deux figures ont le même périmètre.

b. L'aire de la figure A est plus grande que celle de la figure B.

3 Voiture 1 : $3 \times 3 + 1 + 2 + 3 = 15$

Voiture 2 : $3 \times 2 + 2 + 2 + 2 = 12$

Voiture 3 : $3 \times 3 + 1 + 3 + 3 = 16$

La voiture 1 obtient 15 points, la voiture 2 obtient 12 points et la voiture 3 obtient 16 points.

4 a. $2 + 6 = 8$

c. $2 \times 4 = 8$

e. $5,1 + 1,2 = 6,3$

g. $1,2 \times 10 = 12$

i. $3 + (-1) = 2$

b. $7 = 1 + 6$

d. $7 = 1 \times 7$

f. $2,3 = 4,2 - 1,9$

h. $2,3 = 1 \times 2,3$

j. $3 \times 0,1 = 0,3$

5 a. $36 \div 2 = 18$

Les deux frères ont 18 ans.

b. $18,4 \div 4 = 4,6$

La longueur de son côté est 4,6 cm.

c. $384,99 - 125,98 = 259,01$

L'ordinateur coûte 259,01 €.

d. $6 - 3,4 = 2,6$

$2,6 \div 2 = 1,3$

Le nombre choisi est 1,3.

6 $50,3 \text{ kg} = 50\,300 \text{ g}$

$48 \text{ kg} = 48\,000 \text{ g}$

$50\,300 - 48\,880 = 420$

Les fournitures scolaires de Steven pèsent 420 g.

9. Déterminer plusieurs écritures d'une même expression

Quel est le problème ? p. 141 du manuel

Intérêt du problème posé

Cette situation permet d'introduire les écritures littérales que l'on trouve dans la vie courante. La lettre sert ici à remplacer certaines variables relatives aux personnes (revenu imposable et nombre de parts).

On voit que plusieurs lettres différentes ne représentent pas la même variable mais qu'une même lettre représente le même nombre.

Il s'agit ici de calculer une expression littérale en remplaçant les variables par des nombres donnés. Cet exercice fait aussi appel à des compétences de gestion de données.

Questions possibles

1. Comment utiliser le tableau donné pour calculer l'impôt que Samantha va payer ?
2. Que représentent R et N ?

Exemple de résolution

1. Une première étape consiste à rechercher les valeurs R et N relatives à Samantha.

Les notes en bas du tableau indiquent ce que représentent ces variables.

On donne $R = 22\,500$ € et $N = 1$.

2. Il faut chercher la ligne à utiliser avec le calcul $\frac{R}{N} = 22\,500$.

Il s'agit de la deuxième ligne du tableau.

On calcule ensuite l'impôt (le taux d'imposition est une donnée inutile ici).

On applique la formule donnée : $R \times 0,14 - 1\,358 \times N = 22\,500 \times 0,14 - 1\,358 = 1\,792$.

Samantha va payer 1 792 € d'impôts.

Prolongement possible : Le problème peut être prolongé avec d'autres calculs d'impôts utilisant des formules différentes.

On peut aussi se demander si une personne qui augmente un peu son salaire et qui passe ainsi à la tranche supérieure d'imposition est « gagnante » sur un exemple précis.

Difficultés prévisibles : La lecture du tableau est une difficulté attendue.

Les élèves ne comprennent pas systématiquement qu'il ne faut utiliser qu'une seule ligne du tableau pour trouver la bonne « formule ».

Découvrir les expressions littérales

1

- a.** On peut dénombrer le nombre de carreaux : la figure compte 20 carreaux gris.
b. La figure est encore possible mais certains élèves vont peut-être effectuer des calculs, par exemple : $10 + 10 + 8 + 8 = 36$.

La figure compte alors 36 carreaux gris.

- c.** La figure est trop complexe : il faut recourir au calcul.

$$39 + 39 + 37 + 37 = 152 \quad \text{ou} \quad 4 \times 38 + 4 = 152$$

La figure compte alors 152 carreaux gris.

- 2. a.** Plusieurs formules peuvent être proposées.

Soit n le nombre de carreaux du carré blanc, le nombre de carreau gris est égal à :

$$(n + 2) + 2n \quad \text{ou} \quad 4(n + 1) \quad \text{ou} \quad 4n + 4.$$

Ainsi, on peut définir une expression littérale.

- b.** Les élèves remplacent n par les nombres 4, 8 et 38 et valident les réponses de la question **a.**

- c.** Avec l'une des formules :

$$4 \times (138 + 1) = 4 \times 139 = 556 \text{ carreaux gris.}$$

2

1. a. $6,1 \times (3,5 + 4,7) = 6,1(3,5 + 4,7)$

b. $(9,8 - 0,7) \times (3,4 + 1,6) = (9,8 - 0,7)(3,4 + 1,6)$

c. $15 \times x + 12 \times y = 15x + 12y$

d. $4 + 1 \times c = 4 + c$

e. $a + b \times c = a + bc$

f. $2 \times (L + l) = 2(L + l)$

g. $L \times l = Ll$

h. $\frac{b \times h}{2} = \frac{bh}{2}$

i. $5 \times a = 5a$

j. $b \times 4 = 4b$

2. $A = 4ab$

$B = 12cd$

$C = 5x^2$

$D = 16x^2$

$E = a^2b$

$F = 15ab$

$G = 18y$

$H = 12y^2$

$I = a + 5a^2$

$J = 15d + 2$

3

- 1.** Les élèves peuvent penser que, pour montrer que deux expressions littérales sont égales, il suffit de vérifier pour quelques valeurs de n . Le but est de mettre en défaut cette technique. En testant les deux expressions pour $x = 1$, on obtient pour résultats 1 et 2, ce qui prouve que les expressions ne sont pas égales.

On définit ainsi deux expressions égales comme deux expressions donnant le même résultat quelle que soit la valeur choisie pour la variable.

- 2.** Les égalités **b.**, **c.** et **h.** sont toujours vraies. Les égalités **a.** et **k.** sont toujours fausses.

d. est vraie si ABC est rectangle en B.

e. est parfois vraie : par exemple $x = -5$ et $y = 5$. **f.** est vraie si $c = -5$.

g. est vraie si $d = \frac{12}{9}$.

i. est vraie si A, B et C sont alignés dans cet ordre.

j. est vraie si $x = 0$.

l. est vraie si $x = 2$.

Faisons le bilan

Une expression littérale est une expression dans laquelle figure(nt) une ou plusieurs lettres.

Deux expressions littérales sont égales quand elles donnent le même résultat quel que soit la valeur choisie pour les lettres.

Développer ou factoriser une expression littérale

4

1. a. $\mathcal{A}_{\text{rectangle}} = 5 \times (2 + 6) = 5 \times 8 = 40 \text{ cm}^2$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{rectangle}} &= \mathcal{A}_{\text{rectangle 1}} + \mathcal{A}_{\text{rectangle 2}} \\ &= 5 \times 2 + 5 \times 6 = 10 + 30 = 40 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

On peut écrire : $5 \times (2 + 6) = 5 \times 2 + 5 \times 6$

b. Aire du grand rectangle : $\mathcal{A} = l \times L = k \times (a + b)$.

Somme des aires des deux petits rectangles : $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 = k \times a + k \times b$.

c. a , b et k sont des nombres positifs. On a $k(a + b) = ka + kb$.

2. a. Reproduire la feuille de calcul dans un tableur.

b. Dans la cellule D2, il faut saisir $=A2*(B2+C2)$.

Dans la cellule E2, on doit saisir $=A2*B2+A2*C2$.

c. Les résultats en D2 et E2 sont toujours égaux.

d. La formule précédente est valable quelles que soient les valeurs de k , a et b .

$$\begin{aligned} \mathbf{3. a.} \quad A &= 3(1 + 4x) = 3 + 12x & B &= (7 + 3x) \times 4 = 28 + 12x & C &= 4x(2 + 7x) = 8x + 28x^2 \\ D &= 2(x - 6) = 2x - 12 & E &= -5(1 + 2x) = -5 - 10x & F &= -3x(2x - 4) = -6x^2 + 12x \end{aligned}$$

$$\mathbf{b.} \quad G = 7 \times 3 + 7 \times y = 7(3 + y) \quad H = 5 \times 2x + 5 \times 3 = 5(2x + 3) \quad I = 4 \times y + 6 \times 4 = 4(y + 6)$$

5

1. B , D , F et I sont des sommes. A , C , E , G et H sont des produits.

$$\mathbf{2. a.} \quad A = 3(4 + x) = 12 + 3x \quad C = (7 + 3x) \times 2 = 14 + 6x$$

$$E = -3(4 - 2x + 5y) = -12 + 6x - 15y \quad G = 5x(3 + x) = 15x + 5x^2$$

$$H = -2y(x - 5) = -2yx + 10y$$

$$\mathbf{b.} \quad B = 5y + 5 \times 3 = 5(y + 3) \quad D = 12 - 4y = 4(3 - y)$$

$$F = 3x + 8x = x \times 11 = 11x \quad I = 3y^2 - 5y = y(3y - 5)$$

Faisons le bilan

Développer une expression littérale, c'est transformer un produit en une somme.

Factoriser une expression littérale, c'est transformer une somme en produit.

Réduire une expression littérale

6

a.

Nombre de personnes	40	44	50
Musée	58	63,80	75,50
Théâtre	90	99	112,50
Repas	252	277,2	315
Car	345	345	345
Carburant	65	65	65
Total	810	850	910

b. Le cout du voyage pour n participants est : $1,45n + 2,25n + 6,30n + 345 + 65$.

Chaque participant paie 10 € donc, s'il y a n participants, cela revient à $(10n)$ €, auxquels s'ajoutent les frais de carburant et de location du bus : $65 + 345 = 410$.

Le cout du voyage est donc $10n + 410$.

c. Les élèves ne savent pas forcément résoudre de telles équations à ce stade. On peut procéder par des essais (avec le tableur, éventuellement). L'intérêt est de montrer qu'après réduction de l'expression, les calculs sont plus rapides.

$$\text{Pour 30 personnes : } 30 \times 10 + 410 = 710 \quad \text{Pour 35 personnes : } 35 \times 10 + 410 = 760$$

$$\text{Pour 36 personnes : } 36 \times 10 + 410 = 770 \quad \text{Pour 37 personnes : } 37 \times 10 + 410 = 780$$

Le voyage sera limité à 36 participants.

7

1. a. Reproduire la feuille de calcul dans un tableur.

b. Les formules sont les suivantes.

$$\text{En B2 : } =6+A2. \quad \text{En C2 : } =1-A2. \quad \text{En D2 : } =7+A2.$$

$$\text{En E2 : } =A2-4. \quad \text{En F2 : } =B2-C2-D2-E2.$$

c. Le résultat donne toujours 2.

$$\mathbf{d.} \quad S = 1 \times (6 + x) - 1 \times (1 - x) - 1 \times (7 + x) - 1 \times (x - 4)$$

$$S = 6 + x - 1 + x - 7 - x - x + 4$$

$$S = 2$$

$$\begin{aligned}
 2. T &= (2x + 4) - (3x - 5) + (x - 2) \\
 T &= 1 \times (2x + 4) - 1 \times (3x - 5) + 1 \times (x - 2) \\
 T &= 2x + 4 - 3x + 5 + x - 2 \\
 T &= 7
 \end{aligned}$$

Faisons le bilan

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire plus simplement en regroupant les nombres ensemble, les termes avec x ensemble, les termes avec x^2 ensemble, etc.

Lorsque les parenthèses sont précédées du signe $+$, on peut les supprimer sans rien changer.

Lorsque les parenthèses sont précédées du signe $-$, on peut les supprimer en prenant l'opposé de l'expression entre parenthèses.

Utiliser la double distributivité

8

1. a. $\mathcal{A} = (a + b)(c + d) \quad \mathcal{A} = ac + bc + ad + bd$

b. $(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd$

2. On pose $k = a + b$, donc :

$$(a + b)(c + d) = k \times (c + d) = kc + kd = (a + b) \times c + (a + b) \times d = ac + bc + ad + bd$$

3. a. $A = (2 + x)(1 + x) = 2 + 3x + x^2 \quad B = (2x + 1)(1 + x) = 2x^2 + 3x + 1$

$C = (2 + 3x)(2 + x) = 4 + 8x + 3x^2 \quad D = (2x + 3)(1 + 3x) = 3 + 11x + 6x^2$

b. $F = (2 - x)(1 + x) = 2 + x - x^2 \quad G = (2 - x)(1 - x) = 2 - 3x + x^2$

$H = (2x - 1)(1 + x) = 2x^2 + x - 1 \quad I = (-2x - 3)(1 + 3x) = -6x^2 - 11x - 3$

9

1. a. $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$ car $ab = ba$

b. $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a - b)(a + b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$

2. a. Avec -2 , les deux programmes donnent 121.

Avec 1 , les deux programmes donnent 4.

b. Non, cela ne suffit pas de calculer les sorties des programmes sur quelques valeurs pour montrer qu'ils affichent toujours le même résultat.

Si n le nombre entré au départ, le premier programme donne $(3n - 5)^2$ et le second $(3n - 10) \times 3n + 25$.

On doit déduire ces expressions pour montrer qu'elles sont égales.

$$(3n - 5)^2 = 9n^2 - 30n + 25 \text{ et } (3n - 10) \times 3n + 25 = 9n^2 - 30n + 25$$

Donc les deux programmes donnent bien toujours le même résultat.

Faisons le bilan

La double distributivité permet de simplifier des expressions littérales en transformant des produits en sommes que l'on peut réduire.

On peut ainsi montrer des égalités entre expressions littérales ou calculer plus rapidement.

Les identités remarquables permettent de développer plus rapidement des expressions littérales du type $(a + b)^2$; $(a - b)^2$ ou $(a + b)(a - b)$.

Valider ou réfuter une conjecture avec le calcul littéral

10

1. a. En choisissant par exemple 0 , 1 et -1 au départ, on obtient :

Nombre choisi	0	1	-1
Programme 1	-15	-12	-16
Programme 2	-15	-12	-16
Programme 3	-15	-12	-16

b. Soit k le nombre choisi au départ.

Le programme 1 donne : $k \times (k + 2) - 15 = k^2 + 2k - 15$.

Le programme 2 donne : $k^2 + 2k - 15$.

Le programme 3 donne : $(k-3) \times (k+5) = k^2 - 3k + 5k - 15 = k^2 + 2k - 15$.

Les expressions sont donc égales.

2. a. Avec 2, le résultat est 0. De même si l'on choisit -8.

b. Soit t le nombre entré.

Le résultat est alors : $(t+3)^2 - 25 = t^2 + 6t + 9 - 25 = t^2 + 6t - 16$.

Le programme ne retourne donc pas zéro systématiquement. Si l'on entre 0, il ressort -16.

Faisons le bilan

Si l'on veut montrer qu'une proposition est vraie, il faut absolument la démontrer. Et non pas simplement la vérifier sur un ou plusieurs exemples.

Pour démontrer qu'une propriété est vraie à l'aide de calculs, il faut utiliser les expressions littérales et, souvent, changer leur écriture pour aboutir au résultat.

Pour montrer qu'une propriété est fautive, il suffit de vérifier qu'elle ne fonctionne pas pour un exemple, alors appelé « contre-exemple ».

J'applique

p. 143 du manuel

1 $\mathcal{A} = \frac{D \times d}{2} = \frac{4,6 \times 3}{2} = \frac{13,8}{2} = 6,9$

L'aire du losange est 6,9 cm².

2 a. $\mathcal{P} = 2 \times (L + l) = 2(L + l)$

$\mathcal{A} = L \times l = Ll$

b. $\mathcal{P} = 4 \times c = 4c$

$\mathcal{A} = c \times c = c^2$

c. $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r = 2\pi r$

$\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi r^2$

3 a. Pour $x = -2$:

$A = 4x - 3 = 4 \times (-2) - 3 = -11$

$B = -9 + x = -9 + (-2) = -11$

Pour $x = -2$, on a $A = B$.

b. On ne peut pas affirmer que $A = B$ à partir d'un seul exemple.

Par exemple, pour $x = 1$, $A = 1$ et $B = -8$.

4 a. $101 \times 57 = 5\,757$

b. $17,6 \times 58 - 7,6 \times 58 = 580$

5 $\mathcal{A} = L \times l$

$15 + 10y = 5 \times (3 + 2y)$

La longueur du rectangle est $3 + 2y$.

6 Un carré a ses quatre côtés de même longueur.

$BE = BC - EC = 4x + 5 - (2x + 3)$

$= 4x + 5 - 2x - 3$

$= 2x + 2$

$\mathcal{P} = 2 \times (4x + 5) + 2 \times (2x + 3)$

$= 8x + 10 + 4x + 6$

$= 12x + 14$

Le périmètre vaut $12x + 14$.

8 $998^2 - 997 \times 999 = (1\,000 - 2)^2 - (1\,000 - 3) \times (1\,000 - 1)$

$= 1\,000\,000 - 4\,000 + 4 - (1\,000\,000 - 1\,000 - 3\,000 + 3)$

$= 1\,000\,000 - 4\,000 + 4 - 1\,000\,000 + 1\,000 + 3\,000 - 3$

$= 1$

$\mathcal{A} = (4x + 5) \times (2x + 2)$
 $= 8x^2 + 8x + 10x + 10$
 $= 8x^2 + 18x + 10$

7 a. • Si on choisit 3 :

Prog. A : $(3 + 3)^2 - 36 = 36 - 36 = 0$

Prog. B : $(3 + 9) \times (3 - 3) = 12 \times 0 = 0$

• Si on choisit -2 :

Prog. A : $(-2 + 3)^2 - 36 = 1 - 36 = -35$

Prog. B : $(-2 + 9) \times (-2 - 3) = 7 \times (-5) = -35$

• Si on choisit $\frac{5}{3}$.

Prog. A : $\left(\frac{5}{3} + 3\right)^2 - 36 = \left(\frac{14}{3}\right)^2 - 36$
 $= \frac{196}{9} - \frac{324}{9}$
 $= -\frac{128}{9}$

Prog. B : $\left(\frac{5}{3} + 9\right) \times \left(\frac{5}{3} - 3\right) = \frac{32}{3} \times \left(-\frac{4}{3}\right)$
 $= -\frac{128}{9}$

b. Non, on ne peut pas affirmer avec trois exemples que les deux programmes de calcul donnent le même résultat quel que soit le nombre choisi.

Pour le prouver, il faut utiliser le calcul littéral.

On appelle a le nombre de départ.

Prog. A : $(a + 3)^2 - 36 = a^2 + 6a - 27$

Prog. B : $(a + 9) \times (a - 3) = a^2 + 6a - 27$

Expression littérale

- 11** a. $2n$ b. $\frac{n}{2}$ c. $-n$
 d. $\frac{n}{3}$ e. $\frac{n}{4}$ f. $3n$
 g. $n+1$ h. $n-1$ i. $n-3$
 j. $4 + \frac{n}{2}$ k. $n \times (n+4)$

- 12** $A = 5 \times (3+4) = 5(3+4)$
 $B = (7,2 - 6,9) \times 2,5 = 2,5(7,2 - 6,9)$
 $C = 9 \times a + 6 \times b = 9a + 6b$
 $D = 4 \times a \times b = 4ab$
 $E = a + b + a \times b = a + b + ab$
 $F = (a + b) \times (a - b) = (a + b)(a - b)$
 $G = a \times (b + c) \times (x + y) = a(b + c)(x + y)$
 $H = 3 \times 5 \times a \times b = 15ab$

- 13** $A = 2(m + n) = -2$
 $B = 3m - 2n = 12$
 $C = -2m^2 + 5n - 3 = -26$
 $D = m(m + 3) = 10$
 $E = 4mn = -24$
 $F = 5m^2 - 8mn = 68$

- 14** Célia : $5x = 5 \times x = 5 \times (-3)$
 Pour Karim, il faut présenter les calculs séparément car on cherche à vérifier l'égalité.

- 15** La tasse contient deux fois plus d'eau.

- 16** 1. a. $2n = -4$ b. $\frac{n}{2} = -1$
 c. $-n = 2$ d. $\frac{n}{3} = -\frac{2}{3}$
 e. $\frac{n}{4} = -0,5$ f. $3n = -6$
 g. $n + 1 = -1$ h. $n - 1 = -3$
 i. $n - 3 = -5$ j. $4 + \frac{n}{2} = 3$

k. $n \times (n + 4) = -4$

2. Comme $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre entier, les réponses g. et h. de l'exercice 11 ne peuvent pas s'appliquer.

- a. $2n = \frac{2}{3}$ b. $\frac{n}{2} = \frac{1}{6}$
 c. $-n = -\frac{1}{3}$ d. $\frac{n}{3} = \frac{1}{9}$
 e. $\frac{n}{4} = \frac{1}{12}$ f. $3n = 1$
 g. $n + 1 = 1$ h. $n - 1 = 0$

- i. $n - 3 = -\frac{8}{3}$ j. $4 + \frac{n}{2} = \frac{25}{6}$
 k. $n \times (n + 4) = \frac{13}{9}$

- 17** La formule à saisir est $=(A2-3)*5$.

- 18**
- Choisir un nombre.
 - Enlever 5.
 - Multiplier par le nombre de départ.
 - Ajouter 6.

Développer, factoriser et réduire des expressions littérales

- 19** a. $5x \times 3 = 15x$ b. $2x - 12x = -10x$
 c. $2 + 4x$ d. $3x^2 + 8x^2 = -5x^2$
 e. $5x \times 2x = 10x^2$ f. $4x \times x^2 = 4x^3$
 g. $5x^3 + 3x^2$ h. $9x^2 + x^2 = 10x^2$
 i. $2x \times 3y = 6xy$ j. $3x + 4y - 2x + y = x + 5y$

- 20** A, D et E sont des sommes.
 B, C et F sont des produits.

- 21** $A = 2(x + 8) = 2x + 16$
 $B = 3(x - 2) = 3x - 6$
 $C = -4(8 + 2x) = -32 - 8x$
 $D = -3(x - 7) = -3x + 21$
 $E = -12x^2 + 8x$
 $F = (5x - 1) \times x = 5x^2 - x$

- 22** $A = 2a + 2b = 2(a + b)$
 $B = 4(c + 3)$
 $C = 2 - 6d = 2(1 - 3d)$
 $D = 5e^2 - 3e = e(5e - 3)$
 $E = 5x^2 - 5 = 5(x^2 - 1)$
 $F = f - 4f^2 = f(1 - 4f)$
 $G = x^3 - 3x^2 = x^2(x - 3)$
 $H = 9a^2 - 6a + 12 = 3(3a^2 - 2a + 4)$

- 23** $A = 46 \times 99 = 4\ 554$
 $B = 48 \times 76 + 48 \times 24 = 4\ 800$
 $C = 137 \times 56 - 37 \times 56 = 5\ 600$
 $D = 1\ 001 \times 42 = 42\ 042$
 $E = 1\ 234 \times 0,41 - 234 \times 0,41 = 410$

- 24** a. $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$
 b. $(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$
 c. $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$
 d. $(2x - 5)(2x + 5) = 4x^2 - 25$

- 25** a. $99^2 = 9\ 801$
 b. $102^2 = 10\ 404$
 c. $99 \times 101 = 9\ 999$

26 $A = 4 + (3x - 1) = 3x + 3$
 $B = (2x + 1) - (-x + 3) = 3x - 2$
 $C = (3 - 2x) - (4 - x^2) + (-6 - 3x) = x^2 - 5x - 7$

27 a. $\mathcal{P} = 10 - x + x + 4 + 7 = 21$
 Le périmètre est toujours égal à 21.

b. Quand $x = 3$, le triangle est équilatéral.

28 La longueur est $3x + 2$.

29 a. $\mathcal{A} = 4 \times (3 + x) \quad \mathcal{A} = 4x + 12$
 La première expression est un produit, la seconde une somme.

b. $\mathcal{A} = 3 \times (x - 4) \quad \mathcal{A} = 3x - 12$
 La première expression est un produit, la seconde une somme.

30 $A = 3(x + 8) + 4(7x + 2) = 31x + 32$
 $B = 5(x - 1) - 7x(2 + 3x) = -21x^2 - 9x - 5$
 $C = 2x(4 - 5x) - (x - 7) = -10x^2 + 7x + 7$
 $D = (3 - 8x) - 5(4x - 7) = -28x + 38$
 $E = 7(3 - 2x) - 4x(2x - 1) = -8x^2 - 10x + 21$
 $F = 7x - 5(2 - 9x) + 7(9x - 1) = 115x - 17$

31 a. $-3(x - 8) \quad \text{b. } -3x + 24$

- 32**
- Choisir un nombre.
 - Le multiplier par 5.
 - Ajouter 7.
 - Multiplier par 4

33 Pour obtenir 417 417 417, le nombre 417 doit être multiplié par 1 001 001.

34 $A = (7x + 3)(x + 5) = 7x^2 + 38x + 15$
 $B = (5 - 2x)(3x - 6) = -6x^2 + 27x - 30$
 $C = (3x + 1)(-5x + 3) = -15x^2 + 4x + 3$
 $D = (7x - 2)^2 = 49x^2 - 28x + 4$
 $E = (-4x - 2)(-x + 8) = 4x^2 - 30x - 16$
 $F = 4(2x - 1)(-x + 3) = -8x^2 + 28x - 12$

35 $A = 6(x + 3) + (2x - 3)(3x - 5) = 6x^2 - 13x + 33$
 $B = (8 - 3x)(4x + 1) - x(x + 2) = -13x^2 + 27x + 8$
 $C = (2x + 1) - (6x - 1)(-3x + 8) = 18x^2 - 49x + 9$
 $D = 2x(4 - 7x) + (7x + 5)(2x - 6) = -24x - 30$
 $E = (3x + 2)(x - 5) - (x - 5) = 57x^2 - 5x - 29$

36 $A = (2x + 3)(-4x + 1) + (2x + 3)(8 - x)$
 $= (2x + 3)(-5x + 9)$
 $B = (4 - 5x)(8x + 1) - (4 - 5x)(7x - 5)$
 $= (4 - 5x)(x + 6)$
 $C = (7 - 2x)(4 + 3x) + (2 - 7x)(3x + 4)$
 $= (3x + 4)(-9x + 9)$
 $D = (9x - 4)(2x + 1) + (9x - 4)^2$
 $= (9x - 4)(11x - 3)$
 $E = (2x - 9)(x - 7) + 3(2x - 9)$
 $= (2x - 9)(x - 4)$

$F = 3(7x + 1)(4 - 2x) + (5 - x)(7x + 1)$
 $= (7x + 1)(-7x + 17)$

37 $\mathcal{A}_{\text{figure bleue}} = \frac{(10 + 3x) \times 6x}{2} = \frac{60x + 18x^2}{2}$
 $= 9x^2 + 30x$

$\mathcal{A}_{\text{figure jaune}} = (5 \times 3x) + [(5 + 3x) \times 3x]$
 $= 15x + 15x + 9x^2$
 $= 30x + 9x^2$

Donc les deux aires sont égales.

38 $\mathcal{A} = 10x^2 + 10x + 2 \quad \mathcal{V} = 2x^3 + 3x^2 + x$

39 $A = (3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$
 $B = (5x - 3)^2 + (4 - 9x^2) = 16x^2 - 30x + 13$
 $C = (7 + 4x)^2 = 16x^2 + 56x + 49$
 $D = (5x + 3)(5x - 3) = 25x^2 - 9$
 $E = (8x + 1)(8x - 1) - (2x + 7)^2 = 60x^2 - 28x - 50$
 $F = (4x - 5)^2 - (8x + 2)^2 = -48x^2 - 72x + 21$

40 $c = 6x + 5$

41 1. a. Avec 2, on obtient 4.

b. Avec -1, on obtient 49.

2. $(3x - 4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$

42 a. Avec 5, on obtient 11 pour les deux programmes.

Avec -1, on obtient -1 pour les deux programmes.

b. $(x + 1)^2 - x^2 = 2x + 1$

43 a. $A = (x - 2)^2 - (x - 3)(x - 4)$
 $= x^2 + 4 - 4x - (x^2 - 4x - 3x + 12)$
 $= x^2 - 4x + 4 - x^2 + 4x + 3x - 12$
 $= 3x - 8$

b. $9\,998^2 - 9\,997 \times 9\,996 = 29\,992$

44 $997 \times 998 - 999^2 = -2\,995$

45 $A = B = C = -10x^2 + 23x - 12$

46 a. Pour 1, on obtient 1. Pour 2, on obtient 2.

Pour 3, on obtient 3.

b. On peut conjecturer que l'on obtient toujours le nombre de départ, mais cette conjecture est fautive :

pour 4 par exemple, on obtient $\frac{38}{11}$.

47 a. Pour $x = 1$, le périmètre est 16 et l'aire est 15 (pour les deux rectangles).

b. Pour les deux rectangles, le périmètre est $8x + 8$. Ils sont donc égaux.

L'aire du rectangle vert est $3x^2 + 12x$.

L'aire du rectangle violet est $3x^2 + 8x + 4$.

Ces expressions ne sont pas toujours égales.

Par exemple, si $x = 2$, le rectangle vert a pour aire 36 et le violet a pour aire 32.

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{48} \text{ a. } \bullet -2 - 3 = -5 & \bullet -2 + 2 = 0 \\
 -5 \times 4 = -20 & 0 - 16 = -16 \\
 -20 + 4 = -16 & \\
 \bullet \frac{4}{3} - 3 = -\frac{5}{3} & \bullet \frac{4}{3} + 2 = \frac{10}{3} \\
 \frac{-5}{3} \times 4 = -\frac{20}{3} & \frac{100}{9} - 16 = -\frac{44}{9} \\
 -\frac{20}{3} + \frac{16}{9} = -\frac{44}{9} &
 \end{array}$$

Les deux programmes donnent le même résultat pour -2 et $\frac{4}{3}$.

b. Si on appelle y le nombre de départ, on obtient avec les deux programmes $y^2 + 4y - 12$.

49 Si on appelle y le nombre de départ, pour ce programme on obtient $(y-3)^2$, donc Arnold a raison.

Je résous

p. 150-151 du manuel

50 a. $72\,000 \div 3\,600 = 20$
La vitesse est égale à 20 m/s.

b. $d_t = \frac{20 \times 20}{20 \times 0,6} \approx 33$ m

La voiture parcourt environ 33 m avant son arrêt.

51 $25\,473 + (1,5 \times 2) = 25\,476$
Le compteur affichera au minimum 25 476 kW·h.

52 $E = -4x + 6(7-x) - 21 \times 2$
 $= -10x$
 $= -875\,413,25$

53 1. a. La formule C est plus intéressante.

b. La formule B est plus intéressante.

c. La formule A est plus intéressante.

2. a. Reproduire la feuille de calcul dans un tableur.

b. Dans B3, il faut saisir =37.

Dans C3, il faut saisir =10+5*A3.

Dans D3, il faut saisir =8*A3.

c. De 1 à 3 séances, il vaut mieux prendre le tarif C.

De 4 à 5 séances, il vaut mieux prendre le tarif B ;

À partir de 6 séances, il vaut mieux prendre le tarif A.

54 1. a. $1 + 2 + 3 = 6$ $2 + 3 + 4 = 9$
 $4 + 5 + 6 = 15$

b. $6 = 3 \times 2$ $9 = 3 \times 3$ $15 = 3 \times 5$

2. a. $n + n + 1 + n + 2 = 3(n + 1)$

b. $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ et 10 n'est pas dans la table de 4.

La somme de quatre nombres entiers consécutifs n'est pas toujours un multiple de 4.

55 1. a. $(2k)^2 = 2k \times 2k = 4k^2 = 2 \times 2k^2$

b. $(2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$

2. a. $2k + 2q = 2 \times (k + q)$

La somme de deux nombres pairs est toujours paire.

b. $2k + 2q + 1 = 2(k + q + 1)$

La somme de deux nombres impairs est toujours paire.

56 Traduction : x est un nombre positif. La longueur des côtés du triangle RST sont exprimées dans la même unité.

► Prouver que le triangle RST est rectangle en S.

Coup de pouce

Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore.

$$RT^2 = 25x^2 + 150x + 225$$

$$SR^2 + ST^2 = 25x^2 + 150x + 225$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle RST est rectangle en S.

57 a. $S = 52 = 4 \times 13$

b. Par exemple, pour la suite 10 ; 11 ; 21 ; 32 ; 53 ; 85,

$$S = 212 = 4 \times 53$$

c. Soit la suite $a ; b ; a + b ; 2b + a ; 2a + 3b ; 3a + 5b$.

$$S = 8a + 12b = 4 \times (2a + 3b)$$

58 $a + b = 62$

$$(a + 7)(b + 7) = ab + 7a + 7b + 49$$

$$= ab + 7(a + b) + 49$$

$$= ab + 7 \times 62 + 49$$

$$= ab + 483$$

Leur produit augmente de 483.

59 $8 \times 2^3 = 64$

Elle a mangé 64 cm³, soit 0,064 L de chocolat.

$$0,064 \times 800 = 51,2$$

Cela correspond à 51,2 g de chocolat.

$$51,2 \times 400 \div 100 = 276,48$$

Ce qu'elle a mangé représente 276,48 kcal.

$$0,16 \times 56 \times 15 = 134,4$$

En faisant 15 min de vélo, elle éliminera 134,4 kcal, donc ce n'est pas suffisant pour éliminer les calories apportées par les deux brochettes de chocolat.

Je m'évalue

p. 152 du manuel

60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74
d.	a.	c.	c.	a. d.	d.	a.	b. c.	a. b. d.	b. c.	d.	a.	d.	b. c. d.	a. d.

Je prépare le contrôle

p. 153 du manuel

75 a. Après le premier arrêt, il y a $n + 8$ personnes dans le bus.

$$n + 8 - \frac{n+8}{4} = n - \frac{1}{4}n + 8 - 2 = \frac{3}{4}n + 6$$

Après le deuxième arrêt, le nombre de personne est

$$\frac{3}{4}n + 6.$$

b. Pour $n = 32$. $\frac{3}{4} \times 32 + 6 = 30$

Il reste 30 passagers après le deuxième arrêt.

76 1. a. $10 \times 3 + 1 = 31$

Le nombre de carrés de la figure 10 est 31.

b. $100 \times 3 + 1 = 301$

Le nombre de carrés de la figure 100 est 301.

c. $2\,016 \times 3 + 1 = 6\,049$

Le nombre de carrés de la figure 2016 est 6 049.

2. Le nombre de carrés à la figure n est :

$$n \times 3 + 1 = 3n + 1$$

77 1. a. $2 \times (-2) = -4$

$$-4 + 5 = 1$$

$$1 \times 5 = 5$$

On obtient bien 5 lorsque le nombre de départ est 2.

b. $3 \times (-2) = -6$

$$-6 + 5 = -1$$

$$-1 \times 5 = -5$$

On obtient -5 lorsque le nombre de départ est 3.

2. Il faut saisir la formule $=(-2*A2+5)*5$.

3. $(-2x + 5) \times 5 = -10x + 25$

$$(x - 5)^2 - x^2 = x^2 - 10x + 25 - x^2 = -10x + 25$$

Joseph a raison.

78 a. Vrai

$$\begin{aligned} (x - 4) \times (3x + 1) &= 3x^2 + x - 12x - 4 \\ &= 3x^2 - 11x - 4 \end{aligned}$$

b. Vrai

Le triangle AOB est isocèle en O.

Ses angles à la base \widehat{ABO} et \widehat{BAO} sont de mêmes mesures.

$$\text{Donc } \widehat{AOB} = 180 - 2(a + 20) = 140 - 2a$$

Comme les points B, O et C sont alignés.

$$\begin{aligned} \text{On déduit que } \widehat{AOC} &= 180 - (140 - 2a) \\ &= 40 + 2a \end{aligned}$$

c. Vrai

On appelle y la longueur codée sur la figure qui correspond à la largeur du terrain n° 1.

L'aire du terrain n° 2 est :

$$y(160 - 2y) = 160y - 2y^2.$$

L'aire du terrain n° 3 est :

$$2y(80 - y) = 160y - 2y^2.$$

79 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

Mathématiques et Santé

p. 154 du manuel

80

Âge (en années)	1	2	3	4	5	6	7
IMC (en kg/m ²)	17,3	17	13,6	13,5	13,7	13,4	13,8
Âge (en années)	8	9	10	11	12	13	14
IMC (en kg/m ²)	15,1	14,9	14,7	14,7	15,6	15,8	16,3

Entre 3 et 4 ans, Nathan a une légère insuffisance pondérale. Avant et après cette période, sa corpulence est normale.

10. Résoudre des équations et des inéquations

Quel est le problème ? p. 155 du manuel

Intérêt du problème posé

Cette situation permet de travailler sur les notions de grandeurs composées, d'équations et d'inéquation. Elle met l'accent sur l'importance du choix des variables. Elle peut aussi être abordée pour l'étude des fonctions affines et linéaires. Un travail autour du raisonnement peut aussi être effectué. La notion de raisonnement par récurrence est introduite.

Questions possibles

1. Léa et Cyril décident de s'abonner pour un mois.
Quel sera l'abonnement le plus avantageux ?
2. Léa et Cyril décident de s'abonner pour deux mois.
Quel sera l'abonnement le plus avantageux ?
3. D'une manière générale, quel est l'abonnement le plus avantageux ?

Exemple de résolution

1. On cherche à établir des équations qui permettent de traduire cette situation.
Soit P le prix relatif au premier abonnement et P' celui au deuxième abonnement.

$P = 9 + 2x$ avec x le nombre de films visionnés dans le mois.

$P' = 10 + 1,8x$

On obtient alors l'inéquation suivante :

$$9 + 2x < 10 + 1,8x$$

$$0,2x < 1$$

$$x < 5$$

Si Léa et Cyril visionnent moins de 5 films par mois, Videoplay est plus avantageux.

Pour 5 films, les deux abonnements reviennent au même prix.

Au-delà de 5 films par mois, HDvideo devient plus avantageux.

2. Même méthode avec deux mois.

$$x < 10.$$

Videoplay est donc plus avantageux si Léa et Cyril regardent moins de 10 films pendant les deux mois. Les abonnements sont équivalents pour exactement 10 films. HDvideo est plus intéressant au-delà de 10 films visionnés au cours des deux mois.

3. Posons n entier naturel non nul. Le nombre de mois pendant lesquels Léa et Cyril souscrivent à un abonnement :

- Si $n = 1$: le premier abonnement serait avantageux si Léa et Cyril visionnaient moins de 5 films dans le mois.
- Si $n = 2$: le premier abonnement serait avantageux si Léa et Cyril visionnaient moins de 10 films dans le mois.
- Pour tout n quelconque, un raisonnement par récurrence montre que le premier abonnement est plus avantageux si Léa et Cyril visionnent moins de $5n$ films dans le mois.

Découvrir les équations

1

1. a. $(4 - 2) \times 5 + 3 = 2 \times 5 + 3 = 10 + 3 = 13$

Avec le nombre 4, on obtient 13.

b. $(23 - 3) \div 5 + 2 = 20 \div 5 + 2 = 4 + 2 = 6$.

Le nombre de départ obtenu par Anna est 6.

2. a. $(4 - 2) \times 5 + 3 + 4 = 2 \times 5 + 7 = 10 + 7 = 17$

Avec le nombre 4, on obtient 17.

b. On applique la méthode d'Anna :

$41 - ?$

On ne peut pas poursuivre avec la méthode d'Anna puisqu'il faudrait retrancher le nombre de départ que l'on ne connaît pas.

c. On note x le nombre de départ. On obtient l'expression suivante : $(x - 2) \times 5 + 3 + x$.

d. $(x - 2) \times 5 + 3 + x = 5x - 10 + 3 + x = 6x - 7$

On résout $6x - 7 = 41$

$6x = 48$

$x = 8$

Le nombre de départ est 8.

2

1. A 4 **B** 12 **C** 4 **D** 56 **E** 5

2. a. et b. A $5 + x = 9$ $5 + 4 = 9$

Le résultat est vérifié par l'équation.

B $24 - x = 12$ $24 - 12 = 12$.

Le résultat est vérifié par l'équation.

C $7 \times x = 28$ $7 \times 4 = 28$

Le résultat est vérifié par l'équation.

D $x \div 8 = 7$ $56 \div 8 = 7$

Le résultat est vérifié par l'équation.

E $x \times 3 + 10 = 25$ $5 \times 3 + 10 = 25$

Le résultat est vérifié par l'équation.

Faisons le bilan

Une équation est une égalité dans laquelle figure des nombres et une ou plusieurs lettres désignant des nombres inconnus.

Résoudre une équation, c'est trouver les solutions de l'équation, c'est-à-dire, toutes les valeurs possibles de ces nombres inconnues qui rendent l'égalité vraie.

Résoudre des équations

3

Les feuilles de calcul liées à cette activité sont téléchargeables dans le manuel interactif.

1. b. La formule à saisir dans la cellule B4 est : **=SOMME(6*A4;7)**.

c. La formule à saisir dans la cellule C4 est : **=SOMME(9*A4;-8)**.

e. L'équation admet une solution : $x = 5$.

3. a. On observe que l'on obtient 9 et 12. La solution de l'équation est donc comprise entre 2 et 3.

Une valeur approchée à l'unité de la solution de cette équation est 2.

b. Une valeur approchée au dixième par défaut de la solution est 2,3.

La valeur exacte n'est pas obtenue.

4

- 1. a.** Entre l'étape 0 et l'étape 1, Paulo a retiré 20 g.
b. Il faut inscrire le nombre 20 dans la case violette.
- 2. a.** Il faut inscrire le nombre 5 dans la case orange.
b. Une planchette en bois pèse 15 g.
- 3. a.** Pour que la balance reste à l'équilibre, Paulo a ajouté 30 g, soit deux planchettes de 15 g chacune.
d. Il faut inscrire le nombre 30 dans la case verte.
- 4. a.** Paulo a déposé à droite 12 planchettes pour que la balance reste à l'équilibre.
b. Il faut inscrire le nombre 4 dans la case bleue.

Faisons le bilan

Une égalité reste vraie lorsqu'on additionne, soustrait ou multiplie par un même nombre les deux membres de l'égalité.

Découvrir les inéquations

5

a.

Nombre de mois d'engagement	1	2	3	4	5	6	7
Coût total mensuel (en €)	38	76	114	152	190	228	266

b. Soit x le nombre de mois.

Soit P le prix de l'engagement avec la formule mensuelle.

$$P = 38x$$

On obtient l'inéquation suivante :

$$38x > 350$$

$$x > 350 \div 38$$

$$x > 9,2$$

À partir de 10 mois, il deviendra plus intéressant pour le consommateur de souscrire à l'abonnement mensuel.

6

1. a. Le point E varie sur le segment [AB] de longueur 5 cm. Les valeurs possibles pour AE sont donc comprises entre 0 et 5.

b. Dans le logiciel, on ouvre une feuille de calcul et on écrit :

• En A1 : $AE+EF+FA$;

• En B1 : $AB+BC+CD+DA$.

En faisant bouger le point, on regarde quand la valeur retournée en A1 est supérieure à la moitié de celle retournée en B1.

Il semble que le point E puisse varier sur le segment [AB] entre les coordonnées (3 ; 2 ; 0) et le point B.

2. a. Les valeurs possibles pour x semblent être $3,2 < x < 5$.

b. Le périmètre \mathcal{P} du triangle AEF en fonction de x est : $\mathcal{P} = 3x$

c. $3x > 0,5 \times 5 \times 4$

$$x > \frac{10}{3}$$

Faisons le bilan

Une inéquation est une inégalité dans laquelle figure des nombres et une ou plusieurs lettres désignant des nombres inconnus.

Résoudre une inéquation, c'est trouver tous les solutions de l'inéquation, c'est-à-dire toutes les valeurs possibles de ces nombres inconnus qui rendent l'inégalité vraie.

Résoudre des inéquations

7

1.

1	a	3	6	-2	-5
2	b	5	-1	9	-8
3	Comparaison de a et b	$3 < 5$	$6 > -1$	$-2 < 9$	$-5 > -8$
4	Comparaison de $a + 5$ et $b + 5$	$8 < 10$	$11 > 4$	$3 < 14$	$0 > -3$
5	Comparaison de $a - 7$ et $b - 7$	$-4 < -2$	$-1 > -8$	$-9 < 2$	$-12 > -15$
6	Comparaison de $3a$ et $3b$	$9 < 15$	$18 > -3$	$-6 < 27$	$-15 > -24$
7	Comparaison de $-3a$ et $-3b$	$-9 > -15$	$-18 < 3$	$6 > -27$	$15 < 24$
8	Comparaison de $\frac{a}{2}$ et $\frac{b}{2}$	$\frac{3}{2} < \frac{5}{2}$	$3 > -\frac{1}{2}$	$-1 < \frac{9}{2}$	$-\frac{5}{2} > -4$

2. a. Le sens de l'inégalité est conservé.

b. Le sens de l'inégalité est conservé.

c. Le sens de l'inégalité est conservé lorsqu'on multiplie les deux membres par un nombre positif. Il est inversé lorsqu'on multiplie les deux membres par un nombre négatif.

d. Le sens de l'inégalité est inversé lorsqu'on multiplie les deux membres par un nombre négatif.

3. Pour $a = 3$ et $b = 5$, les observations faites à la question 2. sont toujours valables.

4. Pour $a = 3$ et $b = 5$, $a < b$, et $0 \times a = 0 \times b$.

On transforme une inégalité en une égalité en multipliant par 0 les deux membres de l'inégalité.

Faisons le bilan

- On ne change pas le sens d'une inégalité lorsqu'on multiplie ou divise les deux membres de l'inégalité par un nombre strictement positif.
- On inverse le sens d'une inégalité lorsqu'on multiplie ou divise les deux membres de l'inégalité par un même nombre strictement négatif.
- On transforme une inégalité en une égalité lorsqu'on multiplie par 0 les deux membres de l'inégalité.

1 c., d. et e. sont des équations.

2 a. L'inconnue est y .

b. L'inconnue est b .

c. L'inconnue est x .

d. Les inconnues sont x et y .

e. L'inconnue est a .

3 $7 \times (-1) - 4 = -11$ $7 \times 0 - 4 = -4$
 $7 \times 1 - 4 = 3$ $7 \times 2 - 4 = 10$
 $7 \times 3 - 4 = 17$

Le nombre 3 est la solution de l'équation.

4 Élisa s'est trompée à la dernière ligne.

$y - 3 = 0$

$y = 3$

Adèle et Nouri ont raison.

5 a. $x + 7 = -3$ $x = -10$

b. $x - 4 = 6$ $x = 10$

c. $2x = 8$ $x = 4$

d. $7x = 9$ $x = \frac{9}{7}$

e. $4x + 12 = 0$ $x = -3$

6 • Pour $x = -3$

$5x - 2 = 5 \times (-3) - 2 = -17$

$4x + 1 = 4 \times (-3) + 1 = -11$

$-17 < -11$

Donc -3 n'est pas solution de l'inéquation.

• Pour $x = -1$

$5x - 2 = 5 \times (-1) - 2 = -7$

$4x + 1 = 4 \times (-1) + 1 = -3$

$-7 < -3$, donc -1 n'est pas solution de l'inéquation.

• Pour $x = 0$

$5x - 2 = 5 \times 0 - 2 = -2$

$4x + 1 = 4 \times 0 + 1 = 1$

$-2 < 1$, donc 0 n'est pas solution de l'inéquation.

• Pour $x = \frac{1}{2}$

$5x - 2 = 5 \times \frac{1}{2} - 2 = 0,5$

$4x + 1 = 4 \times \frac{1}{2} + 1 = 3$

$0,5 < 3$, donc $\frac{1}{2}$ n'est pas solution de l'inéquation.

• Pour $x = 3$

$5x - 2 = 5 \times 3 - 2 = 13$

$4x + 1 = 4 \times 3 + 1 = 13$

$13 = 13$, donc 3 n'est pas solution de l'inéquation.

• Pour $x = 5$

$5x - 2 = 5 \times 5 - 2 = 23$

$4x + 1 = 4 \times 5 + 1 = 21$

$23 > 21$, donc 5 est solution de l'inéquation.

7 a. $x < 2$



b. $x \geq -2$



c. $x > 4$



d. $y \geq 9$



e. $x \leq -1$



8 a. Juan s'est trompé à la dernière ligne.

$-2y > 2$

$y < -1$

Selim s'est trompé deux fois.

$6 - 2y > 8$

$6 - 3y - 6 > 8 - 6$

$-2y > 2$

$y < -1$

Rebecca a raison.

9 a. $x - 3 > 12$ $x > 15$

b. $x + 4 \geq -7$ $x \geq -11$

c. $-2x < 20$ $x > -10$

d. $2x < 20$ $x > -10$

e. $4x - 3 \leq 1$ $4x \leq 2$ $x \leq 0,5$

Résoudre des équations

12 Oui, 5 est solution de l'équation $7(x - 5) = 0$.

13 a. Oui, -2 est solution de l'équation $x - 1 = 2x + 1$.

b. Non, -1 n'est pas solution de l'équation $x^2 + 1 = 0$.

14 a. $90 - 47 = 43$ **b.** $120 + 40 = 160$
c. $54 \div 9 = 6$ **d.** $80 \div 0,1 = 800$

15 $5x = 10$ $x = 2$

16 $y + 5 = -15$ $y = -20$

17 $z - 2 = 25$ $z = 27$

18 $\frac{x}{4} = 10$ $x = 40$

19 $x - 57 = 12$ $x = 69$

Le plus grand est 69.

20 $57 - x = 12$ $x = 45$

Le plus petit est 45.

21 a. La balance va pencher à droite.

b. La balance va pencher à gauche.

c. Pour que la balance reste à l'équilibre, il faut remplacer x par 5.

22 a. et **b.** ont 0 pour solution.

23 a. -4 n'est pas solution de l'équation

$4x - 16 = 0$.

b. -4 n'est pas solution de l'équation

$24 - (5 + a) = -8a - 3$.

c. -4 est solution de l'équation $5(2 + t) + 4 = -6$.

d. -4 est solution de l'équation $7x^2 - 2x - 4 = x(7x - 1)$.

24 a. Vrai **b.** Vrai **c.** Faux

25 a. 3 n'est pas solution de (E) .

5 n'est pas solution de (E) .

b. $4x = 17 + 7 = 24$

c. $x = 6$

La solution de (E) est 6.

26 a. (3) **b.** (5) **c.** (1)

d. (7) **e.** (6) **f.** (2)

g. (4)

27 a. $x + 7 = 3$ $x = -4$

b. $x + 7 = -3$ $x = -10$

c. $x - 7 = 3$ $x = 10$

d. $x - 7 = -3$ $x = 4$

e. $4x = 8$ $x = 2$

f. $8x = 4$ $x = 0,5$

g. $\frac{x}{8} = 4$ $x = 32$

h. $\frac{x}{4} = \frac{1}{8}$ $x = 0,5$

28 a. $5x - 7 = 8$ $x = 3$

b. $-2 = -18 + 10y$ $y = -2$

c. $7 + 9y = -29$ $y = -4$

d. $3(x - 1) = 3$ $x = 2$

e. $12 - 6x = \frac{3}{2}$ $x = \frac{7}{4}$

f. $\frac{5}{3}x + \frac{1}{5} = \frac{2}{3}x - \frac{1}{5}$ $x = -\frac{2}{5}$

29 a. $\frac{2}{3x} + \frac{1}{3x} = 357$ $x = \frac{1}{357}$

b. $\frac{2}{3x} = 54$ $x = \frac{1}{81}$

c. $\frac{3}{5x} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5x} - \frac{1}{5}$ $x = -0,5$

d. $3x + \frac{4}{3} = 2x + \frac{1}{6}$ $x = -\frac{7}{6}$

30 a. $x^2 + 4x - 1 = (x - 1)(x - 2)$

$x = \frac{3}{7}$

b. $(x - 2)^2 = (x + 3)^2$

$x = -0,5$

c. $(x + 7)^2 = x^2 - 49$

$x = -7$

31 a. Il n'y a aucune solution.

b. Il n'y a aucune solution.

32 $50 = 2(x + x + 3)$

$50 = 4x + 6$

$x = 11$

La largeur du rectangle est 11 cm.

33 $3x + 5 + x = 45$

$4x + 5 = 45$

34 1. Les équations **b.** et **d.** modélisent le problème.

2. $4a + 16 = 50$

$a = 8,5$

35 1. Le problème **c.** vérifie l'équation $4x + 3 = 8$.

2. a. Un crayon coûte 0,50 €.

b. Le côté du triangle mesure $\frac{4}{3}$ cm.

c. Chaque dossier pèse 1,25 Go.

36 a. Points d'Emy : $x + 40$.

Points de Driss : $x - 20$

b. $x + x + 40 + x - 20 = 200$

c. Sylvia a marqué 60 points, Emy a marqué 100 points et Driss 40 points.

———— **Résoudre des inéquations** [] ————

37 3 est solution de l'inéquation $x + 1 > 0$.

38 Non, -1 n'est pas solution de l'inéquation $a + 1 > 0$.

39 Non, 1 n'est pas solution de l'inéquation $2x + 1 < x$.

40 a. $x > 1$ **b.** $x < 3$ **c.** $x \leq -8$

d. $x \geq -1$ **e.** $x \leq -1$

41 a. $x < -2$ **b.** $x \geq \frac{4}{3}$ **c.** $x > -\frac{1}{2}$

42 Le troisième côté doit mesurer plus de 1 cm.

43 $x \geq 18$

44 a. Si $x < 2$ alors $x - 5 < 2 - 5$.

b. Si $y < 8$ alors $y + 7 < 8 + 7$.

c. Si $x \geq -7$ alors $x + 3 \geq -7 + 3$.

d. Si $y < -1$ alors $y - 1 \geq -1 - 1$.

e. Si $y \leq -4$ alors $y - 3 \leq -4 - 3$.

45 a. $x + 3 > 10$ **b.** $x - 3 > 4$

c. $2x > 14$ **d.** $-2x < -14$

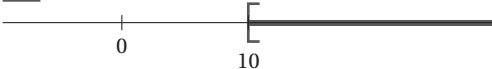
e. $-x < -7$ **f.** $2x + 3 > 17$

46 Le nombre -3 vérifie les inégalités **a.**, **b.**, **c.** et **e.** mais ne vérifie pas l'inégalité **d.**

47 a. (5) **b.** (6) **c.** (4)

d. (3) **e.** (1) **f.** (2)

48 $x \geq 10$



49 $x > -5$



50 a. $-8x < 40$

$x > -5$



b. $16 \geq -3a - 8$

$a \geq -8$



c. $1 + 7t > -13$

$t > -2$



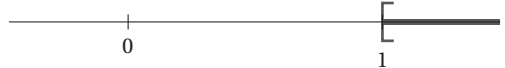
d. $5x - 9 > 4x + 9$

$x > 18$



e. $y + \frac{1}{2} \geq \frac{3}{2}$

$y \geq 1$



f. $\frac{4}{3}x - 3 \leq x + 2$

$x \leq 15$



51 a. $20 \geq 2(w + 10) + 6$ $w \geq -0,4$

b. $15 < 3(x + 2) - 6$ $x > 0$

c. $3(u + 2) > -2(3u + 5)$ $u > -\frac{16}{9}$

52 a. $3x^2 + 10x \geq (3x - 1)(x + 2)$ $x \geq -0,4$

b. $x^2 - 5x + 4 < (x - 2)^2$ $x > 0$

c. $x(4x + 3) - (2x + 1)^2 > 0$ $x < -1$

53 a. Tous les nombres sont solutions de l'inéquation.

b. L'inéquation n'admet pas de solution.

c. Tous les nombres sont solutions de l'inéquation.

54 a. $l \leq 2,5$ m **b.** $h \leq 3,5$ m

c. $L \leq 10$ m **d.** $m \leq 2,5$ t

55 1. L'inéquation **d.** modélise ce problème.

2. $x \geq 60,4$

Il doit vendre au moins 61 glaces.

56 1. L'inéquation **b.** ($x = AM$) et l'inéquation **d.** ($y = ME$) modélisent ce problème.

2. Il faut avoir $AM < \frac{30}{7}$, c'est-à-dire $ME > \frac{40}{7}$.

57 a. $x \times 3 - 4 < x \times 5 + 8$

$3x - 5x < 12$

$x > -6$

b.



58 Sur une année :

- Jusqu'à 49 vidéos, il est plus intéressant de prendre la formule Liberté ;
- Pour 50 vidéos, les formules Liberté et Privilèges sont équivalentes ;

• À partir de 51 vidéos, il est plus intéressant de prendre la formule Privilège.

La formule mensuelle n'est pas intéressante sur une année. Pour un seul mois, elle est plus intéressante que la formule Liberté à partir de 13 vidéos dans le mois.

Je résous

p. 164-165 du manuel

59 $a^2 + b^2 = c^2$ $3^2 + b^2 = 5^2$

$b^2 = 16$

$b = 4$

60 Traduction : Aux États-Unis, les températures sont exprimées en degrés Fahrenheit (°F). Pour convertir une température des degrés Fahrenheit (°F) aux degrés Celsius (°C), soustraire 32, multiplier par 5 et diviser le résultat par 9.

► Quelle température a la même valeur en degrés Fahrenheit et en degrés Celsius ?

$x = [(x - 32) \times 5] \div 9 = (5x - 160) \div 9$

$9x = 5x - 160$

$4x = -160$

$x = -40$

Donc $-40\text{ °C} = -40\text{ °F}$

61 $HB = AB = 4\text{ cm}$ $FB = x - 4$

En appliquant le théorème de Thalès dans le triangle FHG, on obtient :

$\frac{x-4}{x} = \frac{4}{12}$ $x = 6.$

62 a. $(23 + 1) \times \frac{3}{2} = 36$

b. La proposition 1 convient.

63 a. $180 - 56 = 124$

$124 \div 2 = 62$

L'angle vert mesure 62.

b. $180 = 8y$

$y = 22,5$

L'angle bleu mesure $67,5^\circ$ et l'angle orange mesure 45° .

64 $(10 + x) \times x = (2 + x)^2$

$10x + x^2 = 4 + x^2 + 4x$

$6x = 4$

Il faut prendre $x = \frac{2}{3}$.

65 1. a. $4a \times a \times 2a = 80$

$8a^2 = 80$

2. a. Reproduire la feuille de calcul dans un tableur.

b. Dans B2, il faut saisir $=2*A2$.

Dans C2, il faut saisir $=4*A2$.

Dans D2, il faut saisir $=A2*B2*C2$.

c. $2 < a < 3$

d. $2,1 < a < 2,2$

66 Le plus grand des trois nombres doit être compris entre 7 et 13.

67 À partir des vingt numéros, il est plus intéressant de prendre l'abonnement.

68 La masse d'Arnaud est comprise entre 57 et 60 kg. La masse d'Alec est comprise entre 52,5 kg et 54 kg : il combattra en catégorie coq.

Le match ne pourra pas avoir lieu.

Je m'évalue

p. 166 du manuel

69	70	71	72	73	74	75	76	77
b.	c. d.	c. d.	b. d.	a.	a. b. c. d.	a.	a.	b.

78 a. $7x + 3 = 10x - 9$ $x = 4$

b. $-3x + 2(x + 4) = 0$ $x = 8$

c. $5(y - 2) = 5$ $y = 3$

79 a. $10x - 4 > 26$

$x > 3$



b. $2(x - 4) \leq 3x + 5$

$x \geq -13$



80 J'appelle P le prix d'une BD.

J'obtiens l'équation suivante.

$$P + 13 = 31,81 - 2P$$

$$3P = 18,81 \quad P = 6,27$$

Le prix d'une BD est 6,27 €.

81 J'appelle n la première note de Sam.

J'obtiens l'équation suivante.

$$[n + (n + 3)] \div 2 = 15$$

$$2n + 3 = 30 \quad n = 13,5$$

Les deux notes de Sam sont 13,5 et 16,5.

82 $54 - 5 = 49$

La voiture consomme 49 L d'essence avant que l'indicateur ne s'allume.

Essence consommée (en L)	7	49
Distance parcourue (en km)	100	700

La voiture peut parcourir 700 km avant que le voyant ne s'allume.

83 J'appelle l la largeur de ce rectangle.

J'obtiens l'équation suivante.

$$2 \times 6,5 + 2 \times l \leq 26$$

$$2l \leq 13 \quad l \leq 6,5$$

La largeur doit être inférieure ou égale à 6,5 cm.

84 J'appelle n le nombre de sacs de terreau achetés.

J'obtiens l'inéquation suivante.

$$11,5 \times n > 9 \times n + 15$$

$$11,5n > 9n + 15$$

$$2,5n > 15 \quad n > 6$$

À partir de 7 sacs de terreau, le prix affiché sur Internet est plus intéressant que celui en magasin.

85 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

Mathématiques et Développement durable

86 a. Le jardin a besoin de 540 000 L d'eau par an, soit 540 m³.

Pour ne plus prendre l'eau du robinet, Nicolas a besoin de 6,75 m de précipitations.

b. Il tombe environ 830 mm d'eau par an, soit 0,83 m.

Nicolas pourra donc récupérer seulement 66,4 m³ d'eau.

J'utilise tout ce que je sais

p. 169 du manuel

1 a. Les trois nombres choisis sont 9, 10 et 11.

b. Les trois nombres choisis sont 1, 2 et 3. Le résultat est 6.

2 a. $10 + 1 = 11$

$$11^2 = 121$$

$$121 - 100 - 1 = 20$$

Si on choisit 10, on trouve 20.

$$-3 + 1 = -2$$

$$-2^2 = 4$$

$$4 - (-3)^2 - 1 = -6$$

Si on choisit -3, on obtient -6.

$$\frac{3}{2} + 1 = 2,5$$

$$2,5^2 = 6,25$$

$$6,25 - 1,5^2 - 1 = 3$$

Si on choisit $\frac{3}{2}$, on obtient 3.

b. On peut supposer que l'on obtient toujours le double du nombre de départ.

Si on appelle y le nombre choisi :

$$(y + 1)^2 - y^2 - 1 = y^2 + 2y + 1 - y^2 - 1 = 2y.$$

3 x doit être compris entre 0 et 16.

4 Chaque équipe a marqué 3 essais. Les deux équipes ont obtenu 24 points.

5 Il faut avoir $x = 4,5$ cm.

6 Pour 2 + 1 gratuit, la réduction est d'environ 33 % sur le total d'achat.

Pour -50 % sur le deuxième article, la réduction est de 25 % sur le total d'achat.

La première réduction est donc la plus intéressante.

UNITÉ E Statistiques

Progression dans l'unité

Chapitre	5 ^e	4 ^e	3 ^e
11. Recueillir, organiser et représenter des données	Recueillir et organiser des données	Représenter graphiquement des données (7)	
12. Traiter et interpréter des données		Moyenne (8)	Médiane, étendue

- (7) Dès le cycle 3, les élèves sont amenés à lire des graphiques ou tracer des graphiques simples. Il s'agit en 4^e de travailler des graphiques plus complexes (histogrammes, par exemple), et de travailler le choix de la représentation graphique la mieux adaptée à une étude statistique donnée.
- (8) La notion de moyenne simple est vue dès le cycle 3. En 4^e, est introduite la notion de moyenne pondérée.

1 a. La saison la plus chaude est l'été, avec 27 °C.

b. La saison la plus sèche est l'hiver avec 44 mm de précipitations moyennes.

c. $27 - 5 = 22$

L'écart de température maximal est 22 °C.

d. $(148 + 137 + 89 + 44) \div 4 = 104,5$

La moyenne des précipitations sur l'année est 104,5 mm.

e. Faux, les données manquent pour confirmer.

2 1. a. $4 + 1\,374 + 62\,061 + 842\,142 = 905\,581$

Le nombre total de gagnants est 905 581.

b. 905 581 gagnants représentent 25 %, soit un quart des joueurs.

$905\,581 \times 4 = 3\,622\,324$

Le nombre de joueurs est 3 622 324.

2. a. $62\,061 + 842\,142 = 904\,203$

904 203 gagnants ont reçu moins de 10 €.

b. $1\,374 + 4 = 1\,378$

1 378 gagnants ont reçu plus de 500 €.

3 $50,58 < 51,21 < 51,25 < 52,00 < 52,27 < 52,32 < 53 < 53,08 < 54,92$

Les trois meilleures performances sont celles de M. Phelps. Il est suivi de L. Frolander, D. Pankratov, P. Morales, A. Nesty, M. Gross et P. Arvidsson.

4 1. a. $6 + 16 + 24 + 20 = 66$ ou $70 - 4 = 66$.

66 familles paient moins de 20 € par jour.

b. $24 + 20 + 4 = 48$

48 familles paient plus de 12 € par jour.

2. La moyenne des prix est 14 €. Le nombre de familles semble se répartir de manière équilibrée de part et d'autre de cette moyenne.

5 a. Par exemple : 10 ; 11 ; 13 ; 14.

b. Par exemple : 4 ; 6 ; 10 ; 12.

6 Les 220 élèves de 6^e représentent 25 %, soit le quart des élèves.

$220 \times 4 = 880$

Il y a 880 élèves dans ce collège.

$$\frac{27,5}{100} \times 880 = 242$$

Il y a 242 élèves de 5^e dans ce collège.

$$\frac{22,5}{100} \times 880 = 198$$

Il y a 198 élèves de 4^e dans ce collège.

$$\frac{25}{100} \times 880 = 220$$

Il y a 220 élèves de 3^e dans ce collège.

11. Recueillir, organiser et représenter des données

Quel est le problème ? p. 173 du manuel

Intérêt du problème posé

Ce tableau contient beaucoup de données, avec des valeurs assez complexes, ce qui nécessite de s'organiser pour les traiter. Nous conseillons de fournir dans un premier temps le tableau en format non gérable par un tableur afin que les élèves trouvent d'eux-mêmes comment s'organiser. Fournir ensuite dans un tableur le même tableau.

Questions possibles

1. Pour quel type de sports la proportion d'hommes par rapport aux femmes est-elle la plus grande ? La plus petite ?
2. Pour chaque sexe, calculer le pourcentage de licenciés par types de sport. Peut-on faire la même comparaison qu'à la question 1. ?
3. Quels sont les types de sport où les pourcentages sont très voisins pour les deux sexes ?
4. Comment représenter graphiquement ces données ?

Exemple de résolution

1. Comparaison brute de données

Les licences masculines représentent globalement plus du double des licences féminines. Mais la répartition est disparate : les hommes sont 9 fois plus nombreux en cyclisme, tandis que les femmes sont presque 6 fois plus nombreuses en sports de glace.

2. Comparaison relative des données

On calcule, séparément pour chaque sexe, les pourcentages par rapport au nombre total de licencié(e)s. Pour le cyclisme, le pourcentage d'hommes n'est plus que 4 fois celui des femmes. Pour les sports de glace, le pourcentage de femmes est plus de 13 fois celui des hommes.

Remarque : En données brutes, les femmes sont plus nombreuses dans trois types de sport alors qu'en pourcentage, elles le sont dans 7 types de sport, soit la moitié.

3. Les pourcentages d'hommes et de femmes sont voisins pour les arts martiaux, les sports de force et les sports nautiques.

4. Plusieurs solutions sont possibles pour représenter les données :

- l'étude par sexe : un diagramme en barres est préféré à une diagramme circulaire à 14 secteurs ;
- répartition par sexe du total de licenciés : un diagramme circulaire permet de mieux voir cette répartition ;
- répartition par sexe et par type de sports : double diagramme en barres.

En fonction de ce qui est étudié, les données brutes ou celles en pourcentages seront choisies.

Organiser des données

1

- a. Ce tableau compte 30 données.
b. Ces données prennent 12 valeurs différentes (bien distinguer données et valeurs).

Température minimale (en °C)	7	9	10	12	13	14	15	17	18	19	20	22
Effectif	2	1	2	1	2	4	7	1	4	3	1	2

- c. L'effectif de la valeur 18 est 4, celui de la valeur 21 est 0.
d. La valeur 15 est celle qui a le plus grand effectif.
e. Les valeurs 10 et 13, par exemple, ont le même effectif.

Remarque : Faire formuler les réponses à ces trois dernières questions en utilisant le vocabulaire de la géographie : il y a 4 jours pour lesquels la température minimale a été de 18 °C, aucun pour 21 °C.

Faisons le bilan

Lors d'une enquête statistique, si les données sont nombreuses, on peut généralement les organiser dans un tableau d'effectifs.

Découvrir les fréquences

2

- a. On obtient : « CODE DE CESAR ».
b. La lettre qui est la plus fréquente dans le message codé est K (13 fois). Dans un texte en français, c'est la lettre E qui est la plus fréquente.

Il est possible de tester les deux premières lignes de la question a. pour s'en assurer.

Avec une clé de codage égale à 6, on obtient le message suivant : « GRACE AUX FREQUENCES, JE PEUX DECODER LES MESSAGES SECRETS ».

Prolongement possible : Faire coder un message donné en clair avec une clé de codage choisie par l'élève, puis travailler en binôme (échange de messages).

3

1. a. Les effectifs totaux sont différents : 150 en 6^e et 120 en 3^e.

Ce qui empêche, a priori, toute comparaison directe.

- b. Il y a autant de 6^e que de 3^e qui utilisent un smartphone.

Or, les 6^e sont plus nombreux à avoir répondu.

Ils sont donc, en proportion, moins nombreux à se connecter à partir d'un smartphone (ou comparaison des fractions de même numérateur $\frac{30}{150}$ et $\frac{30}{120}$).

- c. Pour les 3^e, exactement la moitié d'entre eux utilise un ordinateur portable (60 sur 120).

Or, 78 est supérieur à 75 (moitié de 150), donc pour les 6^e, la proportion est supérieure à $\frac{1}{2}$.

2. a. En 6^e, $\frac{15}{150}$, soit $\frac{1}{10}$ ou 0,1 ou 10 % préfèrent utiliser un ordinateur fixe.

En 3^e, $\frac{12}{120}$, ce qui donne la même proportion de 10 %.

- b. En 6^e, $\frac{27}{150}$, soit 18 % préfèrent utiliser une tablette tactile.

En 3^e, $\frac{18}{120}$, soit 15 % préfèrent utiliser une tablette tactile.

3. Dans le collège d'Antoine et Margot, 45 élèves sur 270 utilisent une tablette.

$\frac{45}{270} = \frac{1}{6} \approx 0,17$, soit environ 17 %, ce qui est inférieur au pourcentage de jeunes français.

Faisons le bilan

Les fréquences permettent de comparer des données concernant des populations d'effectifs différents.

Une fréquence est d'abord exprimée sous la forme d'une fraction. Cette fraction peut avoir une écriture décimale exacte, sinon on peut donner une valeur approchée.

Il est souvent utile de donner une valeur (exacte ou arrondie) en pourcentage.

4

Le but de cette activité est de laisser les élèves se familiariser avec les diagrammes proposés par un tableur afin de choisir le type de graphique qui convient le mieux à l'étude proposée.

Une courbe par points plutôt pour une évolution, un diagramme en barres ou circulaire plutôt pour une comparaison.

Faisons le bilan

Une évolution est mieux représentée par une courbe (graphique cartésien) tandis qu'une comparaison ou une répartition sont mieux représentées par un diagramme en barres ou un diagramme circulaire.

J'applique

p. 175 et 177 du manuel

1 a. La population étudiée est la classe de 5^e de cet enseignant.

b. Le caractère étudié est le moyen de transport utilisé pour venir au collège : il est qualitatif.

c. L'effectif de la valeur « Bus » est 12.

d. $4 + 2 + 12 + 7 = 25$

Ce nombre est le nombre d'élèves de la classe.

2 a. Demander le nombre de frères et de sœurs de chaque élève.

b. Demander la couleur préférée de chaque élève.

3

Nombre obtenu	1	2	3	4	5	6
Effectif	3	2	4	5	2	4

4 a.

Diamètre d (en km)	Effectif
$0 \leq d < 10$	5
$10 \leq d < 20$	7
$20 \leq d < 30$	5
$30 \leq d < 40$	4
$40 \leq d < 50$	3

b. $5 + 7 + 5 + 4 + 3 = 24$

5 Elle a obtenu 4 fois pile, sur 10 lancers en tout.

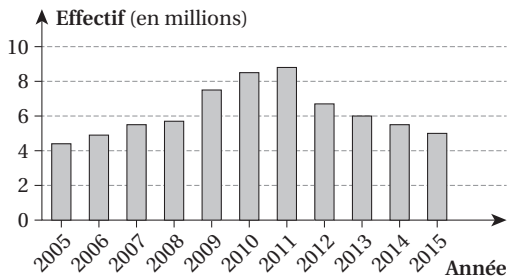
La fréquence est $\frac{4}{10} = 0,4 = 40\%$.

6 7 élèves sur 25 viennent à pied.

$$\frac{7}{25} = \frac{28}{100}$$

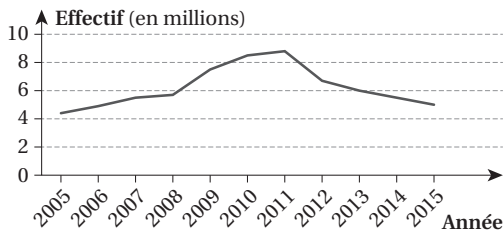
28 % des élèves viennent à pied.

7 a.



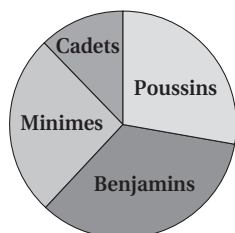
b. Les ventes de téléviseurs à écran plat en France ont doublé entre 2005 et 2011, puis elles ont diminué pour presque revenir à l'effectif de 2005.

c. Cette évolution pourrait être représentée par une courbe (graphique cartésien).



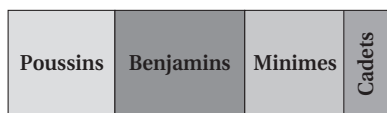
8 a.

Catégorie	Effectif	Angle
Poussins	28	100,8
Benjamins	34	122,4
Minimes	26	93,6
Cadets	12	43,2
Total	100	360



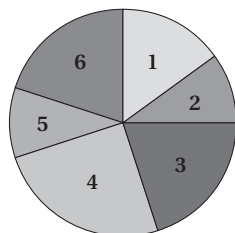
b. Il y a beaucoup de Benjamins, mais peu de Cadets.

9

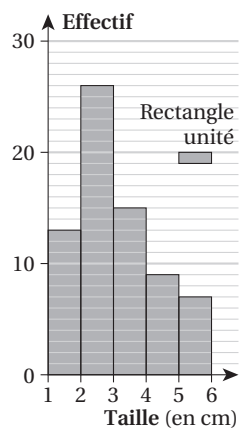


échelle : 1/2

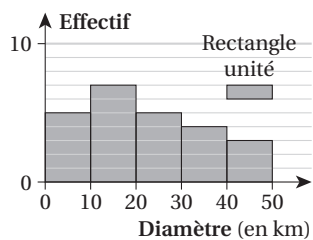
10



11



12



c. Yanis ne peut pas conclure que la majorité de ses camarades sont satisfaits : il n'a pas recueilli suffisamment de réponses.

27 a. En France, la fréquence est : $5 \div 66 \approx 7,6\%$.
En Chine, la fréquence est : $70 \div 1\,357 \approx 5,2\%$.

b. Non, la fréquence de pratiquants est plus élevée en France.

Représenter graphiquement des données

28 a. 4 élèves préfèrent écouter de la musique.
b. L'effectif total est 24.

29

Mode de transport	À pied	En bus	En voiture	À vélo
Fréquence	0,5	0,25	0,125	0,125

30 a. 36° **b.** 180° **c.** 270° **d.** 216°

31 Faux

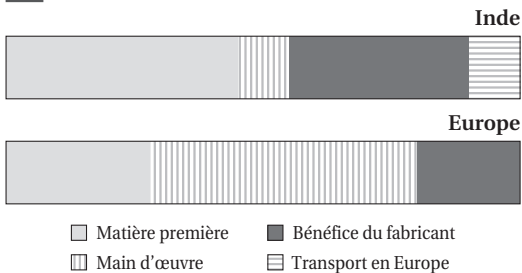
32 1. L'amplitude est 50 m.

2. L'effectif total de ce club est 58.

3. a. 4 nageurs ou nageuses ont parcouru moins de 50 m.

b. 42 nageurs ou nageuses ont parcouru plus de 100 m.

33



En Europe, il n'y a pas de cout de transport et la main d'œuvre représente plus de la moitié du cout du bermuda. En Inde, c'est la matière première et le bénéfice du fabricant qui sont les plus importants. La main d'œuvre est faible car les employés sont peu payés.

34 a. Représentations réalisées par l'élève.

b. La représentation la mieux adaptée est certainement la courbe.

35 $288 \div 4 = 72$

$72 - (17 + 20) = 35$

La somme des deux effectifs est impaire : le nombre d'élèves en 5° C est donc différent du nombre d'élèves en 5° D.

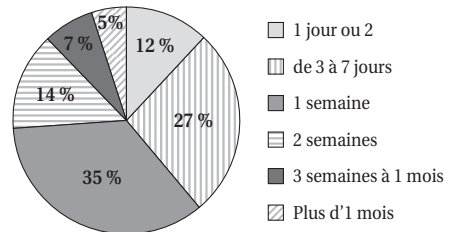
36 a. Non, car la hauteur de la barre n'est pas proportionnelle au montant en €.

b. La représentation exagère énormément les différences entre les deux compagnies, qui sont beaucoup moins importantes que ce que laisse penser le graphique.

c. Représentation réalisée par l'élève.

37 a. 7 % des personnes interrogées ne se prononcent pas.

b.



c. Activité réalisée en classe.

38 On compte 15 000 voitures blanches pour la ville A et 10 800 pour la ville B. L'élève a tort.

Je résous

p. 184-185 du manuel

39 1. a.

	Zone R	Zone M	Zone E	TOTAL
Nombre de lancers	30	20	10	60

b. $\frac{1}{6} \approx 16,7\%$

2. 9 lancers depuis la zone E ont été réussis.

40 a. Représentation réalisée par l'élève.

b. Le pourcentage a pratiquement été divisé par trois entre 2004 et 2014 pour les dépenses de disques, cassettes et pellicules photo : ce n'est pas étonnant parce que ces supports ont été remplacés par des consultations numériques.

c. Fichier fourni dans le manuel interactif.

41 $100 - 96 = 4$, donc 4 personnes au maximum ont une tablette mais pas de téléviseur.

$72 - 4 = 68$.

Au moins 68 personnes ont les deux équipements.

42 Traduction : *Ce diagramme en barres compare la fréquence des lettres (en pourcentage) dans un texte en français et dans un texte en anglais.*

a. Retrouver à quelle langue correspond chaque couleur.

b. Trouver trois lettres bien plus fréquentes en anglais qu'en français.

c. Calculer la fréquence de la lettre T dans le premier paragraphe de l'exercice.

Comparer cette fréquence avec celle du diagramme.

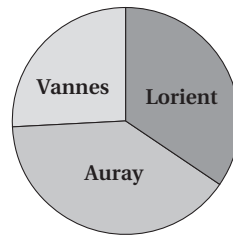
a. Le vert représente le français et le rouge l'anglais.
b. H, W et Y sont plus fréquentes en anglais qu'en français.

c. $11 \div 87 \approx 12,6\%$

Le résultat est supérieur à la fréquence du diagramme (moins de 10 %).

43 Le résultat le plus fiable est certainement celui du journal 3 : il y a davantage de personnes, elles sont tirées au hasard et la date est proche de celle des élections.

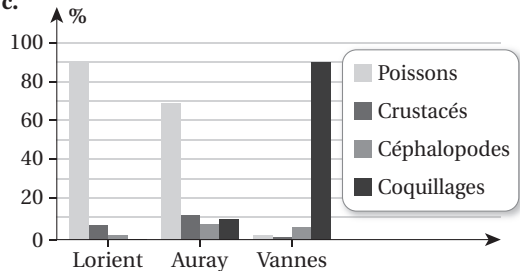
44 a.



b. À Lorient, on pêche une grande majorité de poisson, ainsi qu'à Auray.

À Vannes, une grande majorité de coquillages est pêchée.

c.



Je m'évalue

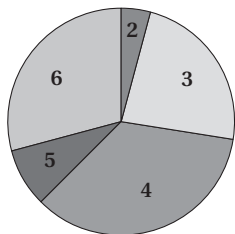
p. 186 du manuel

45	46	47	48	49	50	51
b. c.	b. c.	a.	c.	b. c.	c.	b.

52 $42 \div 120 = 0,35 = 35 \%$

La fréquence des annonces de 4 lignes est 35 %.

53

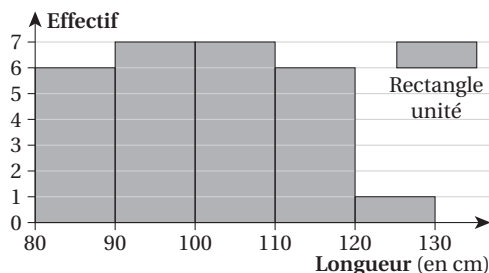


54 a. et b.

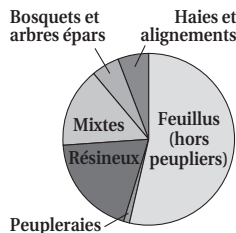
Longueur (en cm)	Effectif	Fréquence*
$80 \leq l < 90$	6	$6 \div 27 \approx 0,22$
$90 \leq l < 100$	7	$7 \div 27 \approx 0,26$
$100 \leq l < 110$	7	$7 \div 27 \approx 0,26$
$110 \leq l < 120$	6	$6 \div 27 \approx 0,22$
$120 \leq l < 130$	1	$1 \div 27 \approx 0,04$

* arrondie au centième

55



56 a.



b. $14\ 266 \div 15\ 554 \approx 0,9$

$15\ 055 \div 16\ 659 \approx 0,9$

$15\ 310 \div 16\ 833 \approx 0,9$

$15\ 428 \div 16\ 925 \approx 0,9$

$15\ 095 \div 17\ 042 \approx 0,9$

$15\ 115 \div 17\ 013 \approx 0,9$

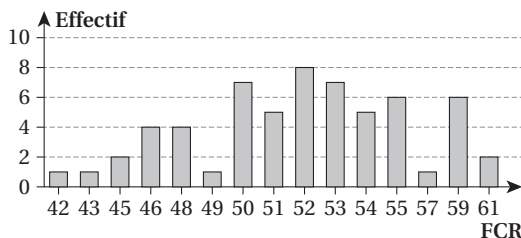
$15\ 137 \div 17\ 000 \approx 0,9$

Vrai.

57 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

58 a.



b. La pratique sportive régulière semble faire baisser la FCR d'un individu.

12. Traiter et interpréter des données

Quel est le problème ? p. 189 du manuel

La distance entre Sèvres et Paris est de 109,2 km.

Intérêt du problème posé

Cette situation permet d'aborder la moyenne d'une série statistique dans un contexte autre que celui des notes (austère pour certains élèves et moins automatique : les élèves pensent « moyenne » dès qu'il est question de notes).

Les deux étapes beaucoup plus courtes (contre la montre) permettent de montrer les limites de la moyenne et d'introduire deux autres indicateurs au programme : la médiane et l'étendue.

Questions possibles

1. Quelle est la distance moyenne d'une étape ?
2. Quelle est la distance moyenne d'une étape pour chacune des quatre catégories ?
3. Quelle valeur retenir pour une étape moyenne ?

Exemple de résolution

1. $3\,360 \div 21 \approx 160$ km

Cette moyenne n'est pas une valeur de la série. Elle est très inférieure à la majorité des distances données (15 distances sur 21 lui sont supérieures).

Se pose la question de l'interprétation qui peut être donnée à cette moyenne.

2. Le tableau suivant donne la moyenne par catégorie.

Catégorie	Contre la montre	En ligne	Accidentée	Montagne	Total sans contre la montre
Moyenne*	20,9	169,7	196,9	163,7	174,7

* arrondie au dixième

Remarque : Faire constater que la moyenne de 20,9 ; 169,7 ; 196,9 ; 163,7 ne donne pas 160 mais 137,8. D'où la nécessité de pondérer.

3. On aborde ici les limites de l'indicateur moyenne dans le cas d'une série où certaines valeurs sont très différentes des autres. La distance médiane 181,5 km a certainement plus de sens ici que la distance moyenne 160 km. Certains pourront également proposer la moyenne sans les deux étapes contre la montre, soit 174,7 km.

Prolongement possible : Faire représenter graphiquement les données.

Les feuilles de calcul relatives aux activités sont proposées dans le manuel interactif.

Découvrir la moyenne d'une série statistique

1

a. La somme des données est 98.

$$\frac{98}{7} = 14$$

La moyenne est 14.

b. La somme des données est 309.

$$\frac{309}{30} = 10,3$$

La moyenne est 10,3.

2

b. Avec le tableau, on obtient une hauteur moyenne de neige égale à 25,161 290 3 cm pour janvier et 25,178 571 4 cm pour février.

c. Ces moyennes sont sensiblement identiques alors que les données semblent différentes : il y a plus d'homogénéité en février qu'en janvier.

Faisons le bilan

Lorsque les données sont peu nombreuses, on obtient leur moyenne en ajoutant toutes les données et en divisant la somme obtenue par l'effectif total.

Si les données sont organisées dans un tableau d'effectifs, on calcule la somme des produits de chaque valeur par l'effectif de cette valeur, puis on divise cette somme par l'effectif total.

La moyenne est rarement une des valeurs de la série, elle correspond à la valeur qu'aurait chaque donnée si toutes les données étaient identiques.

Découvrir médiane et étendue d'une série statistique

3

1. La moyenne des deux groupes est égale à 12. Elle ne permet pas de les comparer.

2. a. La médiane du groupe A est 15.

b. La médiane du groupe B est tout nombre entre 10 et 13 (on convient souvent de prendre la moyenne entre 10 et 13 dans ce cas, c'est-à-dire 11,5).

c. La médiane du groupe A est supérieure à celle du groupe B.

La moitié des élèves du groupe A a une note supérieure ou égale à 15.

Ce groupe peut donc sembler meilleur aux élèves, ce qui permet d'amorcer un débat.

3. L'étendue du groupe A est 15, celle du groupe B est 12.

Le groupe B est plus homogène que le groupe A.

Les professeurs ont tendance à dire que ce groupe est meilleur, car plus homogène.

Faisons le bilan

Pour comparer des séries statistiques, on dispose de trois caractéristiques : la moyenne et la médiane qui sont des caractéristiques de position et l'étendue qui est une caractéristique de dispersion.

J'applique

p. 191 du manuel

1 $153 \div 7 \approx 21,9$

La température moyenne de cette semaine est environ 21,9 °C.

2 $154 \div 64 \approx 2,4$

Le nombre moyen de téléphones portables par famille est environ 2,4.

3 Non, car il y a toujours le risque que certaines valeurs soient négatives.

4 $44 \div 29 \approx 1,5$

Le nombre moyen de frères et sœurs est environ 1,5. Les données étant rangées dans l'ordre croissant, la médiane est la 15^e donnée, c'est-à-dire 1.

5 On classe les températures dans l'ordre croissant.

17 19 21 21 22 25 28

La médiane est donc la 4^e donnée, c'est-à-dire 21 °C.

6 $310 \div 20 = 15,5$

La moyenne du temps passé est de 15,5 min, soit 15 min 30 s.

On classe les temps par ordre croissant.

2 3 5 5 5 5 10

10 10 10 10 10 15 20

25 25 25 30 35 50

La médiane est comprise entre la 10^e donnée (10) et la 11^e donnée (10).

La médiane est donc 10 minutes.

7 $162 \div 8 = 20,25$

Le prix moyen est 20,25 €.

On classe les prix par ordre croissant.

17,25 18,20 19,05 19,90 20,00

20,50 23,15 23,95

La médiane est comprise entre la 4^e donnée (19,90) et la 5^e donnée (20,00). On prend la moyenne de ces deux données.

La médiane est 19,95 €.

8 $28 - 17 = 11$

L'étendue vaut 11.

9 $5 - 0 = 5$

L'étendue vaut 5.

10 $50 - 2 = 48$

L'étendue vaut 48.

11 $23,95 - 17,25 = 6,7$

L'étendue vaut 6,7.

Je m'entraîne

p. 194-197 du manuel

— **Moyenne d'une série statistique**  —

14 $50 \div 8 = 6,25$

La moyenne est 6,25.

15 a. $24 \div 6 = 4$

La moyenne est 4.

b. $0 \div 9 = 0$

La moyenne est 0.

16 $12 \times 1,5 = 18$

Le volume utilisé est 18 dm³.

17 a. Vrai

b. Vrai

18 Non, le père de Jérémy a tort. Jérémy peut par exemple avoir obtenu un 0, trois 12 et un 14. Sa moyenne est alors 10, avec une seule note en dessous de la moyenne.

19 $65 \div 25 = 2,6$

Le nombre moyen d'enfants est 2,6.

20 a. $101,3 \div 50 \approx 2,03$

L'épaisseur moyenne est environ 2,03 cm.

b. $\frac{7}{50} = \frac{14}{100}$, soit 14 %.

La machine n'est pas bien réglée.

21 1. $259 \div 8 \approx 32$

Le nombre moyen de médailles est environ 32.

2. a. $6 \div 19 \approx 0,3158$

Environ 31,6 % des médailles obtenues à Séoul étaient des médailles d'or.

b. $8 \div 29 \approx 0,2759$

Environ 27,6 % des médailles obtenues à Barcelone étaient des médailles d'or.

c. Non, la France a obtenu plus de médailles et plus de médailles d'or à Barcelone qu'à Séoul.

22 a. Pour les deux catégories, les salaires semblent plus élevés dans l'entreprise Plancharoulette.

b. $(1\,600 \times 500 + 1\,200 \times 500) \div 1\,000 = 1\,400 \text{ €}$
 $(1\,700 \times 200 + 1\,300 \times 800) \div 1\,000 = 1\,380 \text{ €}$

La moyenne des salaires chez Bosurf est plus élevée (1 400 €) parce qu'il y a beaucoup plus de cadres.

23 a. $36 \div 4 = 9$

La moyenne est 9/20.

b. $10 = 50 \div 5$

$50 = 36 + 14$

Il doit obtenir 14/20 au dernier contrôle.

2. $58 \div 6 \approx 9,7$

Sa moyenne est environ égale à 9,7.

24 a. $2\,285 \div 668 \approx 3,4$

La distance moyenne est 3,4 km.

b. Ils ont parcouru 2 900 km au total, donc ils n'ont pas atteint leur objectif qui était de 2 915 km.

25 a.

Jour	Angle	Nombre d'entrées
Lundi	30°	72
Mardi	35°	84
Mercredi	90°	216
Jeudi	30°	72
Vendredi	35°	84
Samedi	75°	180
Dimanche	65°	156

b. $552 \div 3 = 184$

Pour mercredi, samedi et dimanche, le nombre d'entrées en moyenne est 184.

$312 \div 4 = 78$

Pour les autres jours, le nombre d'entrée en moyenne est 78.

26 a. $70 \div 5 = 14$

La moyenne de Mila est 14/20.

$(14 + 9 + 10) \div 3 = 11$

La moyenne des trois trimestres est 11.

La moyenne de l'année est 11,9.

27 Traduction : *Le tableau suivant indique le nombre de visiteurs par jour dans un musée pendant cinq jours consécutifs.*

a. Déterminer le nombre moyen de visiteurs par jour.

b. S'il y a 375 visiteurs le samedi, le nombre moyen de visiteurs par jour changera-t-il ? De quelle manière ?

a. $1\,280 \div 5 = 256$

Le nombre moyen de visiteurs par jour est 256.

b. Ce nombre augmente (environ 276 visiteurs par jour).

Médiane et étendue d'une série statistique ■■■

28 a. La médiane est 1. **b.** La médiane est 4.

29 La moyenne est 10, la médiane 10 et l'étendue 6.

30 La moyenne est environ égale à 8,2, la médiane 8 et l'étendue 5.

31 a. Faux **b.** Vrai **c.** Faux

32 a. Faux **b.** Vrai **c.** Faux

33 a. L'étendue de cette série est 0,6.

b. $142,2 \div 7 \approx 20,31$

La moyenne est environ égale à 20,31.

c. On classe dans l'ordre croissant.

20,09 20,12 20,25 20,38 20,48 20,69

La médiane est $(20,25 + 20,315) \div 2 = 20,2825$.

34 a. $16\,170 \div 6 = 2\,695$

Le salaire moyen est 2 695 €.

b. On classe dans l'ordre croissant.

1 650 1 770 1 950 2 100 2 200 6 500

Le salaire médian est 2 025 € (entre 1 950 € et 2 100 €).

c. Le salaire à 6 000 € fait très nettement augmenter la moyenne.

35 (1) B (2) C (3) D (4) A

36 1. $120 \times 10 = 1\,200$

L'entreprise a totalisé 1 200 jours d'absence.

2. a. Dans cette entreprise, la moitié des salariés ont été absents au plus 10 jours au maximum.

b. Aucun salarié n'a eu 45 jours d'absence.

37 a. $2\,505 \div 50 = 50,1$

La moyenne des tailles des nourrissons est 50,1 cm.

La médiane est 50,5 et l'étendue 6,5.

b. La moyenne et la médiane de la série correspondant à la clinique « Les oisillons » sont inférieures. Cette clinique semble disposer d'un service spécialisé pour bébés prématurés.

38 a. $1\,170 \div 25 = 46,8$

La moyenne est la même pour les deux joueurs, à savoir 46,8.

L'étendue est de 100.

La médiane est 50 pour Tao et 30 pour Léa.

b. Oui, la moyenne étant la même pour les deux joueurs, le total est identique pour Tao et Léa (1 170).

39 a. 5 plantules mesurent moins ou sont égales à 12 cm.

b. L'étendue de cette série est 22.

$481 \div 29 \approx 16,59$

La moyenne est 16,6 environ.

c. La médiane de cette série est 18. Il y a autant de pousses ayant une longueur inférieure ou égale à 18 cm, que de pousses ayant une longueur supérieure ou égale à 18 cm (15^e donnée de la série statistique).

d. $24 \div 29 \approx 0,828$

24 élèves sur 29 ont respecté le protocole, soit 82,8 % environ.

e. La 14^e, 15^e et 16^e données sont égales à 18, donc la médiane restera inchangée.

Je résous

p. 198-199 du manuel

40 $(49 + 242) \div 29 \approx 10,03$

41 On ne peut valider aucune des propositions.

42 $(5\ 000 \times 5) - (4\ 000 \times 4) = 9\ 000$

Le perroquet coûtait 9 000 €.

La réponse correcte est la réponse e.

43 $(9 \times 28) - (7 \times 15) = 147$

La grand-mère a donc 72 ans et le grand-père 75 ans.

La réponse correcte est la réponse e.

44 1. La feuille de calcul relative à cet exercice est fournie dans le manuel interactif.

2. a. Si on change une seule des données, on change la moyenne. Pour la médiane, on peut changer par exemple le 15, en prenant une valeur inférieure à 21. Pour l'étendue, on peut changer par exemple le 24, en prenant une valeur comprise entre 4 et 54.

b. On peut changer le 15 en 16 et le 22 en 21 : si on augmente une valeur de 1 (par exemple), il faut diminuer une autre valeur de 1.

c. La moyenne devient environ 24,3. La médiane ne change pas et l'étendue devient 40.

45

11	18	25	32
----	----	----	----

46 a. Par exemple : 1 ; 1 ; 1 ; 10 ; 19 ; 19 ; 19.

Il suffit d'avoir la quatrième donnée égale à 10 lorsqu'elles sont classées par ordre croissant.

b. Par exemple : 12 ; 12 ; 12 ; 12 ; 12 ; 12 ; 12.

Il suffit d'avoir la somme des notes égales à 84.

c. 10 ; 10 ; 10 ; 10 ; 14,5 ; 14,5 ; 15

47 Ses notes sont les suivantes : 4 ; a ; 12 ; b ; 18.

La somme des deux notes a et b doit être égale à 16 : plusieurs solutions sont possibles.

On ne peut pas connaître les cinq notes.

48 Par exemple, il y a des élèves du groupe A qui ont des meilleures notes (entre 80 et 89).

49 a. $8 \div 26 \approx 31 \%$

La 3^e A compte environ 31 % de grands lecteurs.

Avec la médiane, on sait qu'au moins 13 élèves de la classe de 3^e B sont de grands lecteurs, soit 52 %.

Au maximum, 50 % des élèves de la 3^e C sont de grands lecteurs.

La classe qui compte le plus de grands lecteurs est donc la 3^e B.

b. Le nombre maximal de livres lus est 8, en 3^e B et en 3^e C. On ne peut pas savoir dans quelle classe se trouve l'élève qui a lu le plus de livres.

Je m'évalue

p. 200 du manuel

50	51	52	53	54	55	56	57
b. c.	c.	a. d.	b.	c.	a.	c.	a. c. d.

58 $2\,443 \div 14 = 174,5$

La taille moyenne des joueuses est 174,5 cm.

59 On classe les données dans l'ordre croissant.

165	165	166	170	171
174	174	175	176	177
178	181	184	187	

La taille médiane des joueuses est 174,5 cm.

60 $10\,121,9 \div 8 \approx 1\,265$

La distance moyenne entre le Soleil et ses planètes est environ 1 265 millions de km.

61 On classe les distances dans l'ordre croissant.

57,9	108,2	149,6	227,9
778,3	1 427	2 868	4 505

La distance médiane entre le Soleil et ses planètes est 503,1 millions de km.

b. La moyenne est très supérieure à la médiane. Neptune et Uranus sont très éloignées du Soleil et des autres planètes : elles font augmenter la moyenne.

62 a. Le salaire médian brut est de 1 610 € par mois : il est inférieur au salaire moyen brut qui est de 2 764 € par mois.

Cela signifie que, parmi les gens qui ont un salaire supérieur au salaire médian, certains ont des salaires très élevés qui font augmenter la moyenne.

b. $8,6 \times 100 \div 65 \approx 13$

Le pourcentage de la population française vivant en-dessous du seuil de pauvreté est environ 13 %.

63 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

Mathématiques et Développement durable

64 a.1 $066 \div 25 \approx 42,6$

Les thons pêchés par le thonier A pèsent en moyenne 42,6 cm.

$591 \div 15 = 39,4$

Les thons pêchés par le thonier B pèsent en moyenne 39,4 cm.

Cela ne suffit pas pour déterminer s'il y a infraction ou non.

b. Pour le thonier A, la médiane est 39 et l'étendue est 60. Pour le thonier B, la médiane est 39 et l'étendue 14. On ne peut pas conclure avec ces éléments.

J'utilise tout ce que je sais

p. 203 du manuel

1 a. L'écart de temps de course entre le 1^{er} et le 6^e coureur est de 12 min : c'est l'étendue de cette série.

b. La médiane de cette série est 80 h 53 min.

$$29\ 115 \div 6 = 4\ 852,5$$

La moyenne de cette série est 4 852,5 min, soit 80 h 52 min 30 s.

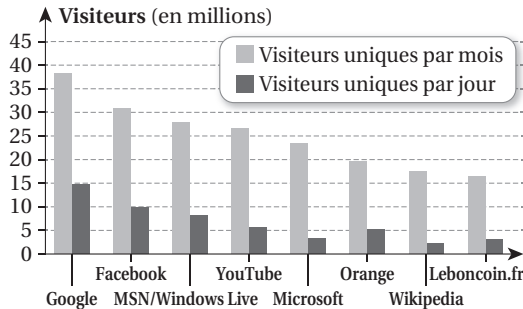
2. a.

Coureur	Vitesse moyenne (en km.h ⁻¹)
V. NIBALI	40,38
T. PINOT	40,32
J.-C. PÉRAUD	40,31
A. VALVERDE	40,31
R. BARDET	40,29
T. VAN GARDEREN	40,28

b. $19\ 563 \div 485,25 \approx 40,32$

La vitesse moyenne est 40,32 km.h⁻¹.

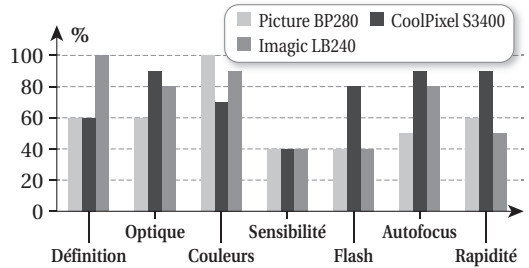
2 On donne par exemple le diagramme suivant.



3 a. Les points forts sont :

- les couleurs pour Picture BP280 ;
- optique, autofocus, rapidité et flash pour CoolPixel S3400 ;
- définition optique, couleurs, autofocus pour Imagic LB240.

b. On donne par exemple le diagramme suivant.



UNITÉ F Probabilités

Progression dans l'unité

Chapitre	5 ^e	4 ^e	3 ^e
13. Comprendre des notions élémentaires de probabilités	Vocabulaire (expérience aléatoire) (1)	Notion de probabilité	
14. Utiliser des notions élémentaires de probabilités		Évènements contraires, incompatibles Probabilité d'une issue	Probabilité d'un évènement

- (1) En 5^e, il s'agit de faire réfléchir les élèves aux issues d'une expérience aléatoire dans des situations familières (en particulier par la manipulation de dés, cartes, etc.) sans nécessairement introduire vocabulaire et notations. On peut y consacrer un chapitre dans la progression choisie (ce qui permet de garder une trace écrite des expériences faites et conclusions obtenues), ou revenir régulièrement tout au long de l'année sur des expériences aléatoires, sans y consacrer un travail sur plusieurs séances.

1 1. a. Léa a obtenu 5 fois le 9.
b. et c.

Résultat obtenu	2	3	4	5	6	7
Effectif	1	3	2	5	8	10
Fréquence (en pourcentage)	2	6	4	10	16	20

Résultat obtenu	8	9	10	11	12
Effectif	4	5	5	4	3
Fréquence (en pourcentage)	8	10	10	8	6

2 $0 < 0,05 < \frac{1}{3} < \frac{2}{3} < 0,75 < \frac{4}{5} < \frac{5}{6} < 0,85 < 1 < \frac{5}{4}$

3 a. $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$

b. $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

c. $0,2 \times 0,15 = 0,03$

d. $\frac{4}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

e. $\frac{3}{100} + \frac{7}{10} = 0,73$

f. $\frac{6}{21} + \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$

g. $\frac{1}{12} + 0,3 = \frac{23}{60}$

h. $0,15 + 0,05 = 0,2$

i. $0,5 \times \frac{7}{12} = \frac{7}{24}$

j. $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{1}{10} = 1$

k. 20 % de 200 = 40

l. 15 % de 200 = 30

4 a. $\frac{80}{100} \times 1\,245 = \frac{99\,600}{100} = 996$

La masse de cuivre dans ce cor est 996 g.

b. $1\,245 - 996 = 249$ ou 20 % de 1 245 = 249.

La masse de zinc dans ce cor est 249 g.

5

	Garçons	Filles	TOTAL
Externes	2	3	5
Demi-pensionnaires	9	11	20
TOTAL	11	14	25

6 a. Pour avoir plus de chances de tirer une boule rouge, il vaut mieux choisir le sac 1 (1 chance sur 16 d'obtenir une boule rouge).

b. Pour avoir plus de chances de tirer une boule blanche, il vaut mieux choisir le sac 3 (450 chances sur 451 d'obtenir une boule blanche).

13. Comprendre des notions élémentaires de probabilités

Quel est le problème ? p. 207 du manuel

Intérêt du problème posé

Ce problème invite les élèves à s'interroger sur la notion de hasard, en particulier sur les résultats non prévisibles d'une expérience aléatoire familière : le lancer d'un dé équilibré.

Questions possibles

1. Si on lance un dé cubique équilibré, le 6 a-t-il plus de chances de sortir que les autres numéros ?
2. Si on lance un dé cubique équilibré, un numéro pair a-t-il plus de chances de sortir ?
3. A-t-on plus de chances d'obtenir des numéros différents ou le même numéro ?

Exemple de résolution

1. Un dé équilibré est une figure symétrique (cube) comportant six faces. Chaque numéro a donc autant de chances de sortir. On peut dire qu'il a 1 chance sur 6 que chacun des numéros sorte, soit une probabilité de $\frac{1}{6}$.

2. En lançant un très grand nombre de fois le dé, on va pouvoir calculer la fréquence d'apparition de chaque nombre. Par exemple, faire lancer vingt-cinq fois un dé cubique équilibré à chaque élève, puis cumuler les résultats de la classe de façon à obtenir entre 600 ou 700 issues d'expérience. Calculer les fréquences d'apparition ainsi obtenues pour chacun des numéros. Faire ensuite constater que chaque fréquence s'approche de la valeur $\frac{1}{6}$, qui est la probabilité de chacune des issues.

Remarque : On pourra utiliser un tableur et la fonction NB.SI pour compter les effectifs de chacune des issues.

Prolongement possible : Même exercice à partir des 50 derniers résultats du loto (5 numéros parmi les entiers, de 1 à 49) que l'on retrouve sur le site suivant.

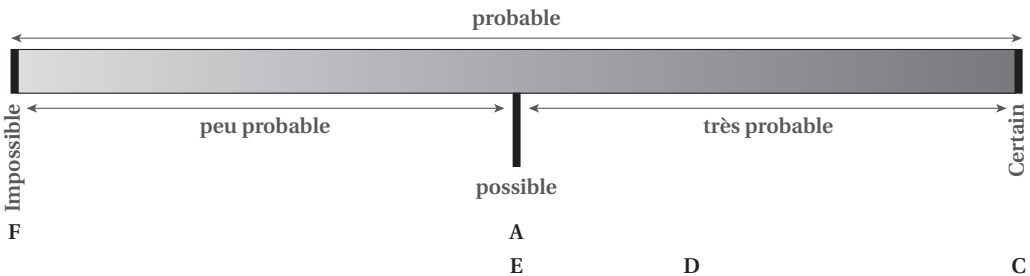
http://www.reduc Miz.com/resultat_fdj.php?jeu-loto

Découvrir la notion de hasard

1 a.

Situation	C'est impossible.	C'est certain.	C'est possible.
A. Je lance un dé, j'obtiens 6. Au lancer suivant, obtiendrai-je encore un 6 ?			×
B. Il pleut aujourd'hui. Pleuvra-t-il encore demain ?			×
C. Dans un collège de 400 élèves, deux d'entre eux peuvent-ils fêter leur anniversaire le même jour ?		×	
D. Sur les 7 chapitres d'Histoire-Géographie étudiés, j'en ai révisé 5. Réussirai-je l'épreuve commune de demain ?			×
E. Paul a 3 frères. Sa mère attend un cinquième enfant. Accouchera-t-elle d'un garçon ?			×
F. Je lance simultanément deux dés numérotés de 1 à 6 et calcule la somme des deux nombres obtenus. Cette somme peut-elle être égale à 13 ?	×		

b.



c. Les situations qui relèvent uniquement du hasard sont les situations A, D et E.

d. Parmi les noms suivants, ceux qui évoquent le mieux le hasard sont chance, imprévue et sort.

e. Voici d'autres noms qui évoquent le hasard : aléatoire, probabilité et fortuit(e).

Faisons le bilan

Le hasard, c'est ce qui ne peut pas être prévu à l'avance, avec certitude.

Il intervient dans des jeux tels que le lancer d'une pièce, d'un dé, d'une roue de loterie, ou d'un tirage au sort (courte paille, les yeux bandés, etc.).

Découvrir le vocabulaire des probabilités

2

1. Louise peut fermer les yeux ou bien se bander les yeux avant de faire son choix pour s'assurer que son expérience dépend bien du hasard.

2. a. Les différentes possibilités de couleur du pastel ainsi obtenu sont rose, turquoise, violet, vert, jaune ou orange. Il y a donc 6 issues dans cette expérience.

b. « Obtenir un pastel rose » ou « obtenir un pastel vert » sont d'autres événements de cette expérience aléatoire.

3. a. La couleur que Louise a le plus de chances d'obtenir est le rose car, dans cette trousse, les pastels de couleur rose ont le plus grand effectif (5) pour un effectif total de 19 pastels.

b. L'évènement qui a la plus petite probabilité d'être réalisé est : « obtenir un pastel orange », car sa probabilité est $\frac{1}{19}$.

c. Les évènements qui ont la même probabilité d'être réalisés sont « obtenir un pastel turquoise » et « obtenir un pastel violet ». Leur probabilité est $\frac{4}{19}$.

d. « Obtenir un pastel gris » est un évènement impossible à réaliser car il n'y a pas de pastel gris dans la trousse.

L'évènement « obtenir un pastel d'une des couleurs préférées de Louise » est un évènement certain car sa trousse ne contient que ses pastels préférés.

Faisons le bilan

Une expérience aléatoire est une expérience dont le résultat est déterminé par le hasard et ne peut donc être prévu à l'avance avec certitude.

Le lancer d'une pièce de monnaie non truquée est une expérience aléatoire.

Les issues sont : pile ; face.

Découvrir la notion de probabilités

3

1. a.

Nombre de tirages	50	100	1 000
Fréquence jetons jaunes	0,4	0,525	0,5
Fréquence jetons verts	0,3	0,25	0,25
Fréquence jetons rouges	0,25	0,2	0,2
Fréquence jetons bleus	0,05	0,05	0,04

b. Quand on augmente le nombre de tirages, les fréquences se stabilisent chacune vers une valeur appelée probabilité de l'évènement.

c. Une valeur approchée de la probabilité de l'évènement R est 0,2.

Une valeur approchée de la probabilité de l'évènement J est 0,5.

d. $20 \times 0,5 = 10$

Le nombre de jetons jaunes peut être estimé à 10.

$20 \times 0,2 = 4$

Le nombre de jetons rouges peut être estimé à 4.

Faisons le bilan

La fréquence de réalisation d'un évènement se stabilise vers une valeur en répétant l'expérience aléatoire un très grand nombre de fois.

Elle se rapproche de la valeur de la probabilité de cet évènement.

- 1 a.** C'est une expérience aléatoire dont les issues sont : rouge ; bleu ; blanc ; noir.
b. Ce n'est pas une expérience aléatoire : on peut prévoir que le sucre va fondre dans l'eau.
c. C'est une expérience aléatoire dont les issues sont : pile ; face.

- 2 a.** Pour l'évènement A, les issues sont : 1 ; 2 ; 3. Pour l'évènement B, les issues sont : 5 ; 6. Pour l'évènement C, on ne peut pas obtenir 7 avec ce dé : c'est un évènement impossible.
b. Pour l'évènement D, les issues sont A ; E ; I ; O ; U ; Y.
 Pour l'évènement E, les issues sont A ; B ; C ; ... ; X ; Y ; Z, c'est-à-dire toutes les lettres de l'alphabet. C'est un évènement certain.

- 3 a.** Par exemple :

Résultat obtenu	Pile	Face
Effectif	8	12

- b.** Par exemple, pour 30 élèves :

Résultat obtenu	Pile	Face
Effectif	310	290

c. $310 \div 600 \approx 0,52$

Dans le tableau précédent, la fréquence d'apparition du côté pile est environ 0,52.

- d.** Il y a une chance sur deux d'obtenir pile, la fréquence est proche de 0,5.

- 4 a.**

Pièces	Effectif	Fréquence (en %)
1 ct	5	20
2 cts	7	28
5 cts	3	12
10 cts	2	8
50 cts	4	16
1 €	4	16
TOTAL	25	100

b. $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

La probabilité de l'évènement A est $\frac{1}{5}$.

La probabilité de l'évènement B est $\frac{4}{25}$.

$\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

La probabilité de l'évènement C est $\frac{2}{5}$.

Je m'entraîne

- 7 a.** Les issues possibles sont : bleu ; vert ; jaune ; orange ; rouge.
b. Les issues constituant l'évènement R sont : triangle rouge ; carré rouge.
 Les issues constituant l'évènement C sont : carré rouge ; carré jaune ; carré bleu ; carré vert.
c. G est certain.
 N est impossible.
 D n'est ni certain, ni impossible.

- 8** Réponse **c.**

- 9** Réponses **b., c. et d.**

— Expérience aléatoire : vocabulaire —

- 10 a.** Oui, il s'agit d'une expérience aléatoire.
b. Non, il ne s'agit pas d'une expérience aléatoire.
c. Oui, il s'agit d'une expérience aléatoire.
d. Non, il ne s'agit pas d'une expérience aléatoire.
11 Les issues qui constituent l'évènement V sont : A ; E ; I ; O ; U ; Y.

Les issues qui constituent l'évènement P sont : Y ; A ; N. L'issue qui constitue l'évènement R est N.

- 12 1. a.** Les issues qui constituent l'évènement A sont : roi de cœur ; roi de trèfle ; roi de carreau ; roi de pique.

b. Les issues qui constituent l'évènement B sont : as de trèfle, roi de trèfle ; dame de trèfle ; valet de trèfle ; 10 de trèfle ; 9 de trèfle ; 8 de trèfle ; 7 de trèfle.

- 2.** L'évènement est impossible.

———— Notion de probabilité ————

- 13** Pour avoir le plus de chances de gagner, le joueur doit choisir le cube car $\frac{4}{6} > \frac{5}{8}$.

- 14 a.** « Obtenir un nombre inférieur à 4. »

b. « Obtenir un nombre impair. »

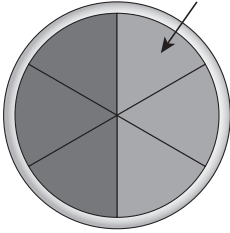
c. Non, car il y a 9 nombres impairs et 3 nombres pairs.

- 15** Réponse **c.**

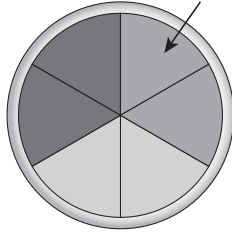
16 a. La probabilité qu'il attende moins de 10 min est 0,6, soit 60 %.

b. La probabilité qu'il attende plus de 5 min est 0,8, soit $\frac{4}{5}$.

17 a. Par exemple :



b. Par exemple :



18 Oui, on a plus de chances de gagner en choisissant l'urne B (proportion de boules rouges plus importante : $\frac{19}{50} > \frac{35}{100}$).

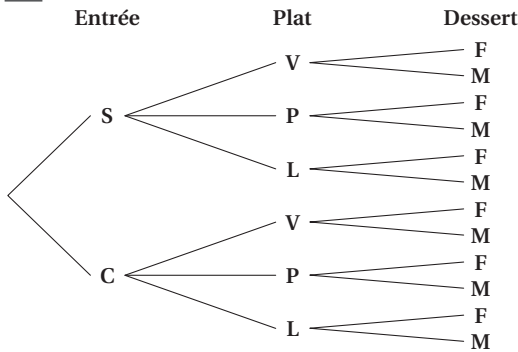
19 a. La probabilité que le canard se pose sur le lac est $\frac{2}{36}$

b. La probabilité est $\frac{1}{18}$.

Je résous

p. 214-215 du manuel

20 a.



b. Le chef peut servir 12 menus différents.

2. a. La proportion de menus comportant une salade est $\frac{1}{2}$.

b. La proportion de menus comportant une mousse au chocolat est $\frac{1}{2}$.

c. La proportion de menus comportant du poisson est $\frac{1}{3}$.

d. La proportion de menus comportant à la fois des lasagnes et des fruits est $\frac{1}{6}$.

21 L'affirmation est fausse : on peut acheter deux tickets perdants.

22 Mia a le plus de chances de gagner car $\frac{2}{5} > \frac{3}{8}$.

23 Avec 4 chaussettes, on est certain d'avoir au moins une paire de la même couleur. Trois peuvent être de couleurs différentes, mais la 4^e sera forcément d'une couleur déjà piochée.

24 a. La probabilité qu'une flèche soit tirée dans la zone A est $\frac{\pi}{36}$.

La probabilité qu'une flèche soit tirée dans la zone B est $\frac{3\pi}{36}$.

La probabilité qu'une flèche soit tirée dans la zone C est $1 - \frac{4\pi}{36}$, soit $1 - \frac{\pi}{9}$.

b. Oui, l'archer a trois fois moins de chances d'atteindre la zone A que la zone B.

25 $0,32 < 0,5$

Les boules rouges sont les plus nombreuses.

26 a. La probabilité de l'évènement A est $\frac{25}{100}$, soit $\frac{5}{22}$.

b. La probabilité de l'évènement B est $\frac{65}{110}$, soit $\frac{13}{22}$.

27 Exercice réalisé en groupe, en classe.

Dans la question 2., les fréquences doivent se rapprocher de la probabilité $\frac{1}{9}$.

28 Le gain de 2 € ne suffit pas à compenser l'achat du ticket. Il y a 142 251 tickets véritablement gagnants.

En réalité, la probabilité de gagner est d'environ 0,19, soit à peine une chance sur cinq.

29	30	31	32	33	34	35
c.	b.	b. c.	c. d.	a. b. c. d.	a. c. d.	a. b. c.

Je prépare le contrôle

36 1. L'évènement A est constitué de : 2 ; 4 ; 6 ; 8.
L'évènement B : 3 ; 6.
L'évènement C : 5 ; 7.

2. a. Par exemple : « Obtenir un nombre inférieur à 9 » est un évènement certain.

b. Par exemple : « Obtenir un nombre supérieur à 8 » est un évènement impossible.

37 a. Aline a la plus grande probabilité de tirer une bille rouge car elle n'a que des billes rouges.

b. Barnabé a 10 chances sur 40 de tirer une bille rouge, donc sa probabilité de tirer une bille rouge est $\frac{10}{40}$, ou $\frac{1}{4}$.

Il faut donc rajouter 15 billes noires dans le sac d'Aline : sa probabilité de tirer une bille rouge sera alors de $\frac{5}{20}$, soit $\frac{1}{4}$.

38 a. $20 \div 100 = 0,2$

La fréquence d'apparition de la couleur jaune est 0,2.

$30 \div 100 = 0,3$

La fréquence d'apparition de la couleur noire est 0,3.

b. La probabilité d'obtenir la couleur jaune est $\frac{1}{6}$.

La probabilité d'obtenir la couleur noire est $\frac{2}{6}$, soit $\frac{1}{3}$.

c. Le nombre de lancers n'est pas assez grand pour que la fréquence se rapproche suffisamment de la probabilité.

39 Les combinaisons possibles sont : 2755 ; 7255 ; 2557 ; 7552 ; 5527 ; 5572.

Samy doit composer au maximum 6 combinaisons pour être sûr de pouvoir rentrer.

40 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

Mathématiques et Création artistique

41 On peut obtenir par exemple :

0	1	1	0	0	■ bleu
1	1	1	0	0	
0	1	0	0	1	■ rouge
1	1	0	0	1	
1	0	0	0	0	

En regroupant les tableaux, la fréquence de chaque couleur doit se rapprocher de la probabilité de l'évènement « colorier un petit carré en bleu », soit $\frac{1}{2}$.

14. Utiliser des notions élémentaires de probabilités

Quel est le problème ? p. 219 du manuel

Intérêt du problème posé

Ce problème invite à comparer deux jeux et à estimer la probabilité de gagner à chacun des jeux. La situation permet d'engager le débat au sein de la classe, pour discuter du choix du jeu.

Questions possibles

1. A-t-on plus de chances de gagner un ticket supplémentaire en choisissant le jeu des deux pièces ou le jeu des deux dés ?

Exemple de résolution

1. Deux numéros consécutifs sont ici deux nombres entiers de 1 à 6 qui se suivent dans un ordre croissant ou décroissant.

Le jeu des deux pièces

En lançant les deux pièces, on peut obtenir les 4 issues suivantes (en notant P pour pile et F pour Face) : PP ; PF ; FP ; FF.

On a donc 1 chance sur 4 d'obtenir deux fois pile (PP), soit une probabilité de gagner à ce jeu égale à $\frac{1}{4}$.

Le jeu des deux dés

En lançant les deux dés, il y a 36 issues possibles au total (6×6).

On obtient 10 issues avec 2 numéros consécutifs : 1-2 ; 2-3 ; 2-1 ; 3-2 ; 3-4 ; 4-3 ; 4-5 ; 5-4 ; 5-6 ; 6-5.

On a donc 10 chances sur 36 d'obtenir deux numéros consécutifs, soit une probabilité de gagner à ce jeu égale à $\frac{10}{36}$.

Comparons les probabilités de réussite à ces deux jeux.

$\frac{1}{4} = \frac{9}{36}$ et $\frac{10}{36} > \frac{9}{36}$, donc il est préférable de jouer aux dés pour gagner un ticket supplémentaire.

Remarque : On pourra utiliser un arbre pour représenter les issues du jeu des deux pièces.

On pourra utiliser un tableau à double entrée pour représenter les issues du jeu des deux dés et colorier les cases correspondant à deux numéros consécutifs.

1 ^{er} dé \ 2 ^e dé	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Des fréquences aux probabilités

1

a. Il y a deux issues possibles dans cette expérience aléatoire correspondant à la position dans laquelle les punaises retombent : dos (D) ou pointe (P).

b., c. et d. Si on lance 10 fois dix punaises, le nombre de punaises qui retombent sur le dos (issue D) et le nombre de punaises qui retombent sur la pointe (issue P) dépendent du hasard. La fréquence de l'issue D à l'issue de 10 lancers ne se prévoit pas à l'avance. Seule l'expérience peut apporter des résultats.

e. Pour l'issue D, les fréquences obtenues se rapprochent d'une valeur qui dépend du type de punaises utilisées (ne pas mélanger les punaises de différentes boîtes dans une même classe). Certaines punaises ont une fréquence d'apparition de l'issue D proche de 0,6.

f. On ne peut pas dire que l'on a une chance sur deux que la punaise retombe sur le dos. La punaise n'est pas un objet symétrique, ce qui ne permet pas d'estimer la probabilité de l'issue D autrement qu'en effectuant un très grand nombre de lancers pour calculer la fréquence de réalisation de cette issue.

Faisons le bilan

Lorsqu'on effectue un très grand nombre de fois une expérience aléatoire de façon indépendante, dans les mêmes conditions, la fréquence de réalisation d'une issue se rapproche d'une valeur appelée probabilité de cette issue.

Calculer des probabilités

2

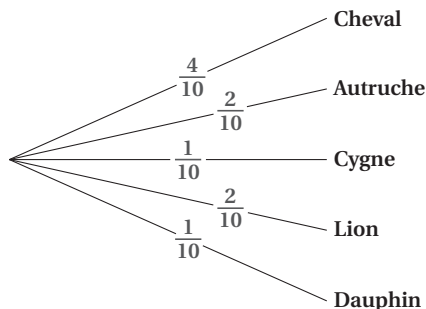
1. a. Il y a 5 issues possibles pour cette expérience aléatoire : « cheval » ; « autruche » ; « cygne » ; « lion » et « dauphin ».

b. Il y a 10 animaux sur ce manège. La probabilité de l'issue « cheval » est $\frac{4}{10}$, celle de l'issue « autruche » est $\frac{2}{10}$, celle de l'issue « cygne » est $\frac{1}{10}$, celle de l'issue « lion » est $\frac{2}{10}$ et celle de l'issue « dauphin » $\frac{1}{10}$.

$$\text{c. } \frac{4}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = 1$$

La somme de ces probabilités est égale à 1.

2.



3. a. Les issues qui réalisent l'évènement M sont : « cheval » ; « lion » ; « dauphin ».

Les issues qui réalisent l'évènement O sont : « autruche » ; « cygne ».

$$\text{b. } p(M) = \frac{4}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{7}{10} \text{ et } p(O) = \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}.$$

$$\text{c. } p(M) + p(O) = 1$$

La somme de ces probabilités est égale à 1.

4. a. Les issues qui réalisent l'évènement D sont : « autruche » ; « cygne ».

Les issues qui réalisent l'évènement Q sont : « cheval » ; « lion ».

b. Les évènements D et Q ne sont pas des évènements contraires car l'évènement contraire de D n'est pas nécessairement un animal à 4 pattes (le dauphin n'a pas de pattes).

c. $p(D) = \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$ et $p(Q) = \frac{2}{10} + \frac{4}{10} = \frac{6}{10}$

5. $p(E) = \frac{2}{10} + \frac{4}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{9}{10}$,

ou $p(E) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$ (la probabilité que Cyan monte sur un dauphin est de $\frac{1}{10}$).

Faisons le bilan

La probabilité d'une issue est un nombre compris entre 0 et 1.

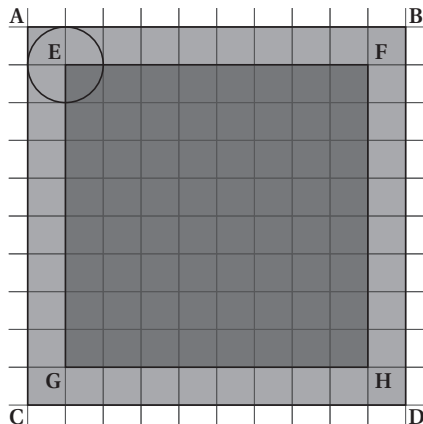
La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

L'évènement contraire d'un évènement est celui qui se réalise lorsque celui-ci ne se réalise pas.

Deux évènements sont incompatibles s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.

3

1. a. et b.



c. $10 - (1 + 1) = 8$

La longueur du côté du carré colorié est égale à 8 cm.

L'aire du carré colorié est égale à 64 cm^2 .

La probabilité de gagner est le quotient de l'aire de la zone coloriée à la question **b.** par l'aire du

carreau, donc $p = \frac{64}{100} = 0,64$.

2. $12 - (1,3 \times 2) = 9,4$

Si Corentin et Giulia jouent dans le séjour, la zone coloriée est un carré de côté 9,4 cm.

$$\frac{9,4^2}{12^2} = \frac{88,36}{144} \approx 0,61$$

Donc la probabilité de gagner dans le séjour est environ égale à 0,61.

Giulia a intérêt à choisir de jouer dans la cuisine, la probabilité de gagner à ce jeu y est plus grande.

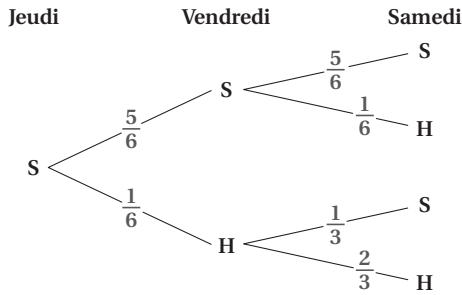
3. D'autres exemples de jeux pour lesquels la probabilité de gagner pourrait être calculée grâce à la géométrie : tirer dans une cible circulaire ou carrée, jouer à la roue de la loterie.

Faisons le bilan

Dans le cas d'une expérience modélisée par la géométrie, on calcule une probabilité par le quotient de l'aire de la zone de réussite par l'aire totale.

1. Voici l'arbre des probabilités :

- s'il fait sec un jour, alors il y a 5 chances sur 6 pour qu'il fasse sec le lendemain, donc 1 chance sur 6 pour qu'il fasse humide le lendemain ;
- s'il fait humide un jour, alors y a 2 chances sur 3 pour qu'il fasse humide le lendemain, donc 1 chance sur 3 pour qu'il fasse sec le lendemain.



2. $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$

La probabilité de l'issue « temps sec vendredi, puis temps sec samedi » est $\frac{25}{36}$.

3. $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$

L'autre issue qui réalise l'évènement « samedi, le temps est sec » est :

« temps humide vendredi, puis temps sec samedi ». Sa probabilité est $\frac{1}{18}$.

4. $p = \frac{25}{36} + \frac{1}{18} = \frac{25}{36} + \frac{2}{36} = \frac{27}{36}$

La probabilité qu'il fasse sec samedi est $\frac{27}{36}$.

5. Les évènements « samedi, le temps est sec » et « samedi, le temps est humide » sont deux évènements contraires. Deux méthodes de calcul sont possibles :

$$p = \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{36} + \frac{2}{36} = \frac{9}{36} \quad \text{ou} \quad p = 1 - \frac{27}{36} = \frac{36}{36} - \frac{27}{36} = \frac{9}{36}$$

La probabilité qu'il fasse humide samedi est $\frac{9}{36}$.

Faisons le bilan

Un arbre de probabilités, un tableau à double entrée ou une figure géométrique permettent de représenter une expérience aléatoire afin de calculer la probabilité de chacune de ses issues.

J'applique

p. 221 du manuel

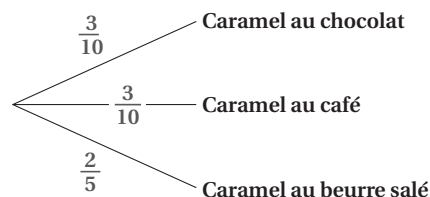
1 a. Si le jeton est un joker, il n'y a rien d'inscrit dessus. Tous les autres évènements sont donc incompatibles avec l'évènement A.

b. Si le jeton comporte une voyelle, il ne peut pas être un joker, ni la lettre R. Les évènements A et E sont donc incompatibles avec l'évènement B.

c. L'évènement contraire de l'évènement A est l'évènement C car, si le jeton n'est pas un joker, alors il comporte forcément une lettre.

d. L'évènement contraire de l'évènement B est « le jeton comporte une consonne ou le jeton est un joker » ou « le jeton ne comporte pas de voyelle ».

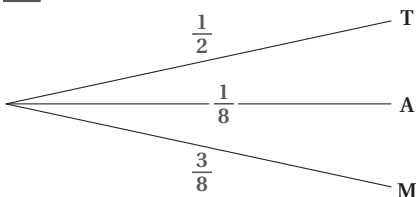
2 a. $1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$



b. Un sac contient 10 caramels : 3 sont au chocolat, 3 sont au café et 4 sont au beurre salé.

On pioche au hasard un caramel dans ce sac.

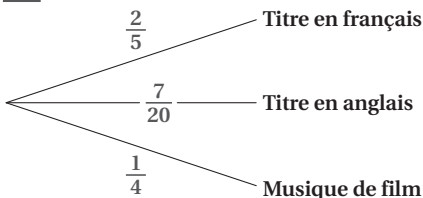
3



4 a. $100 - 48 = 52$. La probabilité de l'évènement « c'est une canette de jus de fruit » est $\frac{52}{100}$, soit 0,52.

b. La probabilité de l'évènement « c'est une canette de jus d'ananas » est 0 car l'évènement est impossible.

5 1.



2 a. L'évènement contraire de l'évènement A est « le premier titre est un titre en français ou en anglais ».

b. Première méthode : $\frac{2}{5} + \frac{7}{20} = \frac{8}{20} + \frac{7}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

Deuxième méthode : $1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Je m'entraîne

p. 224-225 du manuel

8 Réponses **b.** ou **c.**

9 Réponse **c.**

10 Réponse **b.**

11 a. L'évènement contraire est : « obtenir un nombre strictement inférieur à 12 ».

b. Sa probabilité est $\frac{11}{12}$.

12 1. On peut piocher la dame de cœur, donc les évènements ne sont pas incompatibles.

2. L'évènement contraire est : « piocher un pique, un carreau ou un trèfle ».

3 a. La probabilité de piocher un as est $\frac{1}{8}$.

b. La probabilité de piocher un trèfle est $\frac{1}{4}$.

Probabilité d'une issue

13 1. On compte 60 billets perdants.

2 a. La probabilité de gagner un lecteur MP3 est $\frac{4}{10}$, soit $\frac{1}{45}$.

b. La probabilité de gagner une peluche est $\frac{48}{150}$, soit $\frac{4}{15}$.

c. La probabilité de ne rien gagner est $\frac{1}{3}$.

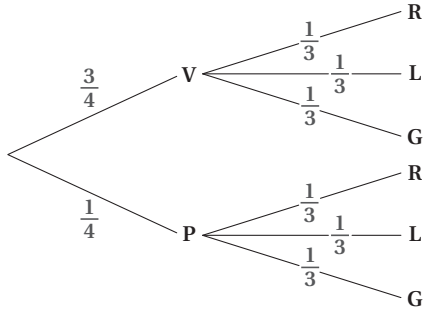
14 La probabilité d'obtenir face avec cette pièce est 0,73.

15 Sarah et Amir ont la même probabilité de gagner.

- 16** a. Le nombre est un nombre aléatoire compris entre 1 et 2.
 b. On obtient un nombre aléatoire compris entre 0 et 10.
 c. $=1+100 \cdot \text{ALEA}()$

— **Probabilité d'un évènement** ■■■ —

17 a.



- b. La probabilité de l'évènement « obtenir un menu du jour composé de poisson et de gratin » est $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$, soit $\frac{1}{12}$.
 c. La probabilité de l'évènement « obtenir un menu du jour composé de viande et de riz » est $\frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$, soit $\frac{1}{4}$.

18 1. Par exemple :

2	3	1	8	1	8
9	9	2	10	2	9
9	2	3	5	4	9
5	3				

2. a. La fréquence d'apparition est 0,4.
 b. La probabilité de l'évènement « obtenir un multiple de 3 » est 0,3.

- c. Le nombre d'essais n'est pas assez grand pour être vraiment proche de la probabilité.
 3. a. L'évènement « obtenir un nombre pair » a pour probabilité $\frac{1}{2}$.
 b. L'évènement contraire est : « obtenir un nombre impair », qui a pour probabilité $\frac{1}{2}$.
 4. a. L'évènement « obtenir un nombre strictement inférieur à 3 » a pour probabilité $\frac{1}{5}$.
 b. L'évènement contraire est : « obtenir un nombre supérieur ou égal à 3 », qui a pour probabilité $\frac{4}{5}$.

19 a.

1 ^{er} dé \ 2 ^e dé	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

- b. $p(A) = 0$ $p(B) = 1$ $p(C) = \frac{1}{18}$ $p(D) = \frac{1}{36}$
 c. A est un évènement impossible, B un évènement certain.
20 a. L'urne contient 11 boules rouges (autant de boules vertes et blanches réunies).
 b. La probabilité d'obtenir un multiple de 3 est $\frac{1}{4}$.
 c. La probabilité qu'il gagne un lot est $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$, soit $\frac{1}{8}$.
21 La probabilité qu'Alexia ait composé le bon code est $\frac{1}{9}$ car il y a 9 codes possibles.

Je résous

p. 226-227 du manuel

- 22** 1. a. La probabilité qu'il soit un joueur de tennis est $\frac{18}{40}$, soit $\frac{9}{20}$.
 b. La probabilité qu'il soit un coureur ou un cycliste est $1 - \frac{9}{20}$, soit $\frac{11}{20}$.
 2. La probabilité de ne pas être nageur est $\frac{4}{5}$.
 Les nageurs sont donc 4 fois plus nombreux que les autres sportifs.

$40 \div 4 = 10$. Dans le bus, on compte 10 nageurs.

- 23** a. La probabilité qu'il y ait du caramel est $\frac{3}{5}$.
 b. La probabilité qu'elle contienne de l'amande est $\frac{1}{3}$.
 c. La probabilité d'avoir du caramel dans cette coupe géante est $\frac{9}{10}$.

24 1. La probabilité que son équipement lui coûte moins de 130 € est $\frac{4}{6}$, soit $\frac{2}{3}$.

2. a. $144 - \left(144 \times \frac{20}{100}\right) = 115,20$

Le lot coûte 115,20 € après réduction.

b. Oui, la probabilité trouvée à la question 1. est modifiée et devient $\frac{5}{6}$.

25 1. a. $=35 \times D4/100$

b.

	Rondes	Baroques	Total
Grises	31	112	143
Vertes	13	64	77
Total	44	176	220

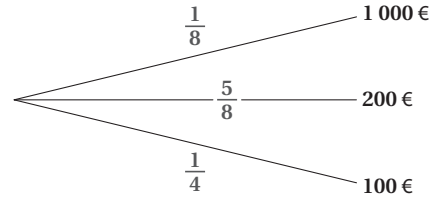
2. a. La probabilité qu'une perle soit de forme baroque est $\frac{176}{220}$, soit $\frac{4}{5}$.

La probabilité qu'on prélève une perle baroque verte est $\frac{64}{220}$, soit $\frac{16}{55}$.

26 La probabilité qu'aucun des trois élèves ne retrouve son sac dans son casier est $\frac{2}{6}$, soit $\frac{1}{3}$.

27 a. La probabilité qu'un candidat accède à la salle du trésor est $\frac{1}{5}$.

b.



La probabilité qu'il gagne au moins 200 € est $\frac{6}{8}$, soit $\frac{3}{4}$.

c. La probabilité qu'il ne gagne rien est $\frac{4}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{10}$.

28 a. Non, Victoria ne peut pas affirmer que la bouteille contient ces billes car l'expérience n'a pas été réalisée un très grand nombre de fois.

b. $\frac{3}{8} + \frac{1}{12} = \frac{7}{8}$, donc la probabilité de faire apparaître une bille rouge est $\frac{1}{8}$.

$\frac{1}{8} \times 24 = 3$, donc la bouteille contient 3 billes rouges.

29 $1\,000 - 650 = 350$, donc Martin doit obtenir 350 points au 3^e lancer. Il doit donc avoir une paire d'as, une paire de 4, une paire de 5 ou une paire de 6 pour gagner.

La probabilité est $\frac{4}{36}$, soit $\frac{1}{9}$.

Je m'évalue

p. 228 du manuel

30	31	32	33	34	35
a.	c. d.	c.	a.	b.	a. d.

36 a. $p(A) = \frac{4}{10}$, soit $\frac{2}{5}$.

b. L'évènement contraire de l'évènement A est l'évènement C : « la lettre est une consonne ».

$$p(C) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

c. $p(B) = \frac{3}{10}$

d. Les évènements A et B sont incompatibles car les mots MATHS et DIMENSIONS n'ont pas de voyelle commune : on ne peut pas obtenir la seule voyelle du mot MATHS (le A) sur le carton.

37 1. Il y a 20 boules dans le sac.

2. a. Il y a 5 boules bleues portant la lettre A.

La probabilité est $\frac{5}{20}$, soit $\frac{1}{4}$.

b. Il y a 8 boules rouges.

La probabilité est $\frac{8}{20}$, soit $\frac{2}{5}$.

c. Il y a 10 boules portant la lettre A et 10 boules portant la lettre B.

On a autant de chances de tirer une boule portant la lettre A qu'une boule portant la lettre B.

38 1. a. La fréquence d'apparition de la somme 3 est 15 %.

b. La fréquence d'apparition de la somme 1 est 0 % car il est impossible d'obtenir 1 en ajoutant deux nombres compris entre 1 et 4.

40 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

2. a. Pour obtenir 3, il faut un dé avec 2 et un dé avec 1.

b. Le tableau suivant représente les sommes que l'on peut obtenir.

1 ^{er} dé \ 2 ^e dé	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

La probabilité d'obtenir la somme 3 est $\frac{2}{16}$, soit $\frac{1}{8}$, soit 12,5 %.

Le résultat est différent de celui obtenu à la question **1. a.** car 1 000 lancers ne sont peut-être pas suffisants pour que la fréquence soit très proche de la probabilité.

39 Sur la roulette, il y a 5 nombres pairs et 1 nombre impair. La probabilité d'obtenir un nombre pair est $\frac{5}{6}$.

Il y a 20 billes, dont 6 sont rouges.

La probabilité de tirer une bille rouge est donc $\frac{3}{10}$.

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{10} = \frac{1}{4}$$

La probabilité de gagner un lot est $\frac{1}{4}$.

41 a. Le fichier simulant 1 000 lancers est disponible dans le manuel interactif.

Dans cet exemple, on obtient 110 fois la somme 9 et 124 fois la somme 10.

b. Pour obtenir une somme égale à 9, plusieurs opérations sont possibles :

- 1 + 2 + 6 • 1 + 3 + 5 • 1 + 4 + 4 • 2 + 2 + 5 • 2 + 3 + 4 • 3 + 3 + 3

Pour obtenir une somme égale à 10, plusieurs opérations sont possibles :

- 1 + 3 + 6 • 1 + 4 + 5 • 2 + 2 + 6 • 2 + 3 + 5 • 2 + 4 + 4 • 3 + 3 + 4

Il y a six façons d'obtenir une somme égale à 9 et six façons pour une somme égale à 10.

c. Les différentes possibilités ci-dessus n'ont pas toutes la même probabilité si on tient compte de la couleur des dés par exemple.

Les possibilités pour 9 sont :

- 1 + 2 + 6 • 1 + 6 + 2 • 2 + 1 + 6 • 2 + 6 + 1 • 6 + 1 + 2 • 6 + 2 + 1
- 1 + 3 + 5 • 1 + 5 + 3 • 3 + 1 + 5 • 3 + 5 + 1 • 5 + 1 + 3 • 5 + 3 + 1
- 1 + 4 + 4 • 4 + 1 + 4 • 4 + 4 + 1 • 2 + 2 + 5 • 2 + 5 + 2 • 5 + 2 + 2
- 2 + 3 + 4 • 2 + 4 + 3 • 3 + 2 + 4 • 3 + 4 + 2 • 4 + 2 + 3 • 4 + 3 + 2
- 3 + 3 + 3

Les possibilités pour 10 sont :

- 1 + 3 + 6 • 1 + 3 + 2 • 3 + 1 + 6 • 3 + 6 + 1 • 6 + 1 + 3 • 6 + 3 + 1
- 1 + 4 + 5 • 1 + 5 + 4 • 4 + 1 + 5 • 4 + 5 + 1 • 5 + 1 + 4 • 5 + 4 + 1
- 2 + 2 + 6 • 2 + 6 + 2 • 6 + 2 + 2 • 2 + 3 + 5 • 2 + 5 + 3 • 3 + 2 + 5
- 3 + 5 + 2 • 5 + 2 + 3 • 5 + 3 + 2 • 2 + 4 + 4 • 4 + 2 + 4 • 4 + 4 + 2
- 3 + 3 + 4 • 4 + 3 + 4 • 4 + 4 + 3

La probabilité d'obtenir 9 est $\frac{25}{216}$ et la probabilité d'obtenir 10 est $\frac{27}{216}$.

Il y a légèrement plus de chances d'obtenir une somme égale à 10 bien qu'il y ait autant de façons d'obtenir les deux sommes (sans discerner les dés par les couleurs). C'est donc bien un paradoxe !

J'utilise tout ce que je sais

p. 231 du manuel

1 a. La probabilité d'obtenir rouge sur la 1^{re} roue est $\frac{1}{2}$.

On peut espérer obtenir 60 000 fois le rouge car $120\,000 \div 2 = 60\,000$.

b. La probabilité d'obtenir le 1 sur la 2^e roue est $\frac{1}{3}$.

On peut espérer obtenir 40 000 fois le nombre 1.

c. La probabilité d'obtenir rouge sur la 1^{re} et le 1 sur la 2^e roue est $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$, soit $\frac{1}{6}$.

On peut espérer obtenir 20 000 fois le rouge et le nombre 1.

2 a. Jérémy a plus de chances de tomber sur la lettre P.

b. $298 \div 2\,843 \approx \frac{1}{10}$

La probabilité qu'il ouvre le dictionnaire à cette lettre est $\frac{1}{10}$ environ.

3 Charline a une chance sur huit d'avoir la fève, quelle que soit la galette qu'elle choisit.

4 Chaque joueur a une chance sur deux de gagner.

5 Il y a 100 codes possibles en respectant les contraintes. On note B l'évènement « obtenir le bon code », on a : $p(B) = \frac{3}{100}$.

UNITÉ G Proportionnalité

Progression dans l'unité

Chapitre	5 ^e	4 ^e	3 ^e
15. Reconnaître et utiliser la proportionnalité	Reconnaître une situation de proportionnalité Calculer une quatrième proportionnelle (1)	Utiliser l'égalité des produits en croix	(2)
16. Résoudre de problèmes de pourcentage et d'échelle	Appliquer et calculer un pourcentage, une échelle	Augmentation, diminution et pourcentage	(3)

- (1) Les démarches personnelles, basées sur la compréhension de la situation étudiée, sont valorisées. En 5^e, en particulier, le recours systématique à un tableau n'est pas nécessaire.
- (2) La proportionnalité est travaillée en 3^e dans les chapitres sur les triangles semblables, sur le théorème de Thalès, et avec l'homothétie.
- (3) On aborde en 3^e la modélisation par une fonction linéaire d'une augmentation ou diminution en pourcentage.

1 a.

Nombre de cahiers achetés	4	6	10
Prix (en €)	5	7,5	12,5

b.

Bananes	4	8	12	2	20
Sucres (en g)	50	100	150	25	250
Beurre (en g)	15	30	45	7,5	75

2 a. 40 b. 62,5 c. 24
 d. 2,7 e. 143 536,8 f. 30

3 1. a. 17,5 \$ b. 52,5 \$

2. a. 5 pièces pèsent 15 g.

b. 9 pièces pèsent 27 g.

3. Francesca a payé 11,25 €.

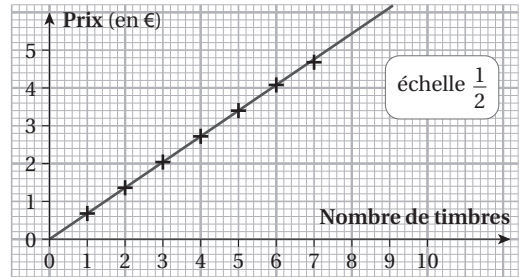
4

	Nb de personnes		
	8	2	10
Ingrédients			
Pruneaux (en g)	500	125	625
Farine (en g)	200	50	250
Sel (en g)	2	0,5	2,5
Sucre (en g)	100	25	125
Œufs	4	1	5
Beurre (en g)	100	25	125
Lait (en mL)	750	187,5	937,5

5 a.

Nombre de timbres	Prix (en €)
1	0,68
2	1,36
3	2,04
4	2,72
5	3,40
6	4,08
7	4,76

b.



6 Le rayon du massif est $8,6 \div 2 = 4,3$ m.

L'aire du massif est 58 m^2 environ.

Pour 1 m^2 , il faut prévoir $21,6 \text{ kg}$ de gravier.

$$58 \times 21,6 = 1\,252,8$$

Pour ce massif de fleurs, il faut prévoir environ $1\,253 \text{ kg}$ de gravier.

15. Reconnaître et utiliser la proportionnalité

Quel est le problème ? p. 235 du manuel

Intérêt du problème posé

Cette situation permet de travailler sur quatre types de grandeurs (la distance, le prix, la durée et la masse). Les valeurs indiquées ne permettent pas d'utiliser les méthodes vues au cycle 3 concernant la proportionnalité ou non de ces grandeurs (à l'exception des masses de CO₂ pour lesquelles la proportionnalité avec les distances parcourues peut être étudiée avec la linéarité). Il faut donc mettre en œuvre de nouvelles méthodes.

Questions possibles

1. Le prix du trajet est-il proportionnel à la distance parcourue ?
2. La durée du trajet est-elle proportionnelle à la distance parcourue ?
3. La masse de CO₂ émise est-elle proportionnelle à la distance parcourue ?

Exemple de résolution

1. Passage à l'unité

$113 \div 527 \approx 0,21$ donc, pour le trajet Paris-Valence, 1 km revient à 0,21 € environ.

$121 \div 750 \approx 0,16$ donc, pour le trajet Paris-Marseille, 1 km revient à 0,16 € environ.

Le prix du trajet n'est donc pas proportionnel à la distance parcourue.

Remarque : La division d'un nombre par un nombre plus grand que lui pose problème à certains élèves qui préfèrent calculer combien de km on effectue avec 1 € dans les deux cas.

Mais quelques-uns concluent, à tort, que le trajet Paris-Valence est proportionnellement moins cher que l'autre.

2. Modélisation par un tableau

Distance (en km)	527	750
Durée du trajet (en min)	132	215

$527 \times 215 = 113\,305$ et $750 \times 132 = 99\,000$. Les produits en croix ne sont pas égaux, donc ce tableau ne représente pas une situation de proportionnalité.

Remarque : On peut aussi représenter graphiquement ces deux grandeurs avec un tableur.

3. Linéarité (compétence cycle 3)

$2 \times 1,4 = 2,8$ et $527 \times 1,4 \neq 750$, donc la masse de CO₂ émise n'est pas proportionnelle à la distance parcourue.

Remarque : Elle n'est pas non plus proportionnelle à la durée du trajet.

Mobiliser la notion de proportionnalité

1

- a. Non, cela dépend de la longueur des pas de chacun.
 b. Seul Adel a des résultats invraisemblables car $50 \text{ m} = 2,5 \times 20 \text{ m}$ et 62 est inférieur au double de 32 (il a ajouté 12 à la distance comme pour 20 et 32).
 c. Plusieurs calculs sont possibles (division par 2 du nombre de pas, distance pour 400 pas puis 4 pas, 4 pas et 4 pas). On obtient 206 m.
 d. Distance pour 360 pas ($20 \text{ m} \times 10$ ou $50 \text{ m} \times 4$) puis 9 pas ($20 \text{ m} \div 4$ ou $50 \div 10$). On obtient 205 m.
 e. $20 \times 10 + 20 \div 2 = 210 \text{ m}$. C'est donc Adel qui habite le plus loin.

Prolongement possible : La piste de sprint mesure 85 m.

Calculer le nombre de pas nécessaires à chacun pour la parcourir en faisant des pas réguliers.

Faisons le bilan

En supposant que les pas sont réguliers, on peut émettre l'hypothèse qu'il existe une relation entre la distance parcourue et le nombre de pas, appelée proportionnalité.

Représenter graphiquement la proportionnalité

2

- a. Vase n°1 : non avec plusieurs justifications possibles (comparaison des quotients $22 \div 2$ et $60 \div 4$; non linéarité).
 b. Vase n°2 : oui, égalité des 5 quotients : $32 \div 2$, $64 \div 4$, etc.

Prolongement possible : La base du vase n°2 est un carré.

Quel est le côté de ce carré ?

Faisons le bilan

Une situation de proportionnalité est représenté graphiquement par une droite passant par l'origine.

Calculer une quatrième proportionnelle

3

1. a. $\frac{3}{7}$ est la seule écriture exacte du quotient de 3 par 7.

b. $x = 87,5 \times \frac{3}{7}$ ce qui peut être calculé de différentes façons ($87,5 \div 7 \times 3$ ou $87,5 \times 3 \div 7$) et donne 37,5.

c. $87,5 \times 3 = 262,5$ et $7 \times 37,5 = 262,5$

2. a. L'égalité résulte de la définition d'un quotient et de la proportionnalité : $\frac{b}{a}$ est le nombre par lequel il faut multiplier a pour obtenir b . Idem pour $\frac{d}{c}$.

Ces deux nombres sont donc égaux, ils représentent tous les deux le coefficient de proportionnalité du tableau.

b. $\frac{b}{a} = \frac{b \times c}{a \times c}$ et $\frac{d}{c} = \frac{d \times a}{c \times a}$. On en déduit que $\frac{b \times c}{a \times c} = \frac{d \times a}{c \times a}$.

Les dénominateurs étant égaux, les numérateurs sont égaux.

c. b est le nombre par lequel il faut multiplier c pour obtenir $a \times d$ donc $b = \frac{a \times d}{c}$.

Prolongement possible : Étudier la réciproque (s'il y a égalité des produits en croix, alors il y a proportionnalité).

Faisons le bilan

La méthode des produits en croix permet de compléter un tableau de proportionnalité.

1 a. Faux b. Faux c. Vrai

2 a. Ce n'est pas un tableau de proportionnalité.
 b. C'est un tableau de proportionnalité.
 c. Ce n'est pas un tableau de proportionnalité.
 d. C'est un tableau de proportionnalité.

3 $58 \div 8 = 7,25$

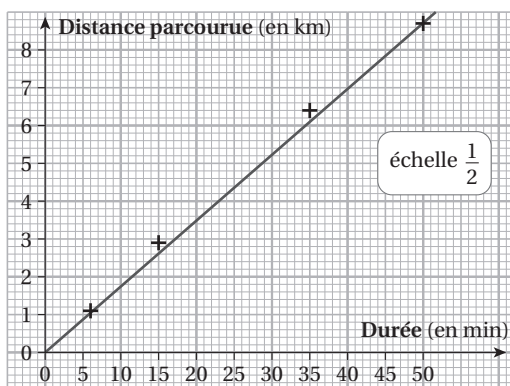
Une place coûte 7,25 € avec la carte, donc le prix des places n'est pas proportionnel au nombre de places achetées.

4 $1,1 \div 6 \approx 0,18$ ou $15 + 35 = 50$.

$2,9 \div 15 \approx 0,19$ mais $2,9 \div 6,4 \neq 8,7$.

La distance parcourue par Aïcha n'est pas proportionnelle à la durée de sa course.

5 a.



b. Non, la distance ne semble pas proportionnelle à la durée de la course.

6 a. Non, les points ne sont pas alignés.

b. Oui, les points sont alignés avec l'origine du repère.

c. Non, les points sont alignés, mais pas avec l'origine du repère.

7 a.

10	8	50	18
5	4	25	9

× 0,5

b.

2	8	12	14,5
16	64	96	116

× 8

c.

3,5	11	0,5	24
10,5	33	1,5	72

× 3

d.

2	7	14,5	15
14	49	101,5	105

× 7

8 Il faut 700 kg de pommes pour faire 250 L de jus de pomme.

9 Mehdi va payer 8 kiwis 3,84 €.

10 Il faut 2,7 mL pour le chien de Marco.

11 a. 35 b. 51,8 c. 276,25

12 a. Il faut 150 s, soit 2 min et 30 s pour télécharger un fichier de 120 Mo.

b. En 10 min, il peut télécharger 480 Mo de fichiers.

13 32 % des habitants sont inscrits dans un club.

14 5 cm sur la carte correspondent à 7,5 km dans la réalité.

Je m'entraîne

Reconnaitre une situation de proportionnalité

17 $45 \div 15 = 3$ $90 \div 30 = 3$ $200 \div 60 \approx 3,3$

La durée du trajet n'est pas proportionnelle à la distance parcourue.

18 a. $1,5 \div 150 = 0,01$ et $0,06 \div 6 = 0,01$.

Oui, c'est un tableau de proportionnalité.

b. $9 \div 33 \approx 0,27$ et $3 \div 10 = 0,3$ ou non égalité des produits en croix ($3 \times 33 = 99$ et $9 \times 10 = 90$).

Non, ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

19 $0,08 \div 0,8 = 0,1$ $0,8 \div 8 = 0,1$

$1,2 \div 12 = 0,1$ $10,8 \div 108 = 0,1$ $12 \div 120 = 0,1$

Le tableau est un tableau de proportionnalité, de coefficient 0,1.

20 a. Vrai b. Faux c. Faux

21 a. Vrai b. Vrai

22 Réponse **b.**

23 a.

Âge de la fille	1	3	7	15	13
Âge du père	24	26	30	38	36

b. Non, l'âge du père et de la fille ne sont pas proportionnels.

24 $2,85 \div 3 = 0,95$ et $5,70 \div 7 \approx 0,81$

En achetant 7 croissants, on économise environ 0,14 € par croissant. En fait, on paye le double de 3 croissants. Donc 1 croissant est gratuit.

25 a. $5,95 \div 8 = 0,74375$ et $11,90 \div 16 = 0,74375$
 $45,9 \div 64 \approx 0,71$ ou $5,95 \times 8 \neq 45,90$.

Non, le prix n'est pas proportionnel à la capacité de stockage.

b. Non, on ne peut pas calculer le prix de vente du nouveau modèle puisque le prix n'est pas proportionnel à la capacité.

26 $30 \div 25 = 1,2$ et $57,60 \div 48 = 1,2$

Oui, le prix est proportionnel au nombre de journaux reçus.

27 b. Il faut saisir la formule $=B1*4$.

d. Oui, le périmètre d'un carré est proportionnel à la longueur de son côté. Le coefficient est 4.

28 a.

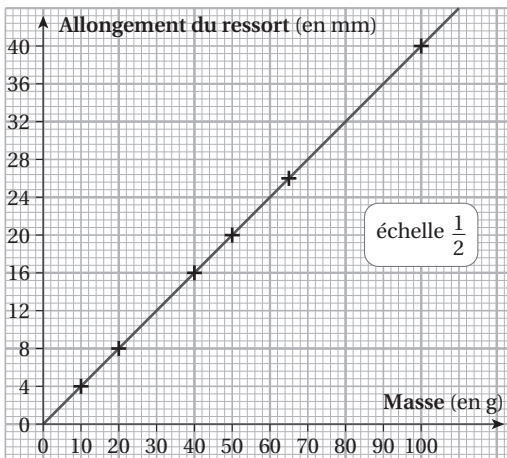
Angle	30°	45°	75°	90°	120°
l_1	$\frac{5}{3} \times \pi$	$2,5 \times \pi$	$\frac{25}{6} \times \pi$	$5 \times \pi$	$\frac{20}{3} \times \pi$
l_2	$1 \times \pi$	$1,5 \times \pi$	$2,5 \times \pi$	$3 \times \pi$	$4 \times \pi$

b. Oui, les longueurs l_1 et l_2 sont proportionnelles. Le coefficient est 0,6.

29 a. $V = 33,6 \text{ cm}^3$.

b. Oui, le volume dans le réservoir est proportionnel à la hauteur d'eau. Le coefficient est l'aire de ABC.

30 a.



b. Oui, l'allongement du ressort est proportionnel à la masse suspendue.

31 a. Oui, le volume d'eau écoulée est proportionnel à la durée du broissage.

b. En 5 min, le volume d'eau écoulé est 7,5 L.

Calculer une quatrième proportionnelle

32 a. (2) **b.** (3) **c.** (1)

33 a. 12 **b.** 1 **c.** $\frac{60}{7}$

34 a. 12 yaourts coutent 6 €.

18 yaourts coutent 9 €.

24 yaourts coutent 12 €.

120 yaourts coutent 60 €.

b. Le prix d'un yaourt est 0,5 €.

35 Pour 9 personnes, il faut 4,5 citrons.

36 1. a. 15 m² **b.** 90 m² **c.** 135 m²

2. a. 6 min **b.** 8 min **c.** 10 min

d. 16 min **e.** 24 min **f.** 66 min

37 a. 60° **b.** 90° **c.** 270°

d. 120° **e.** 150° **f.** 300°

38 Emma paie 8 €/h et Augustin 9 €/h.

Le forfait d'Emma est plus intéressant.

39 La distance réelle entre Vannes et Paris est 400 km.

40 a.

8	12	10	18	24
20	30	25	45	60

b. Le coefficient est 2,5.

41 Il doit prévoir 75 L de peinture.

42 a. La hauteur d'une pile de 28 jetons sera 100 mm, soit 10 cm.

b. 35 jetons seront nécessaires pour former une pile de 12,5 cm.

43 La foudre est tombée à 1 700 m d'Hélène, soit 1,7 km.

44 1. a. Pour 6 personnes, il faut 375 g de farine, 1,5 L de lait et 6 œufs.

b. Pour 10 personnes, il faut 625 g de farine, 2,5 L de lait et 10 œufs.

2. On peut faire des crêpes pour 100 personnes en utilisant 6,250 kg de farine, les 25 L de lait et 100 œufs.

45 La diagonale mesure 25,4 cm.

46 £5,20 = 7,43 € ; £3,80 = 5,43 € ; £9 = 12,86 €

47 a. 21 voyageurs b. 60 voyageurs

48 a. 20 L de peinture sont nécessaires.

b. La quantité de colorant est d'environ :

- 67 cL pour le blanc cassé ;
- 133 cL pour le sable ;
- 333 cL pour le taupe.

49 La profondeur est de 444,6 m.

50 a. 0,25 g d'or

b. 12 min

Je résous

p. 246-247 du manuel

51 a. Oui, la puissance d'un panneau est proportionnelle à son aire. Pour 1 W, il faut 80 cm^2 .

b. $84 \div 30 = 2,8$ et $329 \div 375 \approx 0,88$

Non, le prix d'un panneau n'est pas proportionnel à sa puissance.

52 b. L'aire du carré est $\mathcal{A} = c \times c$.

d. Non, l'aire d'un carré n'est pas proportionnelle à la longueur de son côté.

53 Le chocolatier doit préparer 480 lapins en chocolat au lait et 600 en chocolat noir.

54 1. a. 6,5 L de glace b. 9 L d'eau

2. Oui, le volume de glace est proportionnel au volume d'eau liquide.

55 Pour construire ce château en 9 minutes, il faudrait 16 enfants.

56 Pour recouvrir la piste de 60 cm d'épaisseur, il faut 9,1 h, soit 9 h et 6 min.

57 Le cosmonaute a fait le tour de la Terre environ 10 736 fois.

58 $\mathcal{A}_{\text{petite pizza}} = 225\pi$

$\mathcal{A}_{\text{grande pizza}} = 400\pi$

La plus grande pizza est la plus avantageuse.

59 a. Le coefficient est 2.

b. Sur route sèche, le coefficient est $\frac{1}{200}$.

Sur route mouillée, le coefficient est $\frac{1}{100}$.

60 Environ 3,5 milliards de battements de cœur (pour une moyenne de 75 battements par minutes dans une vie de 85 ans).

61 Pour 140 000 kg de papier au total, il faut 3 500 arbres.

Cela fait environ $23\,333 \text{ m}^2$ de forêt, c'est-à-dire 2,3 ha.

Il faut également 11 375 000 L d'eau, soit $11\,375 \text{ m}^3$.

Je m'évalue

p. 248 du manuel

62	63	64	65	66	67	68	69
a. d.	c.	b.	b. c.	c. d.	a.	c.	b.

70 a. Il faut environ 143 L de lait pour obtenir 40 kg de fromage.

b. Avec 250 L de lait, on obtient 70 kg de fromage.

71 a. La longueur de la bactérie est proportionnelle au nombre de jours de croissance.

b. Si l'on considère que la croissance de la bactérie continue de manière proportionnelle, on obtient une taille de 43,5 μm à 13 jours, 105 μm (soit 0,105 mm) à 30 jours et 318,5 μm (soit 0,318 5 mm) à 91 jours.

La croissance de la bactérie semble ralentir et cesse probablement bien avant d'atteindre de telles longueurs.

72 Un gallon d'essence coute environ 2,35 \$, soit 2,21 €.

Un gallon d'essence correspond environ à 3,786 L d'essence.

Un litre d'essence coute environ 0,58 €.

73 a. La tension aux bornes de ce dipôle est bien proportionnelle à l'intensité du courant qui la traverse : les points du graphique sont alignés avec l'origine du repère.

b. Lorsque l'intensité vaut 50 mA, la tension est 4 V. Lorsque l'intensité vaut 100 mA, la tension est 8 V.

c. La tension vaudra 10 V pour une intensité de 125 mA.

74 Un habitant en France produit environ 0,348 tonne de déchets dans l'année, soit environ 348 kg.

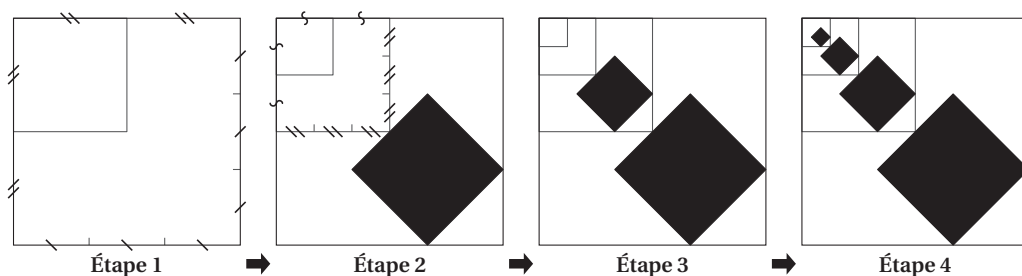
Un habitant en France produit donc environ 0,95 kg de déchets par jour.

75 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

Mathématiques et Création artistique

76



16. Résoudre des problèmes de pourcentage et d'échelle

Quel est le problème ? p. 251 du manuel

Intérêt du problème posé

L'intérêt de ce problème est de faire réfléchir les élèves sur le fait que, lors de deux réductions successives, les pourcentages ne vont pas s'additionner même si la plupart d'entre eux ont cette intuition. Ce problème est très présent dans la vie courante. On peut utiliser des vidéos pour introduire cette question. Par exemple, les élèves apprécient la vidéo suivante :

<http://eduscol.education.fr/bd/urtic/maths/index.php?commande=aper&id=2635>

Cette vidéo est accompagnée d'un document ressource, qui propose un scénario de mise en œuvre.

Questions possibles

1. Si on diminue un prix de 50 %, puis de 10 %, est-il diminué de 60 % ?
2. Si on diminue un prix de 40 % puis de 10 %, est-il diminué de 50 % ?

Exemple de résolution

1. et 2. On considère un vêtement dont le prix initial est 100 €. Une 1^{re} réduction de 50 % est appliquée : il coûte 50 €. Une 2^{de} réduction de 10 % est appliquée : on obtient un prix final de 45 €.

Si on avait appliqué une réduction de 60 % (50 + 10) directement, on aurait obtenu un prix final de 40 €. Donc deux réductions successives de 50 %, puis 10 % ne correspondent pas à une réduction de 60 %.

En réalité, en utilisant les coefficients multiplicateurs, une réduction de 50 % correspond au coefficient 0,5 et celle de 10 % au coefficient 0,9. Donc, par produit des coefficients : $0,5 \times 0,9 = 0,45$.

Donc la réduction globale est de 55 % et non de 60 %.

Ce problème permet de revoir le calcul d'application d'un pourcentage puis d'introduire les pourcentages d'augmentation ou diminution.

Prolongement possible : Si on diminue un prix de 10 % et qu'on l'augmente de 10 %, retrouve-t-on le prix initial ?

Appliquer et calculer des pourcentages

1

1. a. On calcule $\frac{4}{100}$ de 15 000 (par différentes méthodes possibles), on obtient 600.

b. Plusieurs méthodes permettent de compléter le tableau : avec le coefficient de proportionnalité 0,04 ; en remarquant que 100×150 donne 15 000 ; ou avec l'égalité des produits en croix.

On obtient également 600.

2. a. $\frac{400}{20\,000} = \frac{4}{200} = \frac{2}{100}$, soit 2 % de smartphones défectueux.

b. $\frac{400 \times 100}{20\,000} = 2$, ce qui correspond à 2 smartphones défectueux sur 100, soit 2 %.

3. $\frac{375}{12\,500} = 0,03 = \frac{3}{100}$, soit 3 %.

Faisons le bilan

Pour appliquer un pourcentage p % à une grandeur, on multiplie la valeur de celle-ci par $\frac{p}{100}$.

Pour calculer un pourcentage à partir d'une proportion, on exprime cette proportion sous forme d'une fraction de dénominateur 100 ou sous forme d'un nombre décimal.

Calculer et appliquer des échelles

2

1. Les dimensions réelles du tableau sont 140 cm sur 150 cm.

Celles de la reproduction sont 5,6 cm sur 6 cm. Trois nombres conviennent : 0,04 ; $\frac{1}{25}$; $\frac{6}{150}$.

2. La mesure du diamètre du disque jaune sur la reproduction est 0,72 cm.

Or l'échelle de reproduction est $\frac{1}{25}$, donc le diamètre réel du disque jaune est $0,72 \times 25 = 18$ cm.

Faisons le bilan

Pour calculer une échelle, on peut déterminer le coefficient de proportionnalité entre les distances réelles et les distances du dessin (exprimées dans la même unité).

Appliquer une échelle revient à calculer une quatrième proportionnelle.

Augmentation, réduction et pourcentages

3

1. a.

Prix cette année (en €)	100	140	85	72,50	60
Augmentation (en €)	8	11,2	6,8	5,8	4,8

b. Oui, c'est un tableau de proportionnalité. Le coefficient est 0,08.

c.

Prix cette année (en €)	100	140	85	72,50	60
Prix de l'année prochaine (en €)	8	151,2	91,8	78,3	64,8

d. Oui, c'est un tableau de proportionnalité. Le coefficient est 1,08.

2. a. Le prix de l'année prochaine s'obtient en multipliant le prix de cette année par 1,08.

b. Le prix de cette année s'obtient en divisant le prix de l'année prochaine par 1,08.

3. a. $0,08x$

b. $x + 0,08 \times x = (1 + 0,08) \times x = 1,08x$

4. Le prix de cet article en juin est : $\left(1 - \frac{20}{100}\right) \times y$, soit : $0,8y$.

Faisons le bilan

Si on augmente de p %, on obtient la nouvelle valeur en multipliant la valeur initiale par $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$.

S'il s'agit d'une diminution de p %, on obtient la nouvelle valeur en multipliant la valeur initiale par $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$.

J'applique

p. 253 du manuel

- 1** a. Calculer 50 % d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par 0,5 (ou la diviser par 2).
b. Calculer 25 % d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par 0,25 (ou la diviser par 4).
- 2** Il a déjà téléchargé 368 Mo.
Il lui reste 92 Mo à télécharger.
- 3** a. 27 adhérents viennent à vélo.
b. Il y a 60 % de filles dans ce club.
- 4** Son salaire sera de 2 270,52 €.
- 5** Le prix soldé de cette veste est 76,80 €.
- 6** Avant l'augmentation, le prix de cet article était 52 €.
- 7** Le prix initial de cette voiture était 4 680 €.
- 8** Le pourcentage d'augmentation de cette population est 5 %.
- 9** L'échelle de la photographie est 20.
- 10** Les dimensions réelles de cette voiture sont 450 cm ; 235,2 cm et 109,2 cm, soit 4,5 m ; 2,352 m et 1,092 m.

Je m'entraîne

p. 256-257 du manuel

- 13** a. 32,5 b. 654 c. 210 d. 320
e. 450 f. 22
- 14** a. 25 % b. 10 % c. 50 % d. 75 %
- 15** Son pourcentage de réussite est 86 %.
- 16** a. 1,1 ; 1,5 ; 1,05 b. 0,9 ; 0,5 ; 0,95
- 17** Le pourcentage d'augmentation est 24 %.
- 18** Le pourcentage de diminution est 6 %.
- 19** a. Vrai b. Vrai c. Faux
- 20** a. 24 km b. 6 km c. 4 km d. 10 km
- 21** Faux : la chambre sera représentée par un rectangle de 8 cm sur 5 cm.
- 22** Il y a 36 roses blanches, 28 roses roses, 12 roses orange et 4 roses rouges.
- 23** Le montant de la réduction est 10 €.
- 24** Le candidat a obtenu 45 % des voix.
- 25** Il y a 40 % de jus d'orange, 30 % de jus de pamplemousse, 20 % de jus de banane et 10 % de jus de mangue.
- 26** $34\% < 40\%$, donc la proportion d'animaux par habitants est plus importante en Autriche.
- 27** a. Environ 36 % des députés au Parlement européen sont des femmes.
b. Le nombre de femmes serait de 384.
- 28** a. L'acompte est de 8 %.
b. Cet article est vendu à 1 050 €.
- 29** a. $180 \times 12 \div 100$ b. $180 \times 1,12$ c. $180 \times 0,88$
- 30** Le pourcentage de réduction est 10 %.
- 31** a. L'intensité est de 52 dB.
b. Il faut prévoir 7 plaques.

Pourcentages

Échelles

32 L'échelle du dessin est $\frac{1}{5}$.

33 $\frac{1}{1\ 000\ 000} = 0,000\ 001$

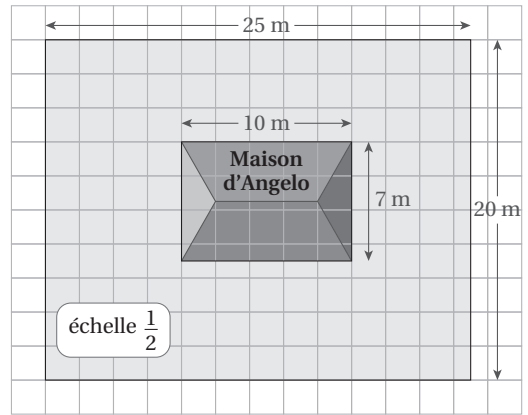
34 a. L'échelle du plan est $\frac{1}{12\ 500}$.

b. La distance réelle est 2,25 km.

c. Sur le plan, cette distance est 13,6 cm.

35 a. L'échelle du plan est $\frac{1}{200}$.

b.



36 b. Les angles des deux figures sont égaux.

c. Non, l'aire du quadrilatère a quadruplé.

Je résous

p. 258-259 du manuel

37 Voici chacune des combinaisons de ce que Rayan peut acheter : • un lecteur et un casque (44 €) ; • un casque et un haut-parleur (28 €) ; • un casque et deux haut-parleurs (44 €) ; • deux casques et un haut-parleur (40 €) ; • trois casques (36 €).

38 Vrai : $\frac{24}{59} \approx 0,407$.

39 La hauteur sera 20,7 cm.

40 a. L'espace disponible est 57,6 Go.

b. La capacité n'est pas suffisante car ils ont besoin de 60 Go.

41 1. b. Les mesures de la colonne D semblent incohérentes.

2. a. La formule à saisir est =B3*100/B2.

b. Il faut environ 3 049 L.

42 Son aire augmente de 21 %.

43 Le pourcentage sera 22,5 %.

44 Le pourcentage est 40 %.

45 L'augmentation de la puissance éolienne installée est d'environ 130 % en France, moins que la moyenne mondiale (environ 163 %), mais plus que la moyenne européenne (environ 81 %).

46 La taille aura doublé en huit années.

47 On obtient 9,245 L d'eau.

48 Le prix de septembre est inférieur à celui du mois de mai (réduction de 4 %).

49 a. La formule A est plus intéressante pour le client : 1 % par mois (12,7 % par an).

b. La formule C est plus intéressante pour le banquier (12 % par an).

50 La surface totale est environ 1 862 m² (745 m² de relief et 1 117 m² sans relief).

Le prix total est environ 204 781 €.

Je m'évalue

p. 260 du manuel

51	52	53	54	55	56	57	58	59
a. b. c.	c.	d.	c.	c.	b. d.	b.	b. d.	c. d.

Je prépare le contrôle

p. 261 du manuel

60 Cette entreprise compte 75 salariés.

61 a. Vrai b. Faux c. Faux

62 La longueur réelle de cette voiture est 480 cm, soit 4,8 m.

63 Vrai

64 Par grand froid, la longueur de cette barre métallique est 2,97 m.

65 Le pourcentage de réduction est 76 %.

66 1 cm sur le dessin correspond à 25 m en réalité. Le périmètre des jardins est environ 18,28 cm sur le dessin et 457 m dans la réalité.

67 **SCRATCH**

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

Mathématiques et Transition écologique

p. 262 du manuel

68

Énergie fossile \ Année	Charbon	Pétrole	Gaz
2005	10 990 Mt	10 719 Mt	2 255 Mt
2012	13 920 Mt	11 230 Mt	6 450 Mt
2019	17 631 Mt	11 765 Mt	18 449 Mt
2040	35 826 Mt	13 529 Mt	431 730 Mt

1 **1.** $P = m \times g = 70 \times 9,81 = 686,7$

Le poids de cette personne sur Terre est 686,7 N.

2. a. $4,8 \div 3 = 1,6$ $16 \div 10 = 1,6$

$40 \div 25 = 1,6$

$64 \div 40 = 1,6$

$88 \div 55 = 1,6$

Il s'agit bien d'un tableau de proportionnalité dont le coefficient est 1,6.

b. $g = \frac{P}{m} = 1,6$

L'intensité de la pesanteur sur la Lune est 1,6.

c. Le poids d'un objet sur la Lune est bien 6 fois inférieur à celui sur la Terre.

d. La masse d'un objet sur la Lune est la même que sur la Terre.

2 **1** h = 60 min

Donc 60 min + 42 min = 102 min

Temps restant	29	102
Autonomie totale	100	?

$102 \times 100 \div 29 \approx 352$

L'autonomie de la batterie est d'environ 352 min, soit 5 h 52 min.

3 **a.** $4 \times 70 = 280$

Le montant hors taxe de sa commande est 280 €.

b. $280 \times \frac{10}{100} = 28$

$280 + 28 = 308$

Le prix des 4 m³ de bois, TVA comprise, est 308 €.

c. $4 \div 1,7 \approx 2,4$

Il doit effectuer trois voyages pour récupérer la totalité de sa commande.

4 **a.** $L \times l = 7,5 \times 6 = 45$

L'aire du rectangle est 45 m².

$9 - 6 = 3$

La hauteur du triangle est 3 m.

$\frac{b \times h}{2} = \frac{7,5 \times 3}{2} = 11,25$

L'aire du triangle est 11,25 m².

$45 + 11,25 = 56,25$

L'aire totale de la façade est 56,25 m².

• $24 \times 2 = 48$ et $24 \times 3 = 72$

Il faut acheter trois pots de peinture.

• $3 \times 103,45 = 310,35$

Le montant minimum à prévoir pour l'achat des pots de peinture est 310,35 €.

b. $343,50 \times \frac{20}{100} = 68,7$

Elle va payer 68,70 € aujourd'hui.

$343,50 - 68,70 = 274,80$

Il lui reste à payer en tout 274,80 €.

$274,80 \div 3 = 91,6$

Chaque mois, elle paiera 91,60 €.

UNITÉ H Fonctions

Progression dans l'unité

Chapitre	5 ^e	4 ^e	3 ^e
17. Comprendre et utiliser la notion de fonction	Dépendance entre deux grandeurs (1)	Notion de fonction	
18. Modéliser avec des fonctions linéaires et affines			Fonctions linéaires, fonctions affines

(1) Cela ne requiert pas un chapitre spécifique, mais peut être abordé en situation, dans tous les domaines (numériques, géométriques, etc.).

- 1** 1. a. Si le nombre choisi est 1, on obtient 4.
 b. Si le nombre choisi est - 2, on obtient - 8.
 2. Si on choisit par exemple 3, on obtient 12. Si on choisit - 4, on obtient - 16.
 On peut supposer que le résultat du programme de calcul est le quadruple du nombre choisi.

- 2** a. Le prix de cette voiture à l'achat est 22 000 €.
 b. La valeur de cette voiture 3 ans après sa mise en circulation est 11 000 €.
 La valeur de cette voiture 5 ans après sa mise en circulation est 8 000 €.
 c. La voiture vaut 4 000 € au bout de 8,5 ans environ.

- 3** a. Ce n'est pas un tableau de proportionnalité.
 b. Ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

- 4** a. A (- 2 ; 2) B (3 ; 3)
 H (4 ; - 2) K (- 5 ; 0)
 b. Les points A, O et C ne sont pas sur une même droite : ils ne sont pas alignés.
 c. Les points O, L et B sont sur une même droite : ils sont alignés.

5

Nombre de sandwiches	30	45	60	90
Prix avec la formule A (en €)	140	185	230	320
Prix avec la formule B (en €)	135	165	195	255

- 6** 1. $5 \times 5 = 25$
 L'aire du carré est 25 cm^2 .
 $\pi \times r^2 = \pi \times 2,5^2 = 6,25\pi$
 L'aire du disque est $6,25\pi \text{ cm}^2$.
 $25 - 6,25\pi \approx 5,37 \text{ cm}^2$
 L'aire de la surface jaune est $25 - 6,25\pi \text{ cm}^2$, soit environ $5,37 \text{ cm}^2$.
 2. a. \mathcal{A} désigne l'aire de la surface jaune, et c le côté du carré.

$$\mathcal{A} = c^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2 \pi = c^2 - \frac{c^2}{4} \pi = c^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

 b. Ce n'est pas une relation de proportionnalité car le côté c n'est pas toujours multiplié par un même nombre, du fait qu'il est mis au carré.

17. Comprendre et utiliser la notion de fonction

Quel est le problème ? p. 267 du manuel

Intérêt du problème posé

Cette situation permet de faire apparaître le lien entre deux grandeurs, ici la distance en km (horizontalement) et l'altitude en m (verticalement). Les seules situations rencontrées avant sont des situations de proportionnalité où les représentations graphiques sont des droites passant par l'origine du repère.

Questions possibles

1. L'altitude est-elle proportionnelle à la distance parcourue ?
2. Quelle est l'altitude atteinte quand le cycliste a parcouru 3 km ? 10 km ?
3. Quelle(s) distance(s) a parcouru le cycliste quand il atteint une altitude de 200 m ?
4. Quelle est l'image de 6 ? Quels sont les antécédents de 300 ?

Exemple de résolution

1. La courbe obtenue n'est pas une droite donc l'altitude n'est pas proportionnelle à la distance parcourue.

2. On lit sur le graphique l'ordonnée du point d'abscisse 3, donc l'altitude atteinte pour 10 km parcourus est 240 m.

Remarque : C'est l'occasion de réinvestir le vocabulaire abscisse et ordonnée. Les élèves confondent souvent abscisse et ordonnée.

3. On lit sur le graphique les abscisses des points ayant une ordonnée de 200, donc, quand le cycliste atteint une altitude de 200 m, il a parcouru 1 km ; 6 km ; 8,2 km ; 13,2 km.

Remarque : C'est l'occasion de réinvestir le vocabulaire image et antécédent. Les élèves confondent souvent image et antécédent.

4. L'image de 6 est 200.

Les antécédents de 300 sont 3 ; 5 ; 9 ; 11,5.

On peut aussi faire le lien avec les coordonnées.

Étudier la dépendance entre deux grandeurs

- 1**
- a. En 1970, les taux de réussite sont : 72 % en L, 70 % en ES et 64 % en S. En 2004, les taux de réussite sont : 82 % en L, 84 % en ES et en S.
 - b. Il y a eu 70 % de réussite en L en 1960, 1967, 1970, 1972, 1973, 1975, 1977 et en 1985.
 - c. Le taux de réussite en S est maximal en 2005 et minimal en 1965.
 - d. Il n'existe pas de relation algébrique entre les années et le taux de réussite car ce n'est pas une courbe mais une succession de segments.
- 2**
- a. Pour 1 kg, on paie 7,50 €. Pour 8 kg, on paie 18,50 €.
 - b. Julia paie 8,50 €. Le poids p de son colis est tel que $1 < p \leq 2$.
 - c. Le prix à payer dépend du poids du colis, donc la deuxième ligne dépend de la première.

Faisons le bilan

On peut utiliser une représentation graphique ou un tableau.

Découvrir la notion de fonction

- 3 1. a.**

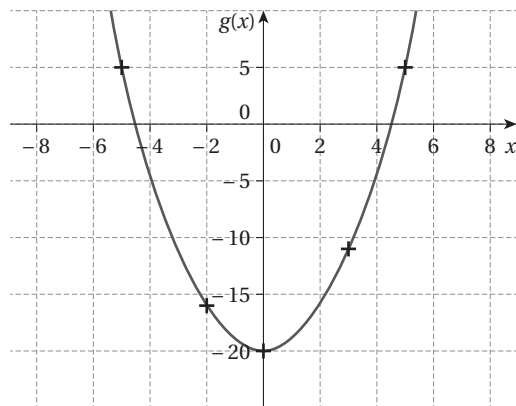
Entrée	-5	-2	0	3	10
Sortie	0	3	5	8	15

- b. La machine f permet de passer de x à $x + 5$. Elle associe à x le nombre $x + 5$.
On note $f : x \mapsto x + 5$ ou $f(x) = x + 5$.
- c. L'image de 1 est $f(1) = 1 + 5 = 6$.
On cherche la valeur de x telle que $x + 5 = 9$.
On trouve $x = 4$, donc 4 est l'antécédent de 9.

- 2. a.**

Entrée x	-5	-2	0	3	5
Sortie $g(x)$	5	-16	-20	-11	5

- b.**



Faisons le bilan

Une fonction est un processus reliant deux nombres.

On peut la définir par un calcul ou en traçant sa courbe représentative.

J'applique

p. 269 du manuel

1 a. Pour trouver le prix de 1 g de fraise, on effectue : $0,40 \div 100 = 0,004$.

$$P(x) = 0,004x$$

b. Pour trouver le prix d'1 h d'utilisation, on effectue : $6,5 \times 2 = 13$.

$$P(x) = 25 + 13x$$

c. L'aire d'un triangle rectangle est : $\mathcal{A} = (b \times h) \div 2$.

$$\mathcal{A}(x) = (8 \times x) \div 2 = 4x$$

2 a. $N(x) = \left(1 + \frac{50}{100}\right)x = 1,5x$

b. $N(x) = \left(1 - \frac{10}{100}\right)x = 0,9x$

c. $N(x) = \left(1 + \frac{200}{100}\right)x = 3x$

d. $N(x) = \left(1 - \frac{50}{100}\right)x = 0,5x$

3 $f(2) = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$

L'image de 2 par la fonction f est 3.

$$f(-3) = 2 \times (-3) - 1 = -6 - 1 = -7$$

L'image de -3 par la fonction f est -7.

4 Pour calculer l'antécédent de 5 par la fonction h , on résout l'équation $3x - 4 = 5$.

$$3x = 9 \quad x = 3$$

L'antécédent de 5 par la fonction h est 3.

5 $g(1) = 2 \times (-1) \times (-1) \times (-1) + (-1) + 2 = -1$

$$g(0) = 2 \times 0 \times 0 \times 0 + 0 + 2 = 2$$

$$g(1) = 2 \times 1 \times 1 \times 1 + 1 + 2 = 5$$

6 a. $m(6) = 8,0$

Lorsque Jules avait 6 mois, il pesait 8,0 kg.

b. On a $m(x) = 12,3$ pour $x = 18$.

c. L'image de 9 est 9,4.

d. Un antécédent de 13 est 24.

7 a. $f(-5) = 2$ $f(-4) = 0$

$$f(1) = 0$$

$$f(2) = 3$$

b. L'antécédent de -4 par f est -2.

Les antécédents de 0 par f sont -6,5 ; -4 et 1.

3,5 n'a pas d'antécédent par f .

c. B et C appartiennent à la courbe représentative de la fonction f .

Je m'entraîne

p. 272-273 du manuel

Dépendance entre deux grandeurs

10 a. (5) **b.** (3) **c.** (4) **d.** (1) **e.** (2)

11

x	-3	0	$\frac{1}{3}$	3
$-3x + 7$	16	7	6	-2

12 $\mathcal{P} = 6x + 20$

$$\mathcal{A} = 2x^2 + 17x + 21$$

13 a. 4 **b.** -36 **c.** 9 **d.** $\frac{76}{9}$ **e.** -17,45

14

x	-6	-3	0	3
y	6	0	-2	0

15 a. Si on appelle x l'ancien prix, le nouveau prix est $0,85x$.

b. Le nouveau prix est environ 11,65 €.

c. Le nouveau prix est environ 4,71 €.

16 1. a. 3 **b.** -1 **c.** 2
2. a. -2 **b.** -1 ; 2 et environ 7,8

17 a. $\mathcal{V} = 5x^2$

b.

x (en cm)	0	$\frac{1}{3}$	3	2	5
\mathcal{V} (en cm ³)	0	$\frac{5}{9}$	45	20	125

Notion de fonction

18

x	3	5	-1	-2
$f(x)$	-2	-1	3	5

19 1. a. $g(-4) = 2$ **b.** $g(0) = 2$ **c.** $g(2) = 1$

2. L'image de 2 par g est 1.

L'image de -1 par g est 0.

3. Les antécédents de 2 par g sont -4 ; 0 ; environ 1,2.

L'antécédent de -2 par g est 3,5.

- 20** a. $f(3) = 7$ b. $f(5) = -8$
 c. $f(4) = 8$ d. $f(12) = -6$

21 a. L'image de -3 est 11.

L'image de 2 est -7 .

b. -3 est un antécédent de 11.

2 est un antécédent de 7.

22 a. Vrai b. Faux c. Faux d. Faux e. Vrai

23 a. L'image de -1 par h est -2 .

b. 1 est un antécédent de 0 par h .

c. 2 a pour image 1 par h .

d. 2 a pour antécédent -2 par h .

24 a. $f(-2) = 18$

b. $f(0) = 4$ $f(5) = 39$ $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{29}{9}$

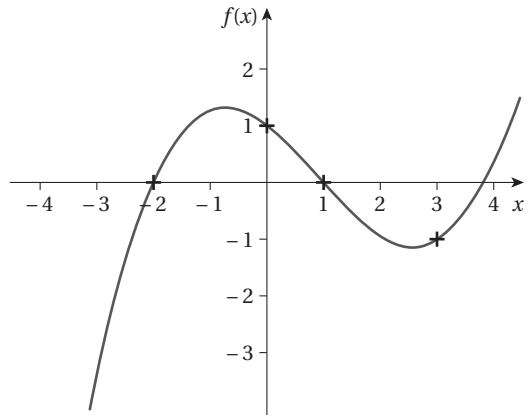
c. Non, 3 n'est pas antécédent de 5 par f .

d. Les antécédents de 4 par f sont 0 et 1,5.

25 a. Les points B et C appartiennent à la courbe représentative de la fonction f .

b. Les coordonnées sont $(2 ; 2)$ et $(-2 ; 6)$.

26 Par exemple :



27 1. Si on choisit 1, on obtient 1.

Si on choisit -1 , on obtient -3 .

2. a. $f(x) = (x-3) \times 2 + 5 = 2x - 1$

b. Il faut choisir 5 pour obtenir 9.

Je résous

p. 274-277 du manuel

28 1. a. Il faut attendre le troisième jour pour constater une présence d'anticorps.

b. La valeur maximale est 100.

c. Pablo n'a plus d'anticorps au bout de 11 jours environ.

2. La taux est supérieur à 800 pendant environ 2 jours.

29 a. Construction réalisée par l'élève.

Les points semblent alignés avec l'origine du repère.

b. Malgré les imprécisions dues aux mesures, l'intensité est proportionnelle à la tension. Le coefficient de proportionnalité est R car $U = RI$.

30 a. $\mathcal{A}(x) = \pi \times 10^2 - \pi x^2 = \pi(100 - x^2)$

b.

x (en m)	0	2	4	6	8	10
\mathcal{A} (en m ²)*	314	302	264	201	113	0

* Résultats arrondis à l'unité

31 1. $f_m = 220 - a$

2. a. $f_m = 163$

b. La fréquence maximale est de 184 battements par minute à 32 ans.

c. $193 \times 0,92 = 177,56 \approx 178$

Vrai, sa fréquence cardiaque aura bien diminué d'environ 8 %.

32

r (en cm)	\mathcal{V} (en cm ³)
5	22 206,6
7	43 525,0
10	88 826,4
12	127 910,1
15	199 859,5
20	355 305,8

33 a. $\mathcal{V} = \pi \times r^2 \times 30$

b. Si $r = 5$ cm, alors $\mathcal{V} = 750\pi$ cm³.

Si $r = 10$ cm, alors $\mathcal{V} = 3\,000\pi$ cm³.

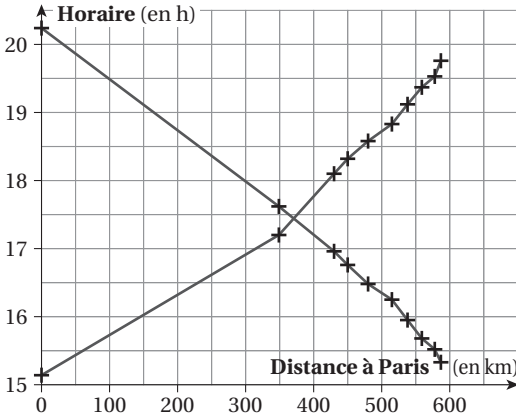
Lorsque le rayon est doublé, le volume est quadruplé.

c. Si la bouteille a pour capacité 1 L, le rayon r mesure environ 3,26 cm.

34 1. a. La durée du trajet de Paris à Brest est 4 h 38 min.

b. La durée du trajet de Brest à Paris est 4 h 54 min.

2. a.



b. Sur la représentation graphique, la « pente » de la courbe est moins importante entre Paris et Rennes. C'est là que le train parcourt le plus de distance en moins de temps (tronçon le plus rapide).

c. Les trains se croisent entre Rennes et Lamballe, vers 17h27.

35 La meilleure heure de prise pour ce médicament est 7 h (la concentration dans le sang reste plus longtemps supérieure à 3 µg/mL).

36 f : rouge g : vert
h : violet k : orange
l : rose m : bleu

37 Traduction : D est un point distinct des extrémités du segment $[AU]$ de longueur 18 cm.

$ADER$ et $DUQS$ sont deux carrés.

► Soit $AD = x$, exprimer l'aire $\mathcal{A}(x)$ du polygone SQUARE en fonction de x .

$$\mathcal{A}(x) = x^2 + (18 - x)^2$$

38 1. $h(-2) = -17$

2. $g(-3) = 3 \times (3)^2 - 9 \times (-3) - 7 = 27 + 27 - 7 = 47$

3. L'image de -3 par la fonction g est 47.

4. Pauline a saisi la formule $=5*B1-7$.

5. a. 0 est une solution de l'équation.

b. $\frac{14}{3}$ est aussi une solution.

39 1. a. La fonction f correspond à la formule saisie dans la cellule B2.

b. Elias a saisi la formule $=-2*B4+8$.

2. a. La fonction f est représentée dans le repère.

c. $x = 2$.

40 1. Le thermomètre indique 32 °F.

2. 100 °C. L'eau bout.

3. a. $f(x) = 1,8x + 32$

b. $f(5) = 41$

c. L'antécédent de 5 par f est -15 .

d. 10 °C correspond à 50 °F.

4. $g(x) = \frac{x-32}{1,8} = \frac{5x-160}{9}$

41 La fonction représentée par la courbe rouge est $f(x) = 5x^3 - x^2 - 5x + 4$ et non $f(x) = 2x^3 - x^2 - 5x + 4$.

a. g est la fonction représentée par la courbe verte car $g(2) = 0$.

b. Les nombres qui ont la même image par les fonctions f et g sont -1 ; 0 et 1.

c. $f(x) > 4$ pour x compris strictement entre environ $-0,9$ et 0, puis x strictement supérieur à environ 1,1.

$g(x) \leq 2$ pour x compris entre environ $-1,4$ et environ 1,4.

$f(x) < g(x)$ pour x strictement inférieur à -1 , puis pour x strictement compris entre 0 et 1.

d. Si $0 \leq x \leq 1$, alors $1,7 \leq f(x) \leq 4$.

Si $-2 \leq x \leq 2$, alors $0 \leq g(x) \leq 4$.

42 b. Pour $AM = 3$ cm, les deux aires sont égales à 9 cm².

Je m'évalue

p. 278 du manuel

La proposition d. de la question 43 a été modifiée par « 46 ».

43	44	45	46	47	48	49	50
d.	d.	d.	a. b.	a.	a. d.	c. d.	a.

51

x	-12	-6	-2	2	6
y	-2	-4	-8	-2	4

- 52 a. $g(-6) = -4$ $g(0) = -6$ $g(6) = 4$
 b. Les antécédents par g de -6 sont environ -13 ; environ -5 ; 0 ; environ 9 .
 Les antécédents par g de 0 sont environ -11 ; 8 ; environ 3 ; environ $7,5$.
 6 n'a pas d'antécédent par la fonction g .

- 53 a. $\mathcal{A}(x) = x(3x + 2) = 3x^2 + 2x$
 b. On remplace x par chacune des valeurs du tableau dans l'expression ci-dessus.

x	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	3	$\frac{2}{7}$
\mathcal{A}	5	1	$\frac{32}{25}$	33	$\frac{40}{49}$

- 54 a. $f(x) = (x + 3) \times (-5) = -5(x + 3)$
 b. $f(-3) = -5(-3 + 3) = -5 \times 0 = 0$
 $f(4) = -5 \times (4 + 3) = -5 \times 7 = -35$
 $f(-5) = -5 \times (-5 + 3) = -5 \times (-2) = 10$
 c. Pour trouver l'antécédent de -12 , on résout l'équation $-5(x + 3) = -12$.
 $-5x - 15 = -12$
 $-5x = 3$

57 **SCRATCH**

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

$x = -0,6$

L'antécédent de -12 est $-0,6$.

55 a. $f(-2) = 2 \times (-2)^2 + 3 = 8 + 3 = 11$

$f(4) = 2 \times 4^2 + 3 = 32 + 3 = 35$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 = \frac{1}{2} + \frac{6}{2} = \frac{7}{2}$

b. $f(-7) = 2 \times (-7)^2 + 3 = 98 + 3 = 101$

L'image de -7 est 101 .

c. Il faut résoudre l'équation $2x^2 + 3 = -15$.

$2x^2 = -18$

$x^2 = -9$

Un carré est toujours positif, donc cette équation n'admet aucune solution.

-15 n'a pas d'antécédent par f .

d. On remplace x par chacune des valeurs du tableau dans l'expression $2x^2 + 3$.

x	-6	-4	0	2,5	5
$f(x)$	75	35	3	15,5	53

56 1. a. La hauteur de la mer sera la plus haute à environ 6 h et à environ 18 h.

La hauteur de la mer sera la plus basse à environ 0 h, à environ 13 h et le lendemain à environ 1 h.

b. Il faut environ 7 h pour passer de marée haute à marée basse.

2. Il peut partir en mer entre 3 h et 9 h environ, puis entre 15 h 30 et 21 h 30 environ.

- 58 a. Pour obtenir un La3, la tension à appliquer sur la corde est de 500 N environ.
 b. En pinçant la corde avec une tension d'environ 220 N, on obtient un Ré3.
 c. La fréquence maximale avant de casser est de 600 Hz.

18. Modéliser avec des fonctions linéaires et affines

Quel est le problème ? p. 281 du manuel

Intérêt du problème posé

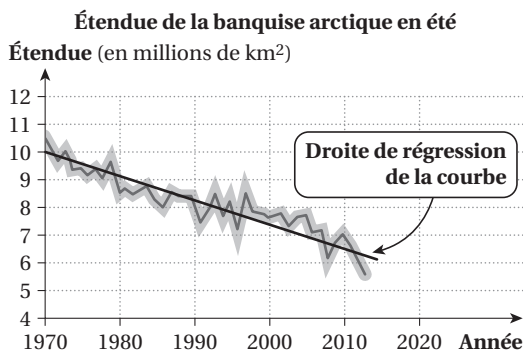
Ce problème permet, d'une part, de faire travailler les élèves sur des données réelles liées au développement durable et, d'autre part, de faire analyser une situation à partir d'un graphique exprimé sous forme d'une courbe. Cette courbe, modélisée par une courbe de tendance, ici une droite de régression, permet d'effectuer des prévisions.

Questions possibles

1. Peut-on prévoir l'étendue de la banquise arctique à l'été 2020 ?
2. Calculer le pourcentage de diminution de l'étendue de la banquise en 1970 et 2010. Peut-on le prévoir entre 1970 et 2020 ?
3. Que peut-on conclure à propos de l'évolution de l'étendue de la banquise arctique dans les années futures ?

Exemple de résolution

1. Par lecture graphique, en prolongeant à la règle la droite de régression, on obtient une étendue de la banquise d'environ 5,9 millions de km^2 en 2020.



2. En 2010, on lit sur le graphique que l'étendue de banquise est d'environ 6,5 millions de km^2 . Or, en 1970, l'étendue était de 10 millions de km^2 .

$10 - 6,5 = 3,5$; $\frac{3,5}{10} = 0,35$, soit une diminution d'environ 35 % de la banquise entre 1970 et 2020.

De même, on obtient $10 - 5,9 = 4,1$; $\frac{4,1}{10} = 0,41$, soit une diminution d'environ 41% prévue selon le modèle entre 1970 et 2020.

3. Sur ce graphique, on observe à partir de 1970 que, au fil des ans, la banquise fond et son étendue diminue. Elle pourrait disparaître vers 2040 selon ce modèle, si rien n'est fait pour lutter contre le réchauffement climatique (interdisciplinarité SVT).

Prolongement possible : Établir l'expression de la fonction affine correspondant à la droite de régression à l'aide de deux points repérés sur ce graphique puis faire représenter cette droite dans un repère à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Découvrir les fonctions linéaires et affines

1 a.

Niveau du jeu	0	1	5	10	15	25
Force du guerrier (en points)	50	50	50	50	50	50
Force du mage (en points)	00	03	15	30	45	75
Force du chasseur (en points)	40	41	45	50	55	65

b. Il n'y a proportionnalité que dans le cas du mage, le coefficient étant égal à 3.

c. La fonction f correspond au mage, g au guerrier et h au chasseur.

d. Ce sont des droites. Celles représentant g est parallèle à l'axe des abscisses. Celle représentant f passe par l'origine du repère : elle modélise une situation de proportionnalité.

e. À partir du niveau 21, le mage devient le plus fort des trois personnages.

Faisons le bilan

Les représentations graphiques des fonctions affines, linéaires et constantes sont des droites.

Les fonctions linéaires modélisent les situations de proportionnalité, leur représentation graphique passe par l'origine du repère. Pour les fonctions constantes, la droite est parallèle à l'axe des abscisses.

Découvrir une propriété des fonctions affines et de leur représentation

2 Une version corrigée des feuilles de calcul de cette activité est proposée dans le manuel interactif.

1. b. Le tableau formé par les lignes 5 et 6 est un tableau de proportionnalité dont le coefficient est 3.

c. Avec la fonction $f : x \mapsto -2x + 1$, les lignes 5 et 6 forment toujours un tableau de proportionnalité dont le coefficient est -2 .

d. Non, les lignes 5 et 6 ne forment plus un tableau de proportionnalité.

a. Il semble n'y avoir proportionnalité que pour les fonctions affines, leur coefficient directeur étant égal au coefficient de proportionnalité.

2. a. Si x_1 et x_2 désignent deux nombres,

alors $f(x_2) - f(x_1) = (ax_2 + b) - (ax_1 + b) = ax_2 + b - ax_1 - b = ax_2 - ax_1 = a(x_2 - x_1)$.

b. Dans le cas d'une fonction affine, l'accroissement de $f(x)$ s'obtient en multipliant l'accroissement de x par le coefficient directeur de cette fonction affine.

3 1. a. Les coordonnées des points sont A(1 ; 1) et B(0 ; -2).

b. L'ordonnée à l'origine b est l'ordonnée du point B, donc $b = -2$.

c. $x_A - x_B = 1 - 0 = 1$; $y_A - y_B = 1 - (-2) = 3$

d. $y_A - y_B = 3(x_A - x_B)$ donc $a = 3$.

e. $f : x \mapsto 3x - 2$

Faisons le bilan

Dans le cas d'une fonction affine f , les accroissements de x et ceux de $f(x)$ sont proportionnels.

Le coefficient de proportionnalité est le coefficient directeur de la droite représentant la fonction f .

Conséquence : si on connaît deux points différents A et B de la représentation graphique (ou deux nombres différents x_1 et x_2 et leurs images), on peut calculer le coefficient directeur a .

Ainsi, $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ ou $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

L'ordonnée à l'origine b est l'ordonnée du point d'intersection de la droite et de l'axe des ordonnées (c'est l'image de 0).

1 a. $f(x) = -5x$

b. $f(3) = -5 \times 3 = -15$

Pour trouver l'antécédent de -1 , il faut résoudre l'équation $-5x = -1$.

$x = 0,2$

L'antécédent de -1 par f est $0,2$.

2

x	-3	$-0,5$	0	$\frac{5}{4}$	2
$f(x)$	-12	-2	0	5	8

3 Une fonction linéaire est représentée par une droite passant par l'origine du repère.

a. Oui, c'est une fonction linéaire.

Sur le graphique, on peut lire que $f(1) = -2$.

$1 \times (-2) = -2$, donc le coefficient est -2 .

$f(x) = -2x$

b. Non, ce n'est pas une fonction linéaire car la droite ne passe pas par l'origine du repère.

c. Oui, c'est une fonction linéaire. Sur le graphique, on peut lire que $f(3) = 1$.

$3 \times \frac{1}{3} = 1$ donc le coefficient est $\frac{1}{3}$.

$f(x) = \frac{1}{3}x$

d. Non, ce n'est pas une fonction linéaire car elle n'est pas représentée par une droite.

4 a. $f(0) = 7 \times 0 - 3 = -3$

$f(-4) = 7 \times (-4) - 3 = -31$

$f(2) = 7 \times 2 - 3 = 11$

$f\left(-\frac{1}{3}\right) = 7 \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 3 = -\frac{7}{3} - \frac{9}{3} = -\frac{16}{3}$

b. Pour calculer l'antécédent de -3 , on résout l'équation $7x - 3 = -3$.

$7x = 0$

$x = 0$

L'antécédent de -3 par f est 0 .

Pour calculer l'antécédent de 0 , on résout l'équation $7x - 3 = 0$.

$7x = 3$

$x = \frac{3}{7}$

L'antécédent de 0 par f est $\frac{3}{7}$.

Pour calculer l'antécédent de -1 , on résout l'équation $7x - 3 = -1$.

$7x = 2$

$x = \frac{2}{7}$

L'antécédent de -1 par f est $\frac{2}{7}$.

5 Une fonction affine est de la forme $f(x) = ax + b$.

a. f est une fonction affine avec $a = -1$ et $b = 1$.

b. g est une fonction affine avec $a = 3$ et $b = 0$. g est donc aussi une fonction linéaire.

c. $h(x) = -2(x + 3) + 2x = -6$

h est une fonction affine avec $a = 0$ et $b = -6$.

Remarque : h est une fonction affine particulière, elle est constante.

d. j est une fonction affine avec $a = -1$ et $b = 0$.

j est donc aussi une fonction linéaire.

e. $k(x) = 5x(5x - 1) = 5x^2 - 5x$

k n'est pas affine.

f. $l(x) = -2x(x + 2) + 4x = -2x^2$

l n'est pas affine.

6 Une fonction affine est représentée par une droite.

a. f n'est pas affine.

b. f est affine. Les points de coordonnée $(0 ; 3)$ et $(3 ; 2)$ appartiennent à la droite, donc :

$a = \frac{2-3}{3-0} = -\frac{1}{3}$

L'ordonnée à l'origine est 3 donc $b = 3$.

L'expression est $f(x) = -\frac{1}{3}x + 3$.

c. f est une fonction affine.

Les points de coordonnées $(1 ; 1)$ et $(2 ; 2)$ appartiennent à la droite.

$a = \frac{2-1}{3-1} = 1$

L'ordonnée à l'origine est 0 donc $b = 0$.

f est une fonction affine particulière, elle est linéaire.

L'expression est $f(x) = x$.

d. f est affine.

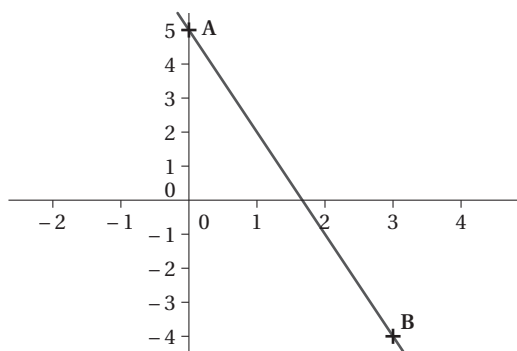
Les points de coordonnées $(0 ; 2)$ et $(1 ; 0)$ appartiennent à la droite.

$a = \frac{0-2}{1-0} = \frac{-2}{1} = -2$

L'ordonnée à l'origine est 2 donc $b = 2$.

L'expression est $f(x) = -2x + 2$.

7 a.



b. L'ordonnée à l'origine est 5 donc $b = 5$.

$$f(x) = ax + 5$$

$$f(3) = -4 \text{ donc } a \times 3 + 5 = -4$$

$$3a = -9$$

$$a = -3$$

$$\text{Donc } f(x) = -3x + 5.$$

Je m'entraîne

p. 286-289 du manuel

Fonctions linéaires

10 a. Vrai b. Vrai c. Faux d. Faux

11 a. Non : pas de nombre a tel que $f(x) = ax$.

b. Oui : $f(x) = -\frac{4}{3}x$.

12 L'antécédent de 0 est 0.

L'antécédent de 2 est $\frac{4}{3}$.

L'antécédent de -1 est $-\frac{2}{3}$.

13 a. Vrai b. Faux

14 a. $\frac{3}{4}$ b. $\frac{1}{9}$ c. $\frac{2}{3}$

15 La droite rouge représente la fonction $f: x \mapsto -3x$.

16 a. $1,7 \times 2,4$ permet de calculer l'image de 1,7.

b. $\frac{48}{2,4}$ permet de calculer l'antécédent de 48.

c. $\frac{0}{2,4}$ permet de calculer l'antécédent de 0.

17 a. -16 b. -15,7 c. 62 d. 5,4

18 a. $f(x) = \frac{3}{14}x$ b. $g(x) = -0,84x$

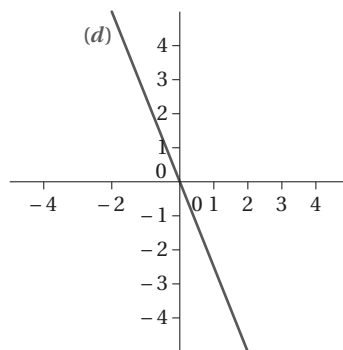
c. $h(x) = -\frac{5}{3}x$ d. $k(x) = -\frac{14}{3}x$

19 Non, f n'est pas une fonction linéaire.

Oui, g peut-être une fonction linéaire dont le coefficient est $\frac{2}{7}$.

20 La fonction f modélise le périmètre d'un triangle équilatéral.

21 a.

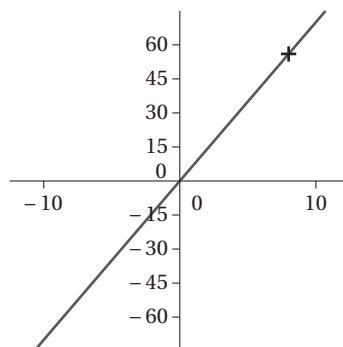


b. $0,08 \times (-2,5) = -0,2$
Nahima a raison.

22 a. $f(x) = 7x$

b. Chloé a raison : il faut tracer la droite passant par les points de coordonnées $(0; 0)$ et $(8; 56)$ en choisissant une unité adaptée.

c.



23 a. $f(x) = 4x$

b. $f(x) = -3x$

24 a. $g: x \mapsto 0,15x$

b. $h: x \mapsto 1,15x$

c. $f: x \mapsto 0,85x$

25 a. x désigne la durée du trajet en h.

$f(x)$ désigne la distance parcourue en km.

$f(x) = 5x$

b. x désigne la masse de cerises en kg.

$f(x)$ désigne le prix en €.

$f(x) = 6,40x$

c. x désigne le nombre de m^3 .

$f(x)$ désigne le prix en €.

$f(x) = 30x$

d. x désigne le prix en €.

$f(x)$ désigne le prix en €.

$f(x) = 0,709x$

e. x désigne la longueur en pouces.

$f(x)$ désigne la longueur en mm.

$f(x) = 25,4x$

26 a. $1,62 \div 1,5 = 1,08$, donc le volume a augmenté de 8 %.

b. x désigne le volume d'eau en L et $f(x)$ le volume de glace obtenu en L. On a $f(x) = 1,08x$

c. L'antécédent est 5.

Pour 5 L d'eau, on obtient 5,4 L de glace.

27 a. $f(x) = 5x - x \times 2 \div 2 = 4x$

b. f est une fonction linéaire dont le coefficient est 4.

28 a. Non.

b. $f(x) = -3x$

c. Non.

d. $f(x) = 6x$

Fonctions affines

29 Les fonctions affines sont f, g, h, k et m (g est linéaire, h est constante).

30

x	-4	-3	0	-2	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$
$f(x)$	6	5	2	4	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$

31 a. Vrai

b. Faux

c. Vrai

32 a. $f(0) = 5$

$f(-2) = 1$

$f(-3) = -1$

b. L'antécédent de 7 par f est 1.

L'antécédent de -3 par f est -4.

L'antécédent de 3 par f est -1.

c. $b = 5$; $a = 2$

d. $f(x) = 2x + 5$

33 Tess et Tom ont raison.

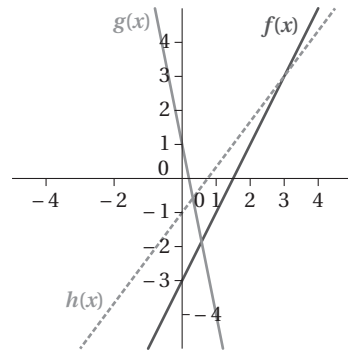
34 a. $f(-2) = 13$

b. $\frac{7}{3}$

c. $f(3) = -2$

d. -6

35



36 a. $f(x) = -10x + 29$

Oui, $f(x)$ est une fonction affine.

b. $h(x) = -2,5$.

Oui, $h(x)$ est affine et constante.

c. $i(x) = 2x^2 - 9$

Non, $i(x)$ n'est pas une fonction affine.

37 a. Non, le point A n'appartient pas à d .

b. Les coordonnées sont (2; 0).

c. Son ordonnée est $\frac{20}{3}$.

38 a. (d_1) représente la fonction $f: x \mapsto 1,5x - 2$.

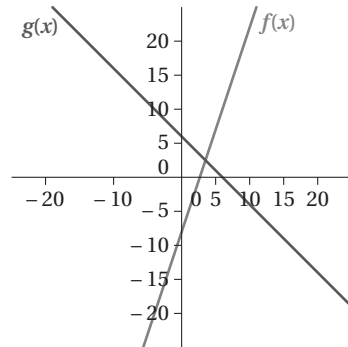
(d_2) représente la fonction $g: x \mapsto \frac{1}{3}x + 1$.

b. On résout l'équation $1,5x - 2 = \frac{1}{3}x + 1$.

On obtient $x = \frac{18}{11}$. L'image de $\frac{18}{11}$ est $\frac{5}{11}$, donc le

point d'intersection a pour coordonnées $(\frac{18}{11}; \frac{5}{11})$.

39 a.



b. Les coordonnées sont (-7; 13).

c. $3x - 8 = -x + 6$

$x = -7$

Oui, le résultat était prévisible.

40 Contrat A : f_4 ; contrat B : f_2 ; contrat C : f_3 .

41 a. $f(x) = 3x - 21$

b. Oui, la fonction f est affine : $a = 3$ et $b = -21$.

c. Le bénéfice est 84 €.

d. Un bénéfice de 135 € correspond à 52 CD.

42 a. Non, l'abonnement n'est pas intéressant s'il va 10 fois au cinéma dans l'année.

$10 \times 5 + 40 = 90$ alors que $10 \times 8 = 80$.

b. La carte est rentabilisée à partir de 14 entrées.

43 1. a. $p(x) = 25$

b. $c(x) = 8x$

c. $\mathcal{P}(x) = 2x + 14$ et $\mathcal{A}(x) = 7x$.

2. p est une fonction constante, c une fonction linéaire, \mathcal{P} une fonction affine et \mathcal{A} une fonction linéaire.

44 a. $p(x) = 65x + 1\,350$

p est une fonction affine.

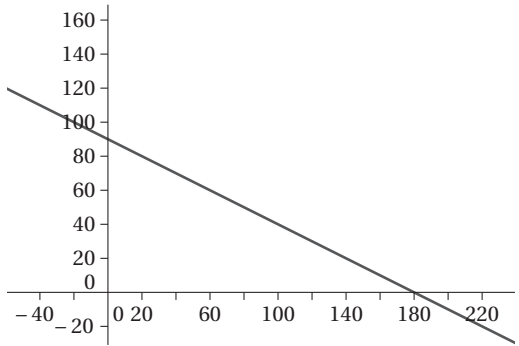
b. L'antécédent de 5 120 est 58.

Pour 58 personnes, le devis s'élève à 5 120 €.

45 a. $\widehat{OAB} = (180 - x) \div 2 = 90 - 0,5x$.

b. C'est une fonction affine.

c.



d. L'antécédent de 40 est 100.

Si $\widehat{AOB} = 100^\circ$, alors $\widehat{OAB} = 40^\circ$.

e. L'antécédent de 60 est 60.

Dans ce cas, le triangle est équilatéral.

Je résous

p. 290-291 du manuel

46

Droite	Coefficient directeur
(d_1)	2
(d_2)	1
(d_3)	0,5
(d_4)	-0,5
(d_5)	-1
(d_6)	-2

47 Les points A et B appartiennent à la droite représentant la fonction $f: x \mapsto 10x + 27$.

C n'appartient pas à cette droite car $10 \times 82 + 27 = 847$.

Les trois points ne sont donc pas alignés.

48 a. La distance de réaction est 25 m.

b. C'est une droite passant par l'origine du repère :

son coefficient est $\frac{25}{90}$, soit $\frac{5}{18}$.

c. $15 \div \frac{5}{18} = 54$

À 54 km/h, la distance de réaction est égale à 15 m.

49 a. L'astronaute se trouve sur la Lune.

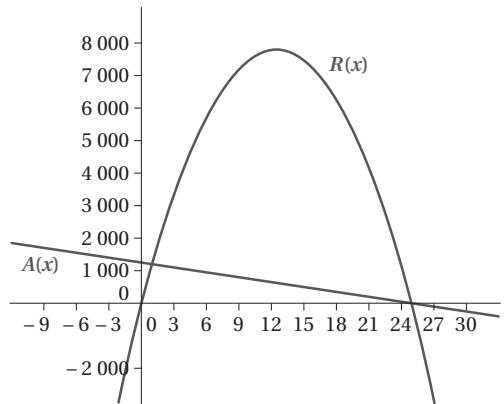
b. Le poids de cet objet serait 458 N.

50 a. Non, la fonction \mathcal{A} n'est pas linéaire.

b. Il y a alors 1 000 abonnés, et la recette est de 5 000 €.

c. Non, la fonction R n'est pas affine : elle n'est pas de la forme $ax + b$.

d.



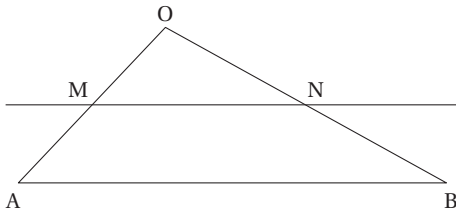
e. La recette est maximale pour un prix de 12,50 €.

51 Traduction : Afin de financer ses études, Ben vend des hot-dogs pendant l'été. Il loue 80 \$ son stand pour la saison. La fabrication d'un hot-dog revient à 0,70 \$. Il vend chaque hot-dog 2 \$.

► Combien de hot-dogs doit-il vendre pour que son commerce soit rentable ?

Ben commence à faire des bénéfices à partir de 62 hot-dogs vendus.

52 a.



- b. x est compris entre 0 et 4.
 c. En appliquant le théorème de Thalès :
 $ON = 1,5x$
 $MN = 2x$

- d. $\mathcal{P}_1(x) = 4,5x$, c'est une fonction linéaire.
 $\mathcal{P}_2(x) = 18 - 0,5x$, c'est une fonction affine.
 e. Non, car il faudrait $x \approx 6,5$ cm.

- 53 1. a. Fichier fourni dans le manuel interactif.
 b. Ce n'est pas une fonction affine car le premier point n'est pas aligné avec les autres.
 c. $f(x) = 4x + 20$
 2. a. Son âge réel est 15 ans.
 b. L'âge humain équivalent est 68 ans.

54 Le graphique b. correspond à la rémunération des deux journaux.

Je m'évalue

p. 292 du manuel

55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
a. c.	d.	b.	b.	a. d.	a. c. d.	b.	a. b.	d.	a.

Je prépare le contrôle

p. 293 du manuel

- 65 a. $f(-4) = a \times (-4) = 5$
 $a = 5 \div (-4) = -1,25$
 Le coefficient est $-1,25$.
 L'expression de la fonction est $f(x) = -1,25x$.
 b. $f(7) = -1,25 \times 7 = -8,75$

- 66 a. $g(3) = 2 \times 3 - 5 = 1$
 $g(-3) = 2 \times (-3) - 5 = -6 - 5 = -11$

- b. $2x - 5 = 1$
 $2x = 6$
 $x = 3$
 L'antécédent de 1 par g est 3.
 $2x - 5 = -4,2$
 $2x = 0,8$
 $x = 0,4$
 L'antécédent de $-4,2$ par g est 0,4.

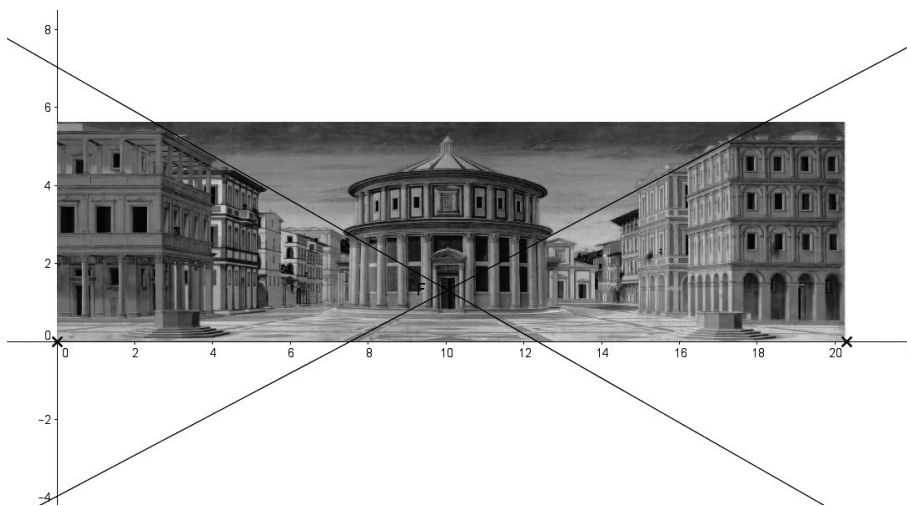
- 67 f est une fonction affine dont l'expression est $f(x) = x - 3$.
 g est une fonction affine particulière, elle est linéaire.
 $g(x) = -2x$
 $h(x)$ n'est pas une fonction affine.
 $k(x)$ est une fonction affine dont l'expression est $k(x) = 3x - 5$.

- 68 1. a. $f(x) = 25x$ b. $g(x) = 80 + 15x$
 2. Construction réalisée par l'élève.
 3. Le tarif A est plus avantageux s'il skie moins de huit journées.
 Pour huit journées, les deux tarifs sont équivalents.
 S'il skie plus de huit journées, le tarif B est plus avantageux.

- 69 a. x peut varier entre 0 et 5 cm.
 b. L'aire de TPM est exprimée par la fonction \mathcal{A}_{TPM} telle que :
 $\mathcal{A}_{\text{TPM}}(x) = (\text{TP} \times \text{MP}) \div 2 = 1,5x$.
 Celle de RAM est exprimée par la fonction \mathcal{A}_{RAM} telle que :
 $\mathcal{A}_{\text{RAM}}(x) = (\text{RA} \times \text{AM}) \div 2 = (20 - 4x) \div 2 = 10 - 2x$.
 Pour trouver la valeur de x pour laquelle les deux aires sont égales, il faut résoudre l'équation $1,5x = 10 - 2x$.
 $3,5x = 10$.
 $x = \frac{20}{7}$
 Les triangles TPM et RMA ont le même périmètre pour $x = \frac{20}{7}$ (soit environ 2,9 cm).

70 **SCRATCH** Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

71 a. et b.



c. Les fonctions affines qui modélisent les lignes de fuite peuvent être :

$$f(x) = -0,6x + 7 ;$$

$$g(x) = 0,6x - 4.$$

Les coordonnées de F sont environ (10 ; 1,3).

F se trouve au centre de la porte.

J'utilise tout ce que je sais

p. 295 du manuel

1 a. Si n est doublé et que d et v ne changent pas, le débit D est divisé par 2.

b. Le volume de cette perfusion est 360 mL.

c. On obtient $D = \frac{1}{6}v$.

La fonction qui modélise le débit en fonction du volume de la perfusion correspond à la représentation graphique verte.

2 1. b. Il faut placer M au milieu de [AB] : l'aire du carré MNPQ est alors 8 cm^2 .

2. a. Dans la cellule B2, il faut saisir $=4 \cdot B1$.

Dans la cellule C2, il faut saisir $=B1^2 + B2^2$.

c. L'aire de MNPQ est égale à la moitié de l'aire du carré ABCD pour $x = 2$.

UNITÉ I Grandeurs mesurables

Progression dans l'unité

Chapitre	5 ^e	4 ^e	3 ^e
19. Manipuler des grandeurs simples	Grandeurs et mesures Problèmes de conversions		
20. Manipuler des grandeurs composées		Grandeurs produits, grandeurs quotients	Conversions de grandeurs composées

1 a. La figure 1 a un plus grand périmètre que la figure 2. Les deux figures ont la même aire.

b. La figure 1 a un plus grand périmètre et une plus grande aire que la figure 2.

2 • Le ballon A a une longueur inférieure à 2,8 dm. Il ne peut pas être homologué.

• Le ballon B a une longueur comprise entre 2,8 dm et 3 dm. Sa masse est comprise entre 0,4 kg et 0,44 kg. Il peut être homologué.

• Les ballons C et D ont des masses supérieures à 0,44 kg. Ils ne peuvent pas être homologués.

3 a. $19\text{ h }04\text{ min} - 6\text{ h }54\text{ min} = 12\text{ h }10\text{ min}$
Le 21 mars, le jour a duré 12 h 10 min.

b. $8\text{ h }07\text{ min} + 10\text{ h }59 = 19\text{ h }06\text{ min}$
Le 13 octobre, le soleil s'est couché à 19 h 06 min.

c. $21\text{ h }57\text{ min} - 5\text{ h }46\text{ min} = 16\text{ h }11\text{ min}$

Le 18 juin, le jour a duré 16 h 11 min.

$16\text{ h }58\text{ min} - 8\text{ h }43\text{ min} = 8\text{ h }15\text{ min}$

Le 24 décembre, le jour a duré 8 h 15 min.

$16\text{ h }11\text{ min} - 8\text{ h }15\text{ min} = 7\text{ h }56\text{ min}$

Entre le 18 juin et le 24 décembre, on constate une différence de 7 h 56 min entre les durées de jour.

4 a. $V = 5 \times 5 \times 5 = 125\text{ cm}^3$

Le volume d'un cube d'arête 5 cm est 125 cm^3 .

b. $\mathcal{P} = 1,2 + 1,6 + 2 = 4,8\text{ m}$

Le périmètre du triangle est 4,8 m.

$$S = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{1,2 \times 1,6}{2} = 0,96\text{ m}^2$$

L'aire du triangle est $0,96\text{ m}^2$.

c. $65 \times \frac{7}{100} = 4,55$

La masse de sang d'une personne de 65 kg est 4,55 kg.

$$1\ 060\text{ g} = 1,06\text{ kg}$$

$$4,55 \div 1,06 = 4,3$$

Une personne de 65 kg a environ 4,3 L de sang dans son corps.

5 a. $1\ 000 \div 0,8 = 1\ 250$

Une tonne de pétrole occupe 1 250 L.

b. $1\ 250 \div 5 = 250$

Avec une tonne de pétrole, on peut remplir 250 bidons de 5 L.

6 $12,5 \times 45 = 562,5$

La surface du terrain est $562,5\text{ m}^2$.

$$562,5 \div 100 = 5,625$$

Le jardinier devra acheter 6 sacs de graines.

19. Manipuler des grandeurs simples

Quel est le problème ? p. 299 du manuel

Intérêt du problème posé

Cette ouverture de chapitre met directement en contexte la variété des unités de mesure utilisées. La situation peut sembler familière aux élèves qui réalisent généralement un voyage de classe au cours de leur scolarité. La notion de conversion entre différentes unités de mesure est introduite.

Questions possibles

1. À quelle grandeur renvoient les unités présentes dans ce problème ?
2. Oscar pourra-t-il utiliser cette valise pour son voyage ?

Exemple de résolution

1. Les unités qui indiquent les dimensions autorisées des bagages en cabine sont exprimées en cm ou en in : il s'agit de longueurs. Une autre indication sur la masse du bagage est donnée sur la notice.

2. $1 \text{ cm} = 0,393 \text{ 701 in}$

On peut alors calculer les dimensions de la valise regardée par Oscar et sa famille dans le magasin :

- $23 \text{ cm} = 23 \times 0,393 \text{ 701 in} = 9,055 \text{ 123 in} \approx 9,1 \text{ in}$
- $45 \text{ cm} = 45 \times 0,393 \text{ 701 in} = 17,716 \text{ 545 in} \approx 17,7 \text{ in}$
- $35 \text{ cm} = 35 \times 0,393 \text{ 701 in} = 13,779 \text{ 535 in} \approx 13,8 \text{ in}$

Les dimensions des valises autorisées en cabine ne doivent pas dépasser $22 \text{ in} \times 18 \text{ in} \times 10 \text{ in}$.

$17,7 \text{ in} < 22 \text{ in}$; $13,8 \text{ in} < 18 \text{ in}$; $9,1 \text{ in} < 10 \text{ in}$

Oscar pourra prendre son bagage avec lui, en cabine.

Prolongement possible : Proposer aux élèves de réfléchir à la masse maximale de 23 kg et les autres unités de mesure pouvant être utilisées pour cette masse.

Manipuler grandeurs et mesures

1

1. Il n'y avait pas d'unification du système de mesure avant la Révolution française. Il était difficile de commercer avec des grandeurs qui ne s'exprimaient pas dans la même unité, en fonction des pays et des régions.

2. a. La mesure de référence d'une unité de grandeur variait d'une ville à l'autre. La valeur d'un pied n'était par exemple pas la même à Besançon qu'à Paris.

b. Avec l'aide du tableau, on constate que le pied avait une valeur très différente d'une région à l'autre.

3. La distance entre Paris et Lyon est 200 700 toises.

Or une toise représentait (en général) en France 1,949 m.

$$200\,700 \times 1,949 = 391\,164,3$$

La distance entre Paris et Lyon est d'environ 390 km.

La distance entre Mulhouse et Reims est 258 000 aunes.

Or une aune représentait (en général) en France 1,143 m.

$$258\,000 \times 1,143 = 294\,894$$

La distance entre Mulhouse et Reims est d'environ 295 km.

Les deux villes les plus éloignées sont donc Paris et Lyon.

2

1. La figure de cette activité est réalisée par l'élève.

2. et 3. b. La longueur totale du segment dépend des dimensions du polygone ABCD.

c. Cette longueur représente le périmètre du polygone ABCD.

Faisons le bilan

On appelle grandeur mathématique une quantité susceptible d'augmenter ou de diminuer (par exemple la longueur, l'aire, le volume, etc.).

Avec cette grandeur, on peut additionner ou soustraire des mesures au sein d'une même grandeur.

Convertir des unités de grandeurs

3

1. La principale ressemblance entre ces différentes unités de mesure est la première lettre de chaque abréviation d'unité (k pour le kilo, h pour hecto, d pour déca, c pour centi).

À l'inverse, il y a une différence entre les secondes lettres qui correspondent à l'unité (m pour mètre, L pour litre ou g pour gramme).

2. a. $3,7 \times 10 = 37$

b. $7,06 \times 10 = 70,6$

c. $238,9 \times 100 = 23\,890$

d. $7,12 \times 1\,000 = 7\,120$

e. $0,02 \times 10 = 0,2$

f. $0,035 \times 1\,000 = 35$

g. $78,9 \div 10 = 7,89$

h. $2,3 \div 10 = 0,23$

i. $0,45 \div 10 = 0,045$

j. $234 \div 100 = 2,34$

k. $9,08 \div 100 = 0,090\,8$

l. $12,05 \div 1\,000 = 0,012\,05$

3. a. Pour passer des cm aux mm, on décale la virgule d'un rang vers la droite.

b. Pour passer des kg aux g, on décale la virgule de trois rangs vers la droite.

c. Pour passer des cL aux L, on décale la virgule de deux rangs vers la gauche.

d. Pour passer des m aux km, on décale la virgule de trois rangs vers la gauche.

4. a. $3,7 \text{ cm} = 37 \text{ mm}$

b. $1,92 \text{ m} = 192 \text{ cm}$

c. $3\,025 \text{ m} = 3,025 \text{ km}$

d. $0,5 \text{ kg} = 500 \text{ g}$

e. $0,67 \text{ cg} = 0,006\,7 \text{ g}$

f. $350 \text{ g} = 350\,000 \text{ mg}$

g. $4,08 \text{ L} = 4\,080 \text{ mL}$

h. $376,82 \text{ L} = 3,768\,2 \text{ hL}$

i. $3 \text{ L} = 0,003 \text{ kL}$

4

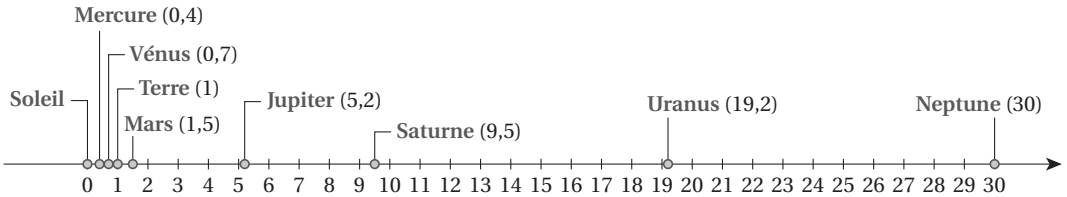
1. a. L'unité astronomique est une unité de la grandeur distance.

b. Oui, une grandeur peut s'exprimer en plusieurs unités. Par exemple, la grandeur distance peut s'exprimer en mètre, en mille, en unité astronomique, etc.

2. Les planètes sont classées de la manière suivante :

Mercure ; Venus ; Terre ; Mars ; Jupiter ; Saturne ; Uranus ; Neptune.

3. a.



b. Soit MJ la distance entre Mars et Jupiter :

$$MJ = 3,7 \text{ cm}$$

c. Soit D la distance réelle.

$$D = 3,7 \text{ ua}$$

Or, $1 \text{ ua} = 150\,000\,000 \text{ km}$.

Alors, $D = 3,7 \times 150\,000\,000 = 555\,000\,000 \text{ km}$.

La distance réelle entre Mars et Jupiter lorsque ces deux planètes sont alignées avec le Soleil est de $555\,000\,000 \text{ km}$.

Faisons le bilan

Il est utile de convertir des grandeurs dans une même unité pour pouvoir mieux comparer des mesures en choisissant le multiple ou le sous-multiple de l'unité le plus adapté.

J'applique

p. 301 du manuel

1 Parmi ces propositions, les grandeurs sont $3,5 \text{ cm}$ (**a.**) ; 456 hL (**d.**) ; la masse d'un cartable (**e.**) et la longueur d'un terrain de tennis (**f.**).

2 a. $34 \text{ dag} + 26 \text{ dag} = 60 \text{ dag}$

b. $3 \times 7 \text{ cm} = 21 \text{ cm}$

c. $80 \text{ cL} + 95 \text{ cL} = 175 \text{ cL}$

d. $4 \times 12 \text{ dm} = 48 \text{ dm}$

3 a. Durée **b.** Distance **c.** Angle **d.** Durée

4

Grandeur	Unité
Prix	euro
Volume	litre
Angle	degré
Longueur	mètre
Masse	gramme
Température	degré Celsius
Temps	seconde

5 a. $345 \text{ dm} = 3,45 \text{ dam}$

b. $0,9 \text{ hg} = 90 \text{ g}$

c. $2\,408 \text{ mm} = 240,8 \text{ cm}$

d. $505 \text{ cL} = 0,505 \text{ daL}$

e. $0,019 \text{ dg} = 0,000\,001\,9 \text{ kg}$

f. $7\,600 \text{ L} = 7\,600\,000 \text{ mL}$

g. $67,003\,4 \text{ kW} = 67,003,4 \text{ W}$

6 a. (3) **b.** (6) **c.** (1)

d. (2) **e.** (5) **f.** (4)

9 $2 \times \pi \times 6\,400 \text{ km} = 12\,800\pi \text{ km}$
La circonférence de la Terre est $12\,800\pi \text{ km}$.

10 Un rectangle a quatre angles droits.
Chacun mesure 90° .

11 Les grandeurs considérées sont la longueur (100 m) et la durée (9,58 s).

12 a. Faux b. Faux c. Faux

13 $1 \text{ h} = 60 \text{ min}$
 $24 \text{ h} = 24 \times 60 \text{ min} = 1\,440 \text{ min}$
Dans une journée, il y a 1 440 minutes.

14 a. Faux b. Vrai c. Faux

15 a. $3 \text{ Go} = 3\,000 \text{ Mo} = 3\,000\,000\,000 \text{ o}$
b. $25 \text{ dL} = 2\,500 \text{ mL} = 2,5 \text{ L}$
c. $75 \text{ kg} = 75\,000 \text{ g} = 75\,000\,000 \text{ mg}$
d. $240 \text{ min} = 14\,400 \text{ s} = 4 \text{ h}$
e. $3,5 \text{ mA} = 0,0035 \text{ A}$
f. $220 \text{ V} = 220\,000 \text{ mV}$

16 $\mathcal{P} = 6 \times 8 \text{ mm} = 48 \text{ mm}$
Le périmètre vaut 48 mm.

Grandeurs et mesures

17 L'angle \widehat{DEF} n'a pas la même mesure que les autres angles.

18 a. $\mathcal{P}_{CDE} = 3 \times 140 \text{ mm} = 420 \text{ mm}$
b. $\mathcal{P}_{KLMNOP} = (4 \times 15 \text{ mm}) + (2 \times 20 \text{ mm}) = 100 \text{ mm}$

19 Traduction : *Un avion décolle à 13 h 41 min. La durée du vol devait être 5 h 28 min mais un retard de 45 min est annoncé en raison d'un violent orage.*
► À quelle heure aura lieu l'atterrissage ?

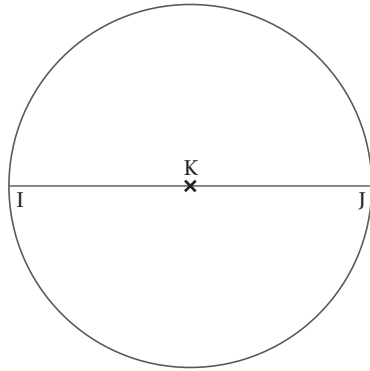
$13 \text{ h } 41 \text{ min} + 5 \text{ h } 28 \text{ min} + 45 \text{ min} = 19 \text{ h } 54 \text{ min}$
L'atterrissage aura lieu à 9 h 54 min.

20 a. $9,25 \text{ €} \times 3 \div 4 \approx 7 \text{ €}$
Les trois barquettes coutent environ 7 €.
b. $17 \div (9,25 \div 4) = 7,35$
On peut acheter 7 barquettes. Il restera de la monnaie.

21 a. La quantité d'eau contenue dans l'arrosoir correspond à un volume.
b. $12 \div 1,5 = 8$
Il faut 8 bouteilles pour remplir l'arrosoir.

Conversions d'unités

22 a., b. et c.



b. $JK = 24 \text{ mm} = 2,4 \text{ cm}$
d. $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times 2,4 \text{ cm} \approx 15,1 \text{ cm}$

23 a. $350 \text{ Mo} = 350\,000 \text{ ko}$
b. $0,09 \text{ hL} = 0,9 \text{ daL}$
c. $4\,700 \text{ }\mu\text{m} = 4,7 \text{ mm}$
d. $12 \text{ cg} = 0,12 \text{ g}$
e. $900 \text{ nm} = 0,000\,900 \text{ cm}$
f. $15 \text{ h} = 54\,000 \text{ s}$

24 $332,35 \text{ m} = 332,35 \div 1,8288 \text{ brasses}$
 $\approx 182 \text{ brasses}$
Le nouveau record est 182 brasses.

25 $T(^{\circ}\text{C}) = \left(\frac{69 - 32}{1,8} - 32 \right) - 5 \approx 16,4^{\circ}\text{C}$
 $69 - (1,8 \times 5 + 32) = 28^{\circ}\text{F}$
L'écart de température est d'environ $16,4^{\circ}\text{C}$ et 28°F .

26 $42,195 \text{ km} - 41,843 \text{ km} = 0,352 \text{ km} = 352 \text{ m}$
 $1 \text{ yard} = 352 \div 385 \text{ m} \approx 0,914 \text{ m}$
 1 yard vaut environ 0,914 m.

27 $2 \times (3,1416 - 3,14) \times 6\,370 \text{ km} = 20,384 \text{ km}$
La différence entre les résultats est 20,384 km, soit 20 384 m.

28 $1.50\,000 \text{ a.l.} - 28\,000 \text{ a.l.} = 22\,000 \text{ a.l.}$
La distance qui sépare le système solaire du « bord » de la galaxie est 22 000 a.l., soit $2,081\,36 \times 10^{17} \text{ km}$.

2. a. $\frac{\text{diamètre}}{\text{épaisseur}} = \frac{100\,000 \text{ a.l.}}{2\,500 \text{ a.l.}}$
Le rapport entre le diamètre et l'épaisseur est 40.

b. $\frac{\text{diamètre}}{\text{épaisseur}} = \frac{212 \text{ mm}}{5,5 \text{ mm}} \approx 38,5$
Les proportions sont relativement similaires.

Je résous

p. 306-307 du manuel

29 Les heures de départ et d'arrivée sur le fuseau horaire de Paris sont :

Départ : 23 h 25 min

Arrivée : 16 h 20 – 6h = 10 h 20 min

Durée du vol : 10 h 55 min

1 h 30 min + 2 h + 10 h 55 min + 2 h = 16 h 25 min

Le voyage dure donc 16 h 25 min.

30 a. $6 \times 26 + 6 \times 30 = 354$

Une année commune hégirienne dure 354 jours.

b. $3 \times 365 - (2 \times 354 + 355) = 32$

Un cycle de trois années hégiriennes est plus court de 32 jours.

31 $\mathcal{P}_1 = 3 \times \frac{34\pi}{2} = 51\pi$ mm

$\mathcal{P}_2 = 25\pi + \frac{50\pi}{2} = 50\pi$ mm

$\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_2 = \pi$

L'affirmation est vraie.

32 1. a. En 2014, les 1 % les plus riches détenaient 48 % des richesses mondiales. Les 99 % restants détenaient 52 % des richesses mondiales.

b. $205\,000 \times \frac{48}{100} = 98\,400$ milliards

Le patrimoine des 1 % les plus riches s'élevait à 98 400 milliards d'euros.

2. a. À partir de 2017, les 1 % les plus riches détientront plus de richesses que les 99 % restants.

b. $205\,000 \text{ milliards} \times \frac{51}{100} = 104\,500$ milliards

Le patrimoine s'élèvera à 104 500 milliards d'euros.

33 a. $65\,565\,000 \times 354 \times 0,000\,20 = 4\,642\,002$ t

La quantité de déchets recyclés s'élève à 4 642 002 t.

34 a. $3,465$ h = 3 h 27 min 54 s

b. $2,75$ h = 2 h 45 min

c. $1,785$ h = 1 h 47 min 6 s

d. $1,79$ h = 1 h 47 min 24 s

e. $2,835$ h = 2h 50 min 6 s

f. $3,365$ h = 3 h 21 min 54 s

35 a. $90^\circ - 85^\circ = 5^\circ$

L'angle d'inclinaison est 5° .

b. $\mathcal{P} = \pi \times d = \pi \times 15,5$ m = $15,5\pi$ m \approx 49 m

La circonférence de la tour est d'environ 49 m.

36 Échelle : 10 km correspondent à 12 mm.

18 mi = $18 \times 1,609$ km = 28,962 km

19 mi = $19 \times 1,609$ km = 30,571 km

Tracer le cercle de centre Liverpool et de rayon 37 mm.

Je m'évalue

p. 308 du manuel

37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
c.	d.	c. d.	c.	a. d.	a.	b.	b. d.	a. b.	a.

Je prépare le contrôle

p. 309 du manuel

47 $1\,278,9 \text{ cg} < 1,279 \text{ dag} < 0,127\,91 \text{ hg}$
 $< 127,909 \text{ dg} < 12,80 \text{ g} < 127\,000 \text{ mg} < 0,127\,1 \text{ kg}$

48 $3\,941 \times 58,47 \text{ m} = 230\,430,27 \text{ m}$
 $= 230,430\,27 \text{ km}$

La distance entre Québec et Montréal est d'environ 230 km.

49 $p = \frac{2 \times \pi \times 1,5}{2} + 2 \times 1,5 \text{ km} \approx 7,7 \text{ km}$

La citadelle de Saint-Martin-de-Ré mesure environ 7,7 km.

50 $4,5 \times 10 \text{ mm} = 45 \text{ mm} = 4,5 \text{ cm}$
La table, vue à la loupe, mesure 4,5 cm.

51 Il faut prévoir 2L par cm de poisson.
 $320 \div 2 = 160$
Nolwenn pourra mettre au maximum 160 mbunas dans son aquarium.

52 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

Mathématiques et Culture

p. 310 du manuel

53 $20\,000 \times 4 \text{ km} = 80\,000 \text{ km}$

Le tour du monde en sous-marin représente 80 000 km.

20. Manipuler des grandeurs composées

Quel est le problème ? p. 311 du manuel

Intérêt du problème posé

Ce problème permet de travailler sur la distinction entre grandeur simple et grandeur composée. À partir d'un exemple de la vie courante, les élèves s'interrogent sur les différentes unités et grandeurs qui peuvent être employées pour une même situation.

L'image doit conduire certains élèves à penser que le paquet de feuilles, ou une feuille à l'unité pèsent 90 g.

Questions possibles

1. L'unité de mesure du paquet de feuilles convient-elle ?
2. Quelle est la masse d'une feuille de papier ?
3. Quelle est la masse d'une ramette de papier ?
4. Liu a-t-il choisi le bon papier ?

Exemple de résolution

1. Sur l'image, on peut lire : 90 g, 500 feuilles format A4.

Il existe actuellement deux conventions en usage pour les grammages de papier.

- La norme ISO 536 est utilisée en Europe et dans la plupart des régions du monde. L'unité de grammage est alors le g/m^2 .
- L'autre norme est principalement utilisée aux États-Unis et au Canada. Le grammage correspond alors à la masse de base et est généralement indiqué en livres (lb). Il correspond à la masse d'une rame de 500 feuilles de papier non coupé.

L'image laisserait penser que la ramette contient du papier au format américain. Pourtant, il est indiqué « A4, $21 \times 29,7$ » qui correspond aux standards européens. L'indication de gramme ne convient pas : il faut comprendre en réalité 90 g/m^2 et non 90 g.

2. On sait que 1 m^2 de ce papier pèse 90 g.

Or, une feuille a une surface de $21 \times 29,7 \text{ cm}^2$.

$$A = 623,7 \text{ cm}^2 = 0,06237 \text{ m}^2$$

L'aire d'une feuille est égale à 0,06237 m^2 .

$$m_{\text{feuille}} = 0,06237 \times 90 = 5,6133 \text{ g}$$

La masse d'une feuille de papier est d'environ 5,6 g.

3. $m_{\text{ramette}} = 500 \times 5,6133 = 2806,65 \text{ g}$

La masse d'une ramette pèse environ 2806 g, soit environ 2,8 kg.

4. C'est un papier à fort grammage. Il est en général utilisé par des comptables, des procureurs, etc. Liu pourrait choisir une autre ramette pour la photocopieuse.

Différencier des grandeurs simples et des grandeurs composées

1 La feuille de calcul complétée de cette activité et une représentation graphique sont disponibles dans le manuel interactif.

2. a. La formule à saisir dans la cellule B4 est =SOMME(2*B2;2*B3).

c. L'unité à utiliser dans la cellule A4 est le cm.

3. a. La formule à saisir dans la cellule B5 est =PRODUIT(B2;B3).

c. La grandeur aire est obtenue en effectuant le produit des grandeurs longueur et largeur.

d. L'unité à utiliser dans la cellule A5 est le cm².

4. a. L'aire d'un rectangle de largeur 6 cm et de périmètre 26 cm vaut 42 cm².

b. Soit \mathcal{A} l'aire de ce rectangle :

$\mathcal{A} = L \times l$ avec L la longueur du rectangle et l sa largeur.

$$63,75 = 7,5 \times L$$

$$L = 63,75 \div 7,5 = 8,5$$

Soit \mathcal{P} le périmètre :

$$\mathcal{P} = 2L + 2l = 2 \times 7,5 + 2 \times 8,5 = 15 + 17 = 32$$

Le périmètre vaut 32 cm.

5. Si l'on continue à augmenter la longueur et la largeur du rectangle sur les colonnes suivantes, c'est l'aire qui augmentera le plus vite.

2 **1.** Les grandeurs de la facture d'électricité sont le prix, la consommation et le prix mensuel.

2. a. Le prix est une grandeur simple.

b. Le prix mensuel et la consommation sont des grandeurs composées.

Faisons le bilan

Exemples de grandeurs composées utilisées au quotidien et en mathématiques :

- densité de population : en **hab/km²** (nombre d'habitants **par** kilomètre carré) ;
- consommation de carburant : en **L/100km**.

Convertir des unités de grandeurs composées

3 **1. a.** La grandeur associée au km/h est la vitesse.

b. Elle est obtenue par le quotient des grandeurs distance et temps.

$$\text{c. } 1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m} \quad 1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s} \quad 1 \text{ km/h} = \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}}$$

$$\text{Donc } 185 \text{ km/h} = 185 \times \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} \approx 51 \text{ m/s}$$

2. a. 1 kg·km = 1 000 g·km

b. 1 g·km = 1 000 g·m

c. 500 kg·km = 500 000 000 g·m

d. 2,3 t·km = 2 300 000 kg·m

Faisons le bilan

Pour convertir une grandeur composée, on convertit chacune des sous-unités de la grandeur composée.

J'applique

p. 313 du manuel

1 a. Le W·h est une unité de la grandeur énergie. Cette grandeur est le produit de la grandeur puissance par la grandeur temps.

b. Le km/h est une unité de la grandeur vitesse. Cette grandeur est le quotient de la grandeur distance par la grandeur temps.

2 Les grandeurs simples sont la masse (en tonnes), la puissance (en kilowatts) et le temps (en heures).

L'aire (en mètres carrés) est une grandeur composée.

3 $\mathcal{E} = P \times t = 2 \times 24 \times 7 = 336 \text{ MW}\cdot\text{h}$

Cette éolienne peut fournir en une semaine 336 MW·h.

4 a. Vrai **b.** Faux **c.** Faux

5 a.

Grandeur	Unité
Vitesse	m/s
Puissance	W
Volume	m ³
Prix massique	€/kg
Débit	m ³ /s
Masse	kg
Durée	s
Aire	m ²

b. Les grandeurs composées s'obtiennent par le produit (ou le quotient) de plusieurs grandeurs simples.

6 1. a. $20 \text{ mm}^3 = 0,02 \text{ cm}^3$

b. $0,01 \text{ m}^3 = 10\,000 \text{ cm}^3$

c. $40 \text{ m}^3 = 400\,000 \text{ dL}$

2. a. $80 \text{ km/h} = \frac{80\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} \approx 22,2 \text{ m/s}$

b. $132 \text{ km/h} = \frac{132\,000 \text{ m}}{60 \text{ min}} = 2\,200 \text{ m/min}$

c. $5 \text{ m/s} = \frac{0,005 \text{ km}}{\frac{1}{3\,600} \text{ h}} = 18 \text{ km/h}$

3. a. $60 \text{ W}\cdot\text{h} = \frac{60 \text{ W}}{60 \text{ min}} = 1 \text{ W}\cdot\text{min}$

b. $120 \text{ W}\cdot\text{h} = \frac{0,120 \text{ kW}}{1 \text{ h}} = 0,12 \text{ kW}\cdot\text{h}$

c. $30 \text{ W}\cdot\text{s} = \frac{0,030 \text{ kW}}{\frac{1}{60} \text{ min}} \approx ,0005 \text{ kW}\cdot\text{min}$

7 a. $\mathcal{E} = P \times t = 30 \text{ W} \times 3,5 \text{ h}$
 $= 105 \text{ W}\cdot\text{h}$
 $= 0,105 \text{ kW}\cdot\text{h}$

b. $\mathcal{E} = 0,105 \text{ kW}\cdot\text{h} = 105 \text{ W}\cdot\text{h}$
 $= 105 \text{ W} \times 3\,600 \text{ s}$
 $= 378\,000 \text{ W}\cdot\text{s}$
 $= 378\,000 \text{ joules}$

Je m'entraîne

p. 316-317 du manuel

10 La puissance maximale d'un ordinateur est de 30 W (**b.**).

11 L'étiquette indique : 1,27 €/kg.

12 $\mathcal{E} = P \times t$

13 Le g/L ou le g/m³ sont des unités de concentration massique.

14 Non, le RNB s'exprime en €/habitant.

15 $2,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = \frac{0,0028 \text{ km}}{\frac{1}{3\,600} \text{ h}} = 10,08 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$

La vitesse du cycliste est 10,08 km·h⁻¹.

16 a. $\mathcal{V} = 6 \times 6 \times 6 = 216 \text{ m}^3$

Le volume du cube est 216 m³.

b. $216 \text{ m}^3 = 216\,000 \text{ dm}^3 = 216\,000\,000 \text{ cm}^3$

Grandeurs et mesures

17 a. $9,61 \times 35 = 336,35 \text{ €/semaine}$

Le salaire minimal est 336,35 €/semaine.

b. $9,61 \times 35 \times 4 = 1\,345,40 \text{ €/mois}$

Le salaire minimal est 1 345,40 €/mois.

18 Traduction : *Le tableau suivant indique combien de Britanniques utilisent les chaînes et les services de la BBC par semaine et combien de temps.*

	All BBC
Utilisation moyenne hebdomadaire (en millions)	47,6
Utilisation moyenne hebdomadaire (en %)	96,7
Temps hebdomadaire passé (par utilisateur)	18 h 15 min

a. Au Royaume-Uni, combien de personnes par semaine utilisent les chaînes et les services de la BBC ?

b. En une année, combien de temps passe chaque personne à utiliser les chaînes et les services de la BBC ?

a. En moyenne, 47,6 millions de personnes par semaine regardent les chaînes de la BBC.

b. Chaque spectateur passe en moyenne 949 h par an devant ces chaînes.

19 $\mathcal{E} = P \times t = 65 \times 2,25 = 146,25 \text{ W}\cdot\text{h}$

20 a. Le moteur tourne à 6 100 tr/min pour la voiture A et 9 000 tr/min pour la voiture B.

b. Non, il s'agit de la vitesse du moteur et non de la vitesse de la voiture.

21 a. $a = 188 \times 33,5 = 6\,298$

Lindbergh a parcouru 6 298 km.

b. $b = \frac{6\,298 \text{ km}}{\frac{10\,780}{3\,600} \text{ h}} \approx 2\,013 \text{ km/h}$

La vitesse moyenne était de 2 013 km/h.

22 $d = 299\,792\,458 \times \frac{1}{75} \approx 3\,997\,233 \text{ km}$

La distance entre ce satellite et la Terre est 3 997 233 km.

23 a. En 2010, le classement est le suivant (ordre croissant) : Soudan ; Espagne ; Vietnam ; Italie ; Japon ; France ; États-Unis.

En 2013, le classement est le suivant (ordre croissant) : Soudan ; Espagne ; Italie ; Vietnam ; Japon ; France ; États-Unis.

b. $\frac{35\,843}{7} \approx 5\,120$

Le rendement céréalier moyen des pays européens en 2013 est d'environ 5 120 kg/ha.

24 $100 \div 6 \times 60 = 1\,000 \text{ s} = 16 \text{ min } 40 \text{ s}$

$100\,000 \div 6 \times 60 = 1\,000\,000 \text{ s}$
 $= 277 \text{ h } 46 \text{ min } 40 \text{ s}$

Il faudra 16 min 40 s à l'escargot pour parcourir 1 m et 277 h 46 min 40 s pour 1 km.

25 $10\,000 \times 0,082 \times 1,32 = 1\,082,40$

Le budget annuel pour une voiture essence est 1 082,40 €.

$17\,000 \times 0,068 \times 1,10 = 1\,271,60$

Le budget annuel pour une voiture diesel est 1 271,60 €.

26 $\frac{5\,837}{6\,200} \times 60 \approx 56 \text{ min}$

Cet avion relierait Paris à New York en 56 min.

27 a. $\frac{20 \text{ g}}{100 \text{ mL}} = \frac{20 \text{ g}}{0,1 \text{ L}} = 200 \text{ g/L}$

La concentration massique est de 200 g/L.

b. $\frac{0,7 \text{ kg}}{1 \text{ L}} = \frac{700 \text{ g}}{1 \text{ L}} = 700 \text{ g/L}$

La concentration massique est de 700 g/L.

Je résous

p. 318-319 du manuel

28 $\frac{5,683 \times 10^{26}}{5,973 \times 10^{24}} \approx 95$

Dans cette comparaison, il est question de la masse.

29 a. $8,62 - 3,80 = 4,82 \text{ m}$

Le niveau de la Seine a augmenté de 4,82 m.

b. $328 \times 8 = 2\,624 \text{ m}^3/\text{s}$

Le débit de la Seine était 2 624 m³/s.

30 a. Le diamètre est multiplié par 1,3.

b. Le périmètre est multiplié par 1,3.

c. L'aire est multipliée par $1,3^2 = 1,69$.

31 $V = \pi \times 6^2 \times 26 = 936\pi \text{ cm}^3 = 0,000\,936\pi \text{ m}^3$

$0,000\,936\pi \times 800 \approx 2,352$

Si cette buche est en hêtre, elle pèse environ 2,352 kg.

$0,000\,936\pi \times 450 \approx 1,323$

Si cette buche est en sapin, elle pèse environ 1,323 kg. Cette buche est donc en sapin.

32 a. L'unité de l'IMC est le kg/m².

b. $\sqrt{\frac{50}{25}} \approx 1,41 \text{ m}$ $\sqrt{\frac{50}{18,5}} \approx 1,64 \text{ m}$

La personne mesure entre 1,41 m et 1,64 m.

33 a. $\mathcal{E} = 1\,300 \times 11 \times 21 = 300\,300 \text{ W}\cdot\text{h} = 300,3 \text{ kW}\cdot\text{h}$
L'énergie consommée sera de 300,3 kW·h.

b. $300,3 \times 15,5 = 4\,654 \text{ cts} = 46,546\,5 \text{ €}$

34 $\frac{340 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{1\,020 \text{ m}}{3 \text{ s}} = \frac{1,020 \text{ km}}{3 \text{ s}}$

La méthode est en effet pertinente.

35 Lampe fluoescence : $\frac{125 \text{ lm}}{15 \text{ W}} = 15 \text{ lm}\cdot\text{W}$

Halogène : $\frac{630 \text{ lm}}{42 \text{ W}} = 15 \text{ lm}\cdot\text{W}$

DEL : $\frac{136 \text{ lm}}{15 \text{ W}} = 9,1 \text{ lm}\cdot\text{W}$

L'halogène et la lampe fluoescence sont les plus efficaces.

36

Produits et services	Quantité	Prix (HT)
Serrure à trois points	1	120 €
Cornière anti-pince pour porte	1	49,50 €
Main d'œuvre (avec majoration)	1 h 30 min	135 €
Déplacement (avec majoration)	1	80 €
Total HT		385 €
Total TTC (TVA 5,5 %)		406 €

Produits et services	Quantité	Prix (HT)
Serrure à trois points	1	120 €
Cornière anti-pince pour porte	1	49,50 €
Main d'œuvre (avec majoration)	1 h 30 min	225 €
Déplacement (avec majoration)	1	140 €
Total HT		535 €
Total TTC (TVA 5,5 %)		564 €

Louise devra payer entre 406 € et 564 €.

Je m'évalue

p. 320 du manuel

37	38	39	40	41	42	43	44	45
b. d.	c. d.	d.	d.	b.	d.	a. b.	a. b. c.	c.

46 a. $1\,900 \times 15 = 28\,500$

Cette pluviométrie équivaut à 28 500 L pour un terrain de 15 m².

b. $1\,900 \times 30 = 57\,000$

Cette pluviométrie équivaut à 57 000 L pour un terrain de 30 m².

47 1. $5 \times 5 = 25$

L'aire d'une face est 25 cm².

$5 \times 5 \times 5 = 125$

Le volume du cube est 125 cm³.

2. a. $5 \times 3 = 15$

La nouvelle longueur de l'arête est 15 cm.

b. $15 \times 15 = 225$

L'aire d'une face est 225 cm².

$15 \times 15 \times 15 = 3\,375$

Le volume du cube est 3 375 cm³.

c. L'aire a été multipliée par 3² = 9.

Le volume a été multiplié par 3³ = 27.

48 a. $300 \text{ m}^3 = 300\,000 \text{ L} = 3\,000 \text{ hL}$

b. $45 \text{ kW}\cdot\text{h} = 45\,000 \text{ W} \times 60 \text{ min}$
 $= 2\,700\,000 \text{ W}\cdot\text{min}$

c. $7 \text{ g/L} = \frac{7\,000 \text{ mg}}{10 \text{ dL}} = 700 \text{ mg/dL}$

49 a. $1 \text{ Gbits/s} = 1\,000\,000\,000 \text{ bits/s}$

b. $10^9 \text{ bits/s} = \frac{10^9}{8} \text{ octet/s}$
 $= 125\,000\,000 \text{ octet/s}$

c. $\frac{500 \text{ Mo}}{125\,000\,000 \text{ octets/s}} = \frac{500\,000\,000 \text{ octets}}{125\,000\,000 \text{ octets/s}} = 4 \text{ s}$

Avec ce débit, il faut 4 s pour télécharger un fichier de 500 Mo.

50 $20 \text{ L/min} - 8 \text{ L/min} = 12 \text{ L/min}$

$15 \text{ L/min} - 8 \text{ L/min} = 7 \text{ L/min}$

$3,281\,4 \text{ €/m}^3 = \frac{3,281\,4}{1\,000 \text{ L}} = 0,003\,281\,4 \text{ €/L}$

$365 \times 4 \times 4 \times 12 \times 0,003\,281\,4 \approx 229,96$

$365 \times 4 \times 4 \times 7 \times 0,003\,281\,4 \approx 134,14$

L'économie réalisée sera comprise entre 134,14 € et 229,96 €.

51 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

52 a. Les grandeurs utilisées sont la longueur (en m), la masse (en Mt), le volume (en m³) et l'aire (en ha).

b. Les grandeurs composées sont le volume et l'aire.

c. Recherche réalisée par l'élève en classe ou à la maison.

1 a. $v = \frac{560\,000\,000 \text{ km}}{255 \times 24 \text{ h}} = 91\,500 \text{ km/h}$

b. $t = \frac{248\,000\,000 \text{ km}}{300\,000 \text{ km/s}} = \frac{2\,480}{3} \text{ s}$
= 49 600 min
= 826 h 40 min
= 34 j 10 h 40 min

Les images sont parvenues à 17 h 48 min, le 9 septembre 2012.

2 $170\,000 \div 3\,000 \times 8\,000 = 453\,333$

L'appartement a été vendu 453 333 € en 2011 d'après le graphique.

3 $70 \times 1,5 = 105$

Audrey a parcouru 105 km sur la route nationale.
 $1 \text{ h } 30 \text{ min} + 1 \text{ h } 45 \text{ min} = 3 \text{ h } 15 = 3,25 \text{ h}$

Le temps total du trajet est 3,25 h.

$$100 \times 3,25 = 325$$

La distance totale parcourue est 325 km

$$325 - 105 = 225$$

La distance sur autoroute est 225 km

$$225 \div 1,75 \approx 126,8$$

La vitesse sur autoroute est 126,8 km/h.

Audrey a respecté la limitation de vitesse.

4 $V_{\text{boule}} = \frac{4}{3}\pi \times 33,5^3$

$$7\,775 \text{ kg/m}^3 = 0,007\,775 \text{ g/mm}^3$$

La masse volumique est 0,007 775 g/mm³.

$$\frac{4}{3}\pi \times 33,5^3 \times 0,007\,775 \text{ g} \approx 1\,224 \text{ g}$$

Si la boule est pleine, sa masse sera 1 224 g.

La boule est donc creuse.

UNITÉ J Cas particuliers des grandeurs géométriques

Progression dans l'unité

Chapitre	5 ^e	4 ^e	3 ^e
21. Mesurer, comparer, calculer des longueurs, des aires, des angles	Notion d'aire et périmètre (triangle, cercle, etc.)		Aire de la sphère Effet des transformations du plan sur les longueurs, aires, angles (1)
22. Mesurer, comparer, calculer des volumes	Volume d'un prisme droit, volume d'un cylindre	Volume d'une pyramide, volume d'un cône	Volume de la boule Effet d'un agrandissement / d'une réduction sur les volumes

(1) Voir le chapitre 24.

1 a. $3 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 18 \text{ cm} = 26 \text{ cm}$

b. $2 \text{ dm} + 4 \text{ cm} + 1 \text{ dm} = 34 \text{ cm}$

c. $1 \text{ m} + 10 \text{ dm} + 100 \text{ cm} = 30 \text{ dm}$

d. $2 \text{ m} + 2 \text{ cm} = 20,2 \text{ dm}$

e. $1 \text{ km} + 150 \text{ m} + 2 \text{ dm} = 1\,150,2 \text{ m}$

2 a. $\mathcal{P} = 2 \times (AB + BC) = 2 \times 10 = 20 \text{ cm}$

$\mathcal{A} = AB \times BC = 6 \times 4 = 24 \text{ cm}^2$

b. $\mathcal{P} = 2 \times (IJ + JK) = 2 \times 9 = 18 \text{ cm}$

$\mathcal{A} = IJ \times JK = 6,5 \times 2,5 = 16,25 \text{ cm}^2$

c. $\mathcal{P} = 4 \times EF = 4 \times 5 = 20 \text{ dm}$

$\mathcal{A} = EF \times EF = 5 \times 5 = 25 \text{ dm}^2$

3 a. $12 \text{ dm}^3 = 12 \text{ L}$

b. $12 \text{ dm}^3 = 12\,000 \text{ mL}$

c. $3,5 \text{ m}^3 = 3\,500 \text{ L}$

d. $3,5 \text{ m}^3 = 350\,000 \text{ cL}$

e. $49 \text{ L} = 49\,000 \text{ cm}^3$

f. $49 \text{ L} = 0,049 \text{ m}^3$

g. $2,7 \text{ cL} = 27\,000 \text{ mm}^3$

h. $2,7 \text{ cL} = 27 \text{ cm}^3$

4 $\mathcal{V} = 1 + 4 + 3 + 5 = 13 \text{ cubes}$

b. $\mathcal{V} = 1 + 1 + 3 + 6 = 11 \text{ cubes}$

c. $\mathcal{V} = 1 + 2 + 7 + 3 = 13 \text{ cubes}$

5 a. $53 \text{ m}^3 = 53\,000 \text{ L}$

Cela correspond à 53 000 L d'eau.

b. $\mathcal{A}_{\text{base du pavé}} = 1 \times 1 = 1 \text{ m}^2$

$h = 53 \div 1 = 53$

L'eau s'élèverait à 53 m de hauteur.

6 $\mathcal{P} = AB + BC + DE + \pi \times DC$

$= 3 + 2 + 1 + \pi \times 2 \approx 12 \text{ cm}$

Le périmètre de la figure est environ 12 cm.

b. $\mathcal{A} = \mathcal{A}_{\text{ABCD}} + \mathcal{A}_{\text{disque}}$

$= 3 \times 2 + \pi \times 1^2 = 6 + \pi \approx 9 \text{ cm}^2$

L'aire de la figure est environ 9 cm².

21. Mesurer, comparer, calculer des longueurs, des aires, des angles

Quel est le problème ? p. 327 du manuel

Intérêt du problème posé

La situation permet de revoir les grandeurs longueur, aire et angle :

- l'échelonnage des départs est l'occasion de comparer des longueurs ;
- le calcul de la longueur d'un couloir requiert la formule du périmètre du cercle, de chercher une méthode pour calculer la longueur d'un arc de cercle et de mesurer ses angles ;
- le calcul de la surface de la pelouse permet de réinvestir les formules d'aire du rectangle et du disque.

Questions possibles

1. Pourquoi le départ du 400 m est-il échelonné ?
2. Comment calculer la longueur d'un couloir ?
3. Quelle est l'aire de la pelouse ?

Exemple de résolution

1. Plus on s'éloigne vers l'extérieur du stade, plus la longueur de la partie courbe est grande. En mettant les départs sur la même ligne, les coureurs extérieurs auraient une distance plus grande à parcourir.

2. Prenons l'exemple du couloir n° 2.

L'angle \widehat{CDE} mesure 45° , donc la longueur du couloir est :

$$80 \times 2 + \frac{7}{8} \times 2\pi \times (50 - 2 \times 1,22) \approx 421 \text{ m.}$$

Prolongement possible : Le résultat invite les élèves à s'interroger sur l'exactitude du schéma et permet, éventuellement, de leur proposer de réaliser un plan précis.

3. $100 - 12 \times 1,22 = 85,36$

La partie centrale est un rectangle de largeur 80 m et de longueur 85,36 m.

$$50 - 6 \times 1,22 = 42,68$$

Les parties latérales sont deux demi-disques de rayon 42,68 m.

$$80 \times 85,36 + \pi \times 42,68^2 \approx 12\,552 \text{ m}^2 \text{ (arrondi au m}^2 \text{ près)}$$

L'aire de la pelouse est environ $12\,552 \text{ m}^2$.

Calcul des aires de figures planes

1 **1. a.** $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} \mathcal{A}_{ABCD} = \frac{7 \times 4}{2} = 14 \text{ cm}^2$

On peut faire démontrer qu'en juxtaposant deux triangles rectangles par leurs hypoténuses, on obtient un rectangle.

b. Si on appelle a et b les longueurs des côtés de l'angle droit, alors l'aire du triangle est $\frac{a \times b}{2}$.

2. a. $\mathcal{A}_{EFG} = \frac{2 \times 5}{2} + \frac{4 \times 5}{2} = 15 \text{ cm}^2$ $\mathcal{A}_{RST} = \frac{4 \times 7}{2} + \frac{4 \times 2}{2} = 10 \text{ cm}^2$

b. Le fichier corrigé est disponible dans le manuel interactif.

On trace la hauteur h issue du sommet H qui coupe le segment [IJ] en P avec :

$$HP = 5,5 \quad P = 2,6 \quad PJ = 4,7$$

$$\mathcal{C} = \frac{5,5 \times 2,6}{2} + \frac{5,5 \times 4,7}{2} = 20,075 \text{ cm}^2$$

On trace la hauteur h issue du sommet M qui forme un angle droit \widehat{KQM} avec :

$$KL = 6,1 \quad MQ = 3,8 \quad LQ = 1,6$$

$$\mathcal{A}_{KML} = \frac{3,8 \times 7,7}{2} + \frac{3,8 \times 1,6}{2} = 11,59 \text{ cm}^2$$

c. La hauteur désigne la distance entre un sommet et le côté opposé à ce sommet (cette distance s'obtient en traçant la droite passant par ce sommet et perpendiculaire au côté opposé).

La base est la longueur du côté opposé. En suivant les démarches précédentes et en utilisant la distributivité, on obtient la formule proposée par Saralou.

$$\mathcal{A}_{\text{triangle}} = \frac{b \times h}{2}$$

2 *Le fichier corrigé est disponible dans le manuel interactif.*

Cette activité a pour but de conjecturer la proportionnalité entre le périmètre du cercle et son rayon. Elle est l'occasion :

- de s'initier à la manipulation d'un curseur sur un logiciel de géométrie dynamique ;
- éventuellement, d'utiliser le tableau du logiciel pour collecter les données ;
- de réinvestir la notion de proportionnalité.

Faisons le bilan

La formule $\mathcal{A}_{\text{triangle}} = \frac{b \times h}{2}$ est valable pour n'importe quel triangle.

Pour un triangle rectangle, la hauteur et la base sont les côtés de l'angle droit.

Découvrir l'effet d'une transformation sur une figure

3 *Le fichier est disponible dans le manuel interactif.*

Faisons le bilan

Un triangle et son image par une translation, une symétrie ou une rotation a des angles de même mesure, des côtés de même longueur et des aires égales.

4 *Le fichier est disponible dans le manuel interactif.*

Faisons le bilan

Dans une homothétie de rapport k , les angles sont conservés, les longueurs sont multipliées par k et les aires sont multipliées par k^2 .

J'applique

p. 329 du manuel

- 1 a.** La figure 2 a le plus long périmètre.
b. La figure 1 a la plus grande aire.

2 a. Le calcul du périmètre de ce triangle nécessite l'utilisation du théorème de Pythagore qu'un élève ne connaît pas encore en début de cycle.

$$\mathcal{A} = \frac{5 \times 5,1}{2} = 12,75 \text{ cm}^2$$

b. $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r = 4\pi \text{ cm} \approx 12,6 \text{ cm}$

$$\mathcal{A} = \pi \times r^2 = \pi + 2^2 = 4\pi \text{ cm}^2 \approx 12,6 \text{ cm}^2$$

c. $\mathcal{P} = 3 \times 2 + 2 \times 4 + \pi \times 2 = 14 + 2\pi \text{ cm} \approx 20,3 \text{ cm}$

$$\mathcal{A} = 6 \times 3 - \pi \times 1^2 = 18 - \pi \text{ cm}^2 \approx 14,9 \text{ cm}^2$$

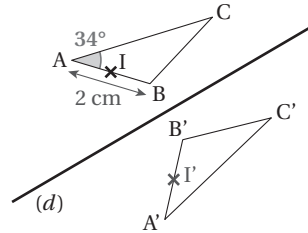
3 a. $\mathcal{A} = 4 \times \pi \times r^2 = 4 \times \pi \times 6371^2$
 $= 162\,358\,564\pi \text{ km}^2$
 $\approx 510\,064\,472 \text{ km}^2$

L'aire de la surface de la Terre, arrondie au km^2 , est $510\,064\,472 \text{ km}^2$.

b. $\mathcal{A} = 4 \times \pi \times r^2 = 4 \times \pi \times 21,335^2 = 1\,820,728\,9\pi \text{ mm}^2$
 $\approx 5\,720 \text{ mm}^2$

L'aire d'une balle de golf, arrondie au mm^2 , est $5\,720 \text{ mm}^2$.

4 1.



2. a. $A'B' = AB = 2 \text{ cm}$ $A'I = AI = 1 \text{ cm}$

b. $\widehat{B'A'C'} = \widehat{BAC} = 34^\circ$

c. $\mathcal{A}_{A'B'C'} = \mathcal{A}_{ABC} = 3 \text{ cm}^2$

5 1. c.

2. a.

Je m'entraîne

p. 332-333 du manuel

8 a. $\mathcal{P}_A = \mathcal{P}_B$ $\mathcal{A}_A < \mathcal{A}_B$

b. $\mathcal{P}_A < \mathcal{P}_B$ $\mathcal{A}_A = \mathcal{A}_B$

9 $\mathcal{P}_1 = 2 \times (3 + 5) = 16 \text{ cm}$

$$\mathcal{A}_1 = 3 \times 5 = 15 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{P}_2 = 5 + 5 + 4 = 14 \text{ cm}$$

$$\mathcal{A}_2 = \frac{5 \times 3,7}{2} = 9,25 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{P}_3 = 2 \times \pi \times 2,5 = 5\pi \approx 15,7 \text{ cm}$$

$$\mathcal{A}_3 = \pi \times 2,5^2 \approx 19,6 \text{ cm}^2$$

a. $\mathcal{P}_2 < \mathcal{P}_3 < \mathcal{P}_1$

b. $\mathcal{A}_2 < \mathcal{A}_1 < \mathcal{A}_3$

10 a. $\mathcal{P} = 2 \times 6 + 3 \times \pi \approx 21 \text{ cm}$

b. $\mathcal{P} = 30\pi \approx 90 \text{ cm}$

c. $\mathcal{P} = 2 + 2 + 2 \times \pi \div 4 \approx 5,5 \text{ cm}$

11 a. $\widehat{ABC'} = \widehat{A'BC'} = \widehat{ABC} = 44^\circ$

L'angle $\widehat{ABC'}$ mesure 44° .

b. $\mathcal{P}_{ABC'AC} = 3 + 4 + 4 + 4 + 6 = 21 \text{ cm}$

12 $\mathcal{P}_{\text{bleu}} = \frac{1}{2} \times 25 = 14 \text{ cm}$

$$\mathcal{P}_{\text{vert}} = \frac{3}{2} \times 14 = 21 \text{ cm}$$

$$\mathcal{A}_{\text{bleu}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 54 = 13,5 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{A}_{\text{vert}} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 13,5 = 30,375 \text{ cm}^2$$

13 $AD = \frac{1}{2}AB$

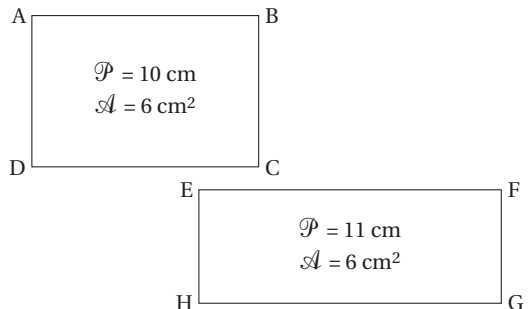
Le triangle ADE est une réduction du triangle ABC de coefficient $\frac{1}{2}$.

$$\mathcal{A}_{ADE} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{4} \mathcal{A}_{ABC}$$

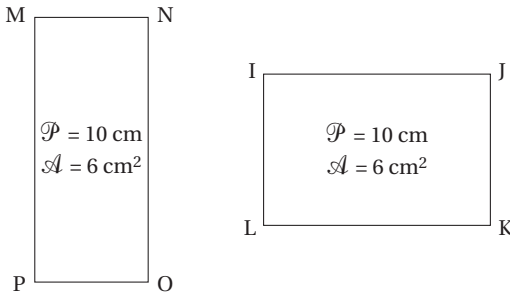
$$\mathcal{A}_{BDEC} = \frac{3}{4} \mathcal{A}_{ABC}$$

Calculer des périmètres et des aires

14 a.



b.



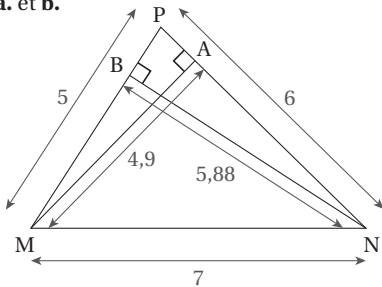
15 a. $\mathcal{A} = \frac{3,5 \times 5,6}{2} = 9,8 \text{ cm}^2$

b. $\mathcal{A} = \frac{3 \times 5}{2} = 7,5 \text{ cm}^2$ c. $\mathcal{A} = \frac{4,2 \times 6}{2} = 12,6 \text{ cm}^2$

16

	Triangle A	Triangle B	Triangle C
Base	6 m	7,2 cm	8 mm
Hauteur	3 m	5 cm	7 mm
Aire	9 m ²	18 cm ²	28 mm ²

17 a. et b.



c. $\mathcal{A}_{MNP} = \frac{5 \times 5,88}{2} = 14,7 \text{ cm}^2$

$\mathcal{A}_{MNP} = \frac{4,9 \times 6}{2} = 14,7 \text{ cm}^2$

18

	\mathcal{C}_1	\mathcal{C}_2
Rayon	6 cm	5 mm
Diamètre	12 cm	10 mm
Périmètre du cercle	$12\pi \text{ cm}$	$10\pi \text{ mm}$
Aire du disque	$36\pi \text{ cm}^2$	$25\pi \text{ mm}^2$

	\mathcal{C}_3	\mathcal{C}_4
Rayon	3,5 m	9 cm
Diamètre	7 m	18 cm
Périmètre du cercle	$7\pi \text{ m}$	$18\pi \text{ cm}$
Aire du disque	$12,5\pi \text{ m}^2$	$81\pi \text{ cm}^2$

19 $\mathcal{P}_1 = \frac{3}{4} \times 2 \times \pi \times 2 + 2 \times 2 = 13,4 \text{ cm}$

$\mathcal{A}_1 = \frac{3}{4} \times \pi \times 2^2 = 3\pi \text{ cm}^2 \approx 9,4 \text{ cm}^2$

$\mathcal{P}_2 = \frac{1}{2} \times 3 \times \pi + 3 \times 3 = 13,7 \text{ cm}$

$\mathcal{A}_2 = \frac{1}{2} \times \pi \times 3^2 + 3^2 = 4,5\pi + 9 \text{ cm}^2 \approx 23,1 \text{ cm}^2$

$\mathcal{P}_3 = 2 \times \pi = 2\pi \text{ cm} \approx 6,3 \text{ cm}$

$\mathcal{A}_3 = \pi \times 1^2 = \pi \text{ cm}^2 \approx 3,1 \text{ cm}^2$

a. (2) a le plus grand périmètre.

b. (2) a la plus grande aire.

20 $\mathcal{A} = 2 \times \left(\frac{8 \times 3,6}{2} + 3 \times 8 \right) = 76,8 \text{ m}^2$

$76,8 \div 20 = 3,84$

Elle devra prévoir 4 pots de peinture.

Effets des transformations du plan

21 Traduction : Le carré ABCD est l'image du carré EFGH par l'homothétie de centre O et de rapport 3.

► Calculer l'aire de la surface verte.

$\mathcal{A} = 6^2 - 2^2 = 36 - 4 = 32 \text{ cm}^2$

22 $\widehat{FED} = \widehat{GHK} = \widehat{ABC} = 63^\circ$

$\widehat{FDE} = \widehat{HKG} = \widehat{BAC} = 61^\circ$

$\widehat{EFD} = \widehat{GKH} = \widehat{ACB} = 56^\circ$

$DE = GH = AB = 4,5 \text{ cm}$

$DF = GK = AC = 4,8 \text{ cm}$

$EF = HK = BC = 4,7 \text{ cm}$

23 a. $\widehat{KHG} = \widehat{ABC} = 63^\circ$

$\widehat{HGK} = \widehat{BAC} = 61^\circ$

$\widehat{GKH} = \widehat{ACB} = 56^\circ$

$GK = 2 \times AC = 9,6 \text{ cm}$

$GH = 2 \times AB = 9 \text{ cm}$

$HK = 2 \times BC = 9,4 \text{ cm}$

b. $\mathcal{P} = 9,6 + 9 + 9,4 = 28 \text{ cm}$

c. $\mathcal{A} = 2^2 \times 9,5 = 38 \text{ cm}^2$

24 $\mathcal{A} = 50^2 \times 420 = 1\,050\,000 \text{ cm}^2 = 105 \text{ m}^2$

Cet appartement peut convenir à M. Home.

25 a. $\mathcal{A} = \pi \times 8,1^2 = 65,61\pi \approx 206,1$

L'aire sur l'image au microscope est environ égale à 206,1 mm².

b. $\mathcal{A}_{réelle} = 65,61\pi \div 1\,200^2 \approx 0,000\,143\,1$

L'aire réelle est égale à environ 0,000 143 1 mm², soit environ 143 μm².

Je résous

p. 334-335 du manuel

26 $\mathcal{P}_A = 32 \text{ m}$ $\mathcal{A}_A = 55,5 \text{ m}^2$

$\mathcal{P}_B = 20 + 6\sqrt{5} \text{ m}$ $\mathcal{A}_B = 60 \text{ m}^2$

$\mathcal{P}_C = 32 \text{ m}$ $\mathcal{A}_C = 48 \text{ m}^2$

$\mathcal{P}_D = 32 \text{ m}$ $\mathcal{A}_D = 60 \text{ m}^2$

a. Il peut clôturer les platebandes A, C et D.

b. Il peut ensemercer la platebande D.

c. Il peut clôturer et ensemercer la platebande D.

27 Les triangles ont tous la même aire car ils ont la même base et la même hauteur.

28 $\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times 0,6 \times 1,2 = 0,36 \text{ m}^2$

L'aire de la surface blanche est $0,36 \text{ m}^2$.

29 a. $\mathcal{A}_{EFGH} = 4 \times \frac{3,5 \times 2}{2} = 14 \text{ cm}^2$

b. $\mathcal{A}_{EFGH} = 4 \times \frac{\frac{D}{2} \times \frac{d}{2}}{2} = 4 \times \frac{D \times d}{2} = \frac{D \times d}{2}$

30 $\mathcal{A}_1 = \pi \times \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a \times a}{2}$

$= \frac{\pi}{4} a^2 - \frac{a^2}{2} = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) a^2$

$\approx 0,29 a^2$

$\mathcal{A}_2 = a^2 - \pi \times \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$= a^2 - \frac{\pi}{4} a^2 = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) a^2$

$\approx 0,21 a^2$

La première figure a la plus grande aire.

31 a. Vrai : $\frac{21 \times 29,7}{2} = 311,85 \text{ cm}^2$

b. Faux : $2 \times \left(21 + \frac{29,7}{2}\right) = 71,7 \text{ cm}$

$2 \times \left(29,7 + \frac{21}{2}\right) = 80,4 \text{ cm}$

32 a. Vrai : $2^2 - 1 = 3$

b. Faux : L'aire sera multipliée par 4.

33 a. $\frac{CA'}{CA} = \frac{CB'}{CB} = \frac{A'B'}{AB}$

$\frac{3,5}{CA} = \frac{4,5}{CB} = \frac{4}{6}$

$CA = \frac{3,5 \times 6}{4} = 5,25 \text{ cm}$

$CB = \frac{4,5 \times 6}{4} = 6,75 \text{ cm}$

$\mathcal{P}_{ABC} = 6 + 5,25 + 6,75 = 18 \text{ cm}$

b. $h' = \frac{6,3 \times 2}{4} = 3,15 \text{ cm}$

c. $\mathcal{A}_{ABC} = \left(\frac{6}{4}\right)^2 \times \mathcal{A}_{A'B'C'} = 1,5^2 \times 6,3 = 14,175 \text{ cm}^2$

$\mathcal{A}_{ABB'A'} = \mathcal{A}_{ABC} - \mathcal{A}_{B'C'} = 14,175 - 6,3 = 7,875 \text{ cm}^2$

34 $\mathcal{A}_{\text{ext}} = 2 \times (40 \times 30 + 40 \times 20 + 30 \times 20) - 6 \times 10^2$

$\mathcal{A}_{\text{int}} = 2 \times (30 \times 10 + 20 \times 10 + 10 \times 10)$

$\mathcal{A}_{\text{totale}} = 4\,600 - 1\,200 = 5\,800 \text{ cm}^2$

35 $\frac{4 \times \pi \times 5^2}{6 \times 10^2} = \frac{100\pi}{600} = \frac{\pi}{6} \approx 0,52$

La surface de la sphère représente 52 % de la surface du cube.

36 a. $4 \times \pi \times 10^2 = 400\pi \text{ cm}^2$

La surface de la sphère totale est $400\pi \text{ cm}^2$.

b. La section est un cercle de centre H.

c. $HM^2 = IM^2 - IH^2 = 10^2 - 8^2 = 36$

$HM = 6 \text{ cm}$

37 $\pi \times 4\,000^2 = 16\,000\,000\pi \text{ km}^2 \approx 50\,265\,482 \text{ km}^2$

La surface de l'Antarctique est environ égale à $50\,265\,482 \text{ km}^2$.

Je m'évalue

p. 336 du manuel

38	39	40	41	42	43	44	45	46
b.	b. c.	c. d.	c.	b.	a. c. d.	c.	c.	a.

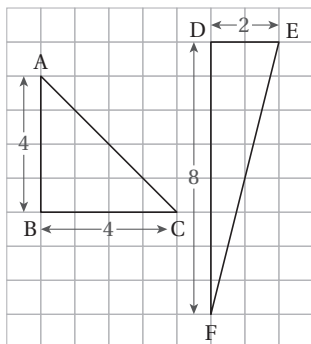
47 a. $\mathcal{A}_{\text{ABCDEFGHI}} = 8 \text{ cm}^2$

$\mathcal{A}_{\text{JKLM}} = 5 \text{ cm}^2$

$\mathcal{A}_{\text{RSTUVWXYZ}} = 4 \text{ cm}^2$

b. Le périmètre de la figure 3 est 10 cm

c.



48 a. $12 \times 9 = 108 \text{ m}^2$

La surface au sol de la maison est 108 m^2 .

b. $k = \frac{\text{IK}_1}{\text{IK}_2} = \frac{4,5}{6,75} = \frac{2}{3}$

$\mathcal{A}_{\text{TRMS}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \mathcal{A}_{\text{ABCD}} = \frac{4}{9} \times 108 = 48 \text{ m}^2$

La surface au sol du grenier est 48 m^2 .

49 1. a. La figure 2 a le même périmètre que la pièce de puzzle.

b. La figure 1 a la même aire que la pièce de puzzle.

2. $\mathcal{P} = 12 + 2 \times \pi = 12 + 2\pi \text{ cm} \approx 18,3 \text{ cm}$

$\mathcal{A} = 5 \times 3 = 15 \text{ cm}^2$

50 $\widehat{\text{RTS}} = \widehat{\text{NPO}} = 37^\circ$, car la symétrie centrale conserve les angles.

b. Le périmètre de RST est le même que celui de NOP, soit $4 + 3 + 5 = 12 \text{ cm}$ car la symétrie centrale conserve les longueurs.

c. L'aire de RST est la même que celle de NOP, soit $\frac{4 \times 3}{2} = 6 \text{ cm}^2$, car la symétrie centrale conserve les aires.

51 a. $\mathcal{A}_1 = \frac{3}{4} \mathcal{A}_0$

b. $\mathcal{A}_2 = \frac{3}{4} \mathcal{A}_1 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \mathcal{A}_0$

$\mathcal{A}_3 = \frac{3}{4} \mathcal{A}_2 = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \mathcal{A}_0$

On peut conjecturer que $\mathcal{A}_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n \mathcal{A}_0$.

52 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

53 $\pi \times 8,8 \times 2 \times 125^2 = 275\,000\pi = 27,5\pi \text{ m}^2 \approx 86,4 \text{ m}^2$

La surface de bois nécessaire est environ égale à $86,4 \text{ m}^2$.

$\frac{1}{2} \times \pi \times 4,4^2 \times 125^2 = 151\,250\pi \text{ cm}^2 = 15,125\pi \text{ m}^2 \approx 47,5 \text{ m}^2$

La surface de panneaux solaires est d'environ $47,5 \text{ m}^2$.

22. Mesurer, comparer, calculer des volumes

Quel est le problème ? p. 339 du manuel

Intérêt du problème posé

Cette situation permet d'utiliser la formule du volume d'une boule, de faire le lien avec les grandeurs composées et la proportionnalité.

Questions possibles

1. Quel est le volume d'air dans la waterball ?
2. Quel est le volume de dioxygène dans la waterball ?
3. Combien de dioxygène va être consommé par Clarisse ?
4. Des risques de complications respiratoires sont-ils possibles ?
5. Combien de temps peut-elle rester au maximum dans la waterball sans risque ?

Exemple de résolution

$$1. r = \frac{D}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Le diamètre de la boule est égal à 1 m.

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 1^3 = \frac{4}{3} \pi \text{ m}^3 \approx 4,189 \text{ m}^3$$

La waterball contient environ 4,189 m³ d'air, soit environ 4 189 L.

$$2. V_{\text{dioxygène}} = \frac{21}{100} \times V = \frac{21}{100} \times \frac{4}{3} \times \pi = 0,28\pi \text{ m}^3 \approx 0,880 \text{ m}^3$$

La waterball contient 0,880 m³ de dioxygène, soit 880 L de dioxygène.

3.

Temps (en min)	1	15
Consommation de dioxygène (en mL)	600	9 000

En 15 minutes, Clarisse va consommer 9 000 mL, soit 9 L de dioxygène.

$$4. V_{\text{dioxygène limite}} = \frac{15}{100} \times V = \frac{15}{100} \times \frac{4}{3} \times \pi = 0,2\pi \approx 0,628 \text{ m}^3 \approx 628 \text{ L}$$

880 - 9 = 771 et 771 > 628. Clarisse ne court aucun risque.

$$5. 880 - 628 = 252 \text{ L} = 252 000 \text{ mL}$$

Temps (en min)	1	x
Consommation de dioxygène (en mL)	600	252 000

$$x = \frac{252 000}{600} = 420$$

420 minutes correspondent à 7 h.

Clarisse peut rester 7 h au maximum dans la waterball.

Découvrir des formules de volumes

1 1. a. et b.

	Base	Aire	Hauteur	Longueur de la hauteur
Pyramide 1	BCHG	c^2	[AB]	c
Pyramide 2	CDEH	c^2	[AD]	c
Pyramide 3	EFGH	c^2	[AF]	c

2. Les trois pyramides sont identiques, elles ont donc le même volume.

3. Quand on rassemble les pyramides, on obtient le cube, donc le volume d'une pyramide est le tiers du volume du cube.

2 1. [OA] est la hauteur du cône et $OA = R$.

Le triangle OAB est donc isocèle en A.

2. a. Les sections du cylindre sont des disques de rayon R et d'épaisseur e .

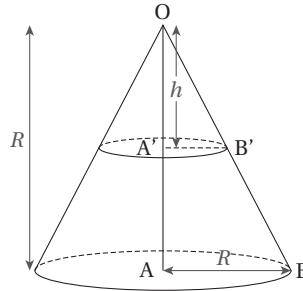
b. (1) Le triangle $OA'B'$ est une réduction du triangle OAB de rapport k .

$$k = \frac{OA'}{OA} = \frac{h}{R}$$

donc $A'B' = k \times AB$

$$= \frac{h}{R} \times R$$

$$= h$$



(2) Le triangle $OA'C$ est rectangle en A' .

D'après le théorème de Pythagore :

$$OC^2 = OA'^2 + A'C^2$$

$$R^2 = h^2 + r^2$$

Donc $r^2 = \sqrt{R^2 - h^2}$ (car $r > 0$ est une longueur).

$$c. \mathcal{V}_1 = \pi R^2 \times e$$

$$\mathcal{V}_2 = \pi h^2 \times e$$

$$\mathcal{V}_3 = \pi r^2 \times e = \pi(R^2 - h^2) \times e$$

$$d. R^2 = h^2 + R^2 - h^2$$

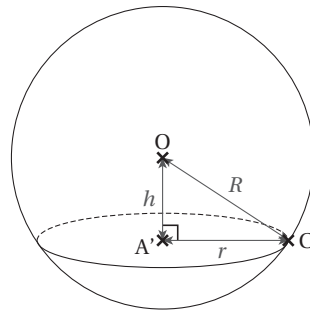
$$\text{Donc } \mathcal{V}_1 = \mathcal{V}_2 + \mathcal{V}_3.$$

$$e. \mathcal{V}_{\text{boule}} = \mathcal{V}_{\text{cylindre}} - \mathcal{V}_{\text{sablier}}$$

$$\text{or } \mathcal{V}_{\text{cylindre}} = \pi R^2 \times 2R = 2\pi R^3,$$

$$\text{et } \mathcal{V}_{\text{sablier}} = 2 \times \mathcal{V}_{\text{cône}} = 2 \times \frac{1}{3} \times \pi R^2 \times R = \frac{2}{3} \times \pi R^3.$$

$$\text{Donc } \mathcal{V}_{\text{boule}} = 2\pi R^3 - \frac{2}{3} \times \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi R^3$$



Faisons le bilan

• Le volume d'un pavé droit de base rectangulaire, de longueur L , de largeur l et de hauteur h se calcule : $\mathcal{V} = L \times l \times h$.

Pour un cube de côté c , on a : $\mathcal{V} = c^3$.

• Le volume du prisme et du cylindre se calcule : $\mathcal{V} = \mathcal{A}_{\text{base}} \times h$.

• Le volume d'une pyramide ou d'un cône se calcule : $= \frac{1}{3} \mathcal{A}_{\text{base}} \times h$.

• Le volume d'une boule de rayon r se calcule : $\mathcal{V} = \frac{4}{3} \pi r^3$.

Découvrir l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les volumes

3

1. (OA) et (SO) sont perpendiculaires.

(OA) et (O'A') sont parallèles.

Si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Donc SO'A' est rectangle en O'.

2. a. Les droites (OA) et (O'A') sont parallèles.

Les droites (AA') et (OO') se coupent en S.

D'après le théorème de Thalès, on a $\frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{O'A'}{OA}$.

On utilise $\frac{SO'}{SO} = \frac{O'A'}{OA}$.

$$\frac{2}{8} = \frac{O'A'}{10}$$

$$O'A' = \frac{2}{8} \times 10$$

$$O'A' = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} \text{ cm}$$

O'A' mesure $\frac{5}{2}$ cm.

b. $\mathcal{A}_{\text{disque}} = \pi \times R^2$

Donc $\mathcal{A}_{\text{petit disque}} = \pi \times O'A'^2 = \frac{25}{4} \pi \text{ cm}^2$,

et $\mathcal{A}_{\text{grand disque}} = \pi \times OA^2 = 100 \pi \text{ cm}^2$

c. $\mathcal{V}_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \mathcal{A}_{\text{base}} \times h$

Donc $\mathcal{V}_{\text{petit cône}} = \frac{1}{3} \mathcal{A}_{\text{petit disque}} \times SO' = \frac{1}{3} \times \frac{25}{4} \pi \times 2 = \frac{25}{6} \pi \text{ cm}^3$.

$\mathcal{V}_{\text{grand cône}} = \frac{1}{3} \mathcal{A}_{\text{grand disque}} \times SO = \frac{1}{3} \times 100 \pi \times 8 \text{ cm}^3$

3. a. Le coefficient de proportionnalité des longueurs est $\frac{SO'}{SO} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

b. Le coefficient de proportionnalité des aires est :

$$\mathcal{A}_{\text{petit disque}} \div \mathcal{A}_{\text{grand disque}} = \frac{\frac{25}{4} \pi}{100 \pi} = \frac{25}{4} \times \frac{1}{100} = \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

c. Le coefficient de proportionnalité des volumes est :

$$\mathcal{V}_{\text{petit cône}} \div \mathcal{V}_{\text{grand cône}} = \frac{\frac{25}{6} \pi}{\frac{800}{3} \pi} = \frac{25}{3 \times 2} \times \frac{3}{25 \times 4 \times 8} = \frac{1}{64} = \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

Faisons le bilan

Sous l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k , les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3 .

1 a. $\mathcal{V}_{\text{prisme}} = \mathcal{B} \times h = 3 \times 6 \times 5 = 90 \text{ m}^3$

b. $\mathcal{V}_{\text{cylindre}} = \mathcal{B} \times h = \pi \times r^2 \times h$
 $= \pi \times 2,5^2 \times 5$
 $= 31,25\pi \text{ m}^3$

2 $\mathcal{V}_{\text{cylindre}} = \pi \times 3^2 \times 10 = 90\pi \text{ cm}^3 \approx 283 \text{ cm}^3$

3 $\pi \times r^2 \times h = \pi \times 7^2 \times h = 250 \text{ cm}^3$

Donc $h = \frac{250}{7^2 \times \pi} \text{ cm} \approx 1,6 \text{ cm}$.

4 a. $\mathcal{V}_{\text{pyramide}} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$
 $= \frac{1}{3} \times 5 \times 7 \times 5$
 $= \frac{175}{3} \text{ cm}^3$

b. $\frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h = \frac{1}{3} \times 30 \times h = 10h = 2\ 100 \text{ cm}^3$

Donc $h = \frac{2\ 100}{10} \text{ cm} = 210 \text{ cm}$.

5 $\mathcal{V}_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$
 $= \frac{1}{3} \times 12 \times 9 = 36 \text{ m}^3$

6 $\mathcal{V}_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$
 $= \frac{1}{3} \times \pi \times 1^2 \times 6$
 $= 2\pi \text{ m}^3 \approx 6,2 \text{ m}^3$

7 $\mathcal{V}_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$
 $= \frac{4}{3} \times \pi \times 4^3$
 $= \frac{256}{3} \pi \text{ cm}^3 \approx 268,1 \text{ cm}^3$

8 $\mathcal{V}_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$
 $= \frac{4}{3} \times \pi \times 4^3$
 $= \frac{256}{3} \pi \text{ cm}^3 \approx 268 \text{ cm}^3$

9 a. $\mathcal{V}_{\varphi} = \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 3,5 = 42 \text{ cm}^3$

$\mathcal{V}_{\text{réduction}} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \mathcal{V}_{\varphi}$
 $= \frac{1}{27} \times 42$
 $= \frac{14}{9} \text{ cm}^3$

b. L'agrandissement obtenu est une pyramide à base carrée.

Puisque l'aire de la base obtenue est 144 cm^2 , on déduit que le côté du carré mesure $\sqrt{144} \text{ cm} = 12 \text{ cm}$.

Le coefficient d'agrandissement est : $k = \frac{12}{6} = 2$.

$\mathcal{V}_{\text{agrandissement}} = 2^3 \times \mathcal{V}_{\varphi} = 8 \times 42 = 336 \text{ cm}^3$

Le volume de la pyramide obtenue est 336 cm^3 .

12 a. $\mathcal{V}_{\text{pavé droit}} = 5 \times 6 \times 2,5 = 75 \text{ cm}^3$

b. $\mathcal{V}_{\text{cylindre}} = \pi \times 8^2 \times 2 = 128\pi \text{ cm}^3$

13 a. $\mathcal{V}_{\text{pyramide}} = \frac{1}{3} \times 4^2 \times 3 = 16 \text{ cm}^3$

b. $\mathcal{V}_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3 = 4\pi \text{ cm}^3$

14 a. $\mathcal{V}_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = 288\pi \text{ cm}^3$

$\mathcal{V}_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 = \frac{500}{3}\pi \text{ cm}^3$

15 $h = \frac{150}{5 \times 15} = 2 \text{ cm}$

16 a. Vrai b. Faux c. Faux

17

Les longueurs sont :	Rapport k	Le volume est multiplié par :
divisées par 5	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{125}$
multipliées par 1,2	1,2	1,44
multipliée par 8	8	64
divisées par 1 000	$\frac{1}{1\,000}$	$\frac{1}{1\,000\,000}$

————— **Volume d'un prisme droit, d'un cylindre** ■ ■ ■ —————

18 $\mathcal{V}_{\text{prisme}} = \frac{8 \times 6}{2} \times 10 = 240 \text{ cm}^3$

Le volume du prisme est égal à 240 cm^3 , soit 24 cL.

19

Rayon de la base	Hauteur	Volume du cylindre
25 cm	5 dm	$31\,250\pi \text{ cm}^3$
4 cm	4,7 cm	$75,2\pi \text{ cm}^3$
4,7 cm	56 cm	$123,704\pi \text{ cL}$
9 cm	6 cm	$486\pi \text{ cm}^3$

20 Traduction : a. *Le volume d'un cylindre est $132,3\pi \text{ cm}^3$.*

Si son rayon est 7 cm, combien mesure sa hauteur ?

b. *Le volume d'un cône est $300\pi \text{ cm}^3$.*

Si le rayon de sa base est 5 cm, combien mesure sa hauteur ?

a. $h = \frac{132,3}{7^2} = 2,7 \text{ cm}$ b. $h = 3 \times \frac{300}{5^2} = 36 \text{ cm}$

21 $\mathcal{V} = 25 \text{ cL} = 250 \text{ cm}^3$

$h = \frac{250}{3^2 \times \pi} \approx 8,8 \text{ cm}$

Le liquide dans la canette monte à 8,8 cm.

22 a. $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times 30 \times 5 \times 11 = 550 \text{ cm}^3$

b. $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \frac{3 \times 4}{2} \times 4,2 = 8,4 \text{ cm}^3$

c. $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \frac{30 \times 30}{2} \times 12 = 1\,800 \text{ cm}^3$

23 a. $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \pi \times 7^2 \times 12 = 196\pi \text{ cm}^3 = 0,196\pi \text{ L}$

b. $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 1,2 = 3,6\pi \text{ dm}^3 = 3,6\pi \text{ L}$

24 a. $\mathcal{V}_{\text{cube}} = 10^3 \text{ cm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$

b. $\mathcal{V}_{\text{coin}} = \frac{1}{3} \times \frac{10 \times 10}{2} \times 10 = \frac{1\,000}{6} \text{ cm}^3$

c. Le volume de la pièce centrale représente le double de celui du coin.

25 $\mathcal{A} = \frac{3 \times 336}{7} = 144 \text{ m}^2$

L'aire de sa base est 144 m^2 .

26 $h = \frac{207}{4 \times 9} = 5,75 \text{ cm}$

La hauteur de la pyramide mesure 5,75 cm.

27

Rayon de la base	Hauteur	Volume du cône
9 cm	10 cm	$270\pi \text{ cm}^3$
25 mm	5 dm	$\frac{0,3125}{3} \pi \text{ L}$
5,5 cm	9 cm	$90,75\pi \text{ cm}^3$
7 cm	168 mm	$274,4\pi \text{ cm}^3$

————— **Volume d'un prisme droit, d'un cylindre** ■ ■ ■ —————

28 a. $\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times 7^3 = \frac{196}{3}\pi \text{ dm}^3 = \frac{196}{3}\pi \text{ L}$

b. $\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times 0,25^3 = \frac{0,0625}{3}\pi \text{ dm}^3 = \frac{0,0625}{3}\pi \text{ L}$

29

Rayon de la boule	Volume de la boule
2 cm	$\frac{32}{3}\pi \text{ cm}^3$
25 cm	$\frac{62,5}{3}\pi \text{ L}$
2 cm	$\frac{32}{3}\pi \text{ cm}^3$
3 cm	$36\pi \text{ cm}^3$

30 a. $\pi \times 6^2 \times 7 = \pi \times 4^2 \times h$

$$h = \frac{6^2 \times 7}{4^2} = 15,75 \text{ cm}$$

b. $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 27 = \pi \times r^2 \times 25$

$$r^2 = \frac{1}{3} \times \frac{4^2 \times 27}{25} = 5,76 \text{ cm}$$

$$r = \sqrt{5,76} \text{ cm} = 2,4 \text{ cm}$$

c. $\frac{4}{3} \times \pi \times 7^3 = \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times h$

$$h = \frac{4 \times 7^3}{5^2} = 55,88 \text{ cm}$$

31 $\frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = \frac{1}{3} \times 50 \times h$

$$h = \frac{4 \times 3^3}{50} \approx 7 \text{ cm}$$

La hauteur du liquide est d'environ 7 cm.

Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les volumes

32 a. $2,1^3 = 9,261$

Le volume du cube est multiplié par 9,261.

b. $\mathcal{V} = 128 \times 0,5^3 = 16 \text{ cm}^3$

Le volume du nouveau cône est 16 cm^3 .

c. $\mathcal{V} = 400 \times 3^3 = 10\,800 \text{ cm}^3$

Le volume de la nouvelle boule est $10\,800 \text{ cm}^3$.

d. $\mathcal{V} = 1\,250 \div 4^3 = 19,531\,25 \text{ cm}^3$

Le volume du nouveau pavé est $19,531\,25 \text{ cm}^3$.

e. $125 = 5^3$

Le rayon a été multiplié par 5.

33 a. $1,2^3 = 1,728$

Le volume a été multiplié par 1,728.

b. $0,5^3 = 0,125$

$$1 - 0,125 = 0,875$$

Le volume a diminué de 87,5 %.

c. $2^3 = 8$

Le volume a augmenté de 700 %.

Je résous

p. 346-347 du manuel

34 $\mathcal{V} = 6 \times 4^3 + \frac{4 \times 4}{2} \times 3 = 408 \text{ cm}^3$

Le volume du solide est 408 cm^3 .

35 a. $k = \frac{18}{20} = 0,9$ b. $k = \frac{16}{20} = 0,8$

36 $\mathcal{V} = \frac{5}{6} \times \pi \times 22,85^2 \times 12,2 \approx 16\,676 \text{ dm}^3$
 $\approx 16\,676 \text{ L}$

37

	Cylindre 1	Cylindre 2
Hauteur (en cm)	21	29,7
Rayon (en cm)	$\frac{29,7}{2\pi}$	$\frac{21}{2\pi}$
Volume (en cm^3)	$\pi \times \left(\frac{29,7}{2\pi}\right)^2 \times 21$	$\pi \times \left(\frac{21}{2\pi}\right)^2 \times 29,7$

$$\mathcal{V}_1 = \pi \times \left(\frac{29,7}{2\pi}\right)^2 \times 21 \approx 1\,474 \text{ cm}^3$$

$$\mathcal{V}_2 = \pi \times \left(\frac{21}{2\pi}\right)^2 \times 29,7 \approx 1\,042 \text{ cm}^3$$

Donc $\mathcal{V}_1 > \mathcal{V}_2$.

38 $\mathcal{V} = \pi \times 6^2 \times 10 = 360\pi \text{ cm}^3 \approx 1\,131 \text{ cm}^3$

b. $SO^2 = 10^2 - 6^2 = 64$

$SO = 8 \text{ cm}$

$$\mathcal{V} = \pi \times 6^2 \times 8 = 288\pi \text{ cm}^3 \approx 905 \text{ cm}^3$$

39 $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \frac{4 \times 4}{3} \times 4 = \frac{32}{3} \text{ cm}^3$

La base est un triangle équilatéral de côté

$$\sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}.$$

$$(4\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{2})^2 = 24$$

La hauteur du triangle de base est égale à :

$$\sqrt{24} = 2\sqrt{6}.$$

L'aire du triangle de base est donc :

$$\frac{4\sqrt{2} \times 2\sqrt{6}}{2} = 4\sqrt{12} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

$$\frac{1}{3} \times 8\sqrt{3} \times h = \frac{32}{3}$$

La hauteur de la pyramide relative à la base triangulaire équilatérale est donc :

$$h = \frac{32}{8\sqrt{3}} \text{ cm} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}.$$

40 $\mathcal{V}_{\text{boules}} = 4 \times \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = 1\,152\pi \text{ cm}^3$

$\mathcal{V}_{\text{cylindre}} = \pi \times 8^2 \times h \text{ cm}^3$

$h = \frac{1\,152}{8^2} = 18 \text{ cm}$

Le niveau d'eau augmente de 18 cm.

41 a. $\mathcal{V} = \pi \times 56^2 \times 20 - \pi \times 36^2 \times 20$
 $= 36\,800\pi \text{ mm}^3$

b. $e = \frac{36\,800\pi}{20 \times 33\,000} \approx 0,18 \text{ mm}$

42 a. $\mathcal{V} = \frac{\pi}{3} \times 18^2 \times (3 \times 10 - 18)$
 $= 1\,296\pi \text{ cm}^3 = 1\,296\pi \text{ L} \approx 4 \text{ L}$

Le volume de cet aquarium est environ 4 L.

b. $15 \times 20 \times h = 1\,296\pi \text{ cm}^3$

$h = \frac{1\,296}{20 \times 15} \approx 14 \text{ cm}$

La hauteur atteinte par l'eau est d'environ 14 cm.

43 a. $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \frac{7,5 \times 7,5}{2} \times 15 = 140,625 \text{ cm}^3$

b. $k = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0,4$

$\mathcal{V}_{\text{bouchon}} = 0,4^3 \times \mathcal{V} = 9 \text{ cm}^3$

$\mathcal{V}_{\text{bouteille}} = \mathcal{V} - \mathcal{V}_{\text{bouchon}} = 131,625 \text{ cm}^3$

Le volume maximal de cette bouteille est 131,625 cm³.

44 1. a. $5^1 = 5$ solides

b. $5^4 = 625$ solides

c. 5^n solides

2. a. $\mathcal{V}_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \mathcal{V}_0$

b. $\mathcal{V}_4 = \left\{ \left(\frac{1}{3}\right)^3 \right\}^4 \times \mathcal{V}_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^{12} \times \mathcal{V}_0$

c. $\mathcal{V}_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{3n} \times \mathcal{V}_0$

Je m'évalue

p. 348 du manuel

45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
b. c. d.	b. d.	b. c. d.	b.	b. c.	b. c.	b. c.	b. d.	c. d.	d.	c.

56 a. $V_{\text{cylindre}} = \pi \times r^2 \times h$
 $= \pi \times 1,2^2 \times 8$
 $= 11,52\pi \text{ m}^3$
 $= 11\,520\,000\pi \text{ cm}^3$
 $\approx 36\,191\,147 \text{ cm}^3$

b. $33 \text{ cL} = 330 \text{ mL} = 330 \text{ cm}^3$
 $36\,191\,147 \div 330 \approx 109\,670$
 On peut remplir environ 109 670 cannettes.

57 a. $V_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$
 $= \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 9$
 $= 48\pi \text{ cm}^3$

b. L'eau versée dans ce cube remplira un prisme.
 $V_{\text{prisme}} = \mathcal{B} \times h = 6 \times 6 \times h = 36 \times h \text{ cm}^3$

$h = \frac{48\pi}{36} \text{ cm} \approx 4 \text{ cm}$

La hauteur d'eau est d'environ 4 cm.

58 a. $V_{\text{pyramide}} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$
 $= \frac{1}{3} \times 6 \times 7 \times 5 = 70 \text{ cm}^3$

b. Si on divise par 2 toutes les dimensions, le volume sera divisé par $2^3 = 8$.

$\frac{70}{8} \text{ cm}^3 = 8,75 \text{ cm}^3$

Le volume obtenu sera $8,75 \text{ cm}^3$.

c. $1\,890 \div 70 = 27 = 3^3$

Le volume a été multiplié par $27 = 3^3$, les longueurs ont donc été multipliées par 3.

59 a. $V_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$
 $= \frac{4}{3} \times \pi \times 5,5^3$
 $= \frac{665,5}{3} \pi \text{ cm}^3$

b. $k = \frac{80}{100} = 0,8$

Le volume sera donc multiplié par $0,8^3 = 0,512$.

$\frac{665,5}{3} \pi \times 0,512 = \frac{340,736}{3} \pi \approx 357$

Le nouveau volume sera environ 357 cm^3 .

60 $V_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 2,1^3$
 $= 12,348\pi \text{ cm}^3$

Le volume d'une boule de glace est $12,348\pi \text{ cm}^3$.

$100 \times 12,348\pi \text{ cm}^3 = 1\,234,8\pi \text{ cm}^3$

$200 \times 12,348\pi \text{ cm}^3 = 2\,469,6\pi \text{ cm}^3$

La restauratrice a donc besoin de $1\,234,8\pi \text{ cm}^3$ de glace à la vanille et $2\,469,6\pi \text{ cm}^3$ de glace au chocolat.

$V_{\text{cylindre}} = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 7^2 \times 15 = 735\pi \text{ cm}^3$

Le volume d'un bac de glace à la vanille est $735\pi \text{ cm}^3$.

$1\,234,8\pi \div 735\pi \approx 1,68$

Elle aura donc besoin de deux bacs de glace à la vanille.

$V_{\text{pavé}} = l \times L \times h = 20 \times 15 \times 12 = 3\,600 \text{ cm}^3$

Le volume d'un bac de glace au chocolat est $3\,600 \text{ cm}^3$.

$2\,469,6\pi \text{ cm}^3 \div 3\,600 \approx 2,16$

Elle aura donc besoin de trois bacs de glace au chocolat.

61 **SCRATCH**

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

62 a. $V_{\text{prisme}} = 78 - 50 = 28 \text{ mL} = 28 \text{ cm}^3$

$h = 6 \text{ m}$, donc $\mathcal{B} = \frac{28}{6} \text{ cm}^2 = \frac{14}{3} \text{ cm}^2$

b. Hector a pris des mesures indirectes pour le volume et l'aire de la base.

Il a pris une mesure directe de la hauteur.

c. La précision du calcul dépend de la précision des prises de mesure..

J'utilise tout ce que je sais

p. 351 du manuel

$$\begin{aligned} \mathbf{1} \quad \mathcal{V} &= 1,8 \times 18 + \pi \times (1,92 \times 2 + 2,4)^2 - \pi \times 2,4^2 \\ &= 32,4 + 38,9376\pi - 5,76\pi \approx 136,63 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\mathcal{V} \times 24 = 2\,379,13$$

Le prix pour faire goudronner cette allée s'élève à 2 379,13 €.

$$\begin{aligned} \mathbf{2} \quad \mathbf{a.} \quad \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128} \right) \times 5^2 &= \frac{85}{125} \times 25 \\ &= \frac{2125}{128} \text{ cm}^2 \approx 16,6 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

L'aire de la partie orange est 16,6 cm².

$$\mathbf{b.} \quad \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128} + \frac{1}{512} + \frac{1}{2048} + \frac{1}{8192} + \frac{1}{32768} + \frac{1}{131072} + \frac{1}{524288} \right) \times 5^2 = \frac{349\,525}{524\,288} \times 25 = \frac{8\,738\,125}{524\,288} \text{ cm}^2 \approx 16,67 \text{ cm}^2$$

L'aire de la partie orange est 16,67 cm².

$$\mathbf{3} \quad k^2 = \frac{784}{1225} = 0,64$$

$$k = 0,8$$

$$h = 22 \times 0,8 = 17,6$$

Il faut placer le voile à 17,6 m du sommet.

$$\begin{aligned} \mathbf{4} \quad \mathcal{V} &= \pi \times 8^2 \times 50 + \frac{4}{3} \times \pi \times 8^2 \\ &= \frac{4}{3} \times \pi \times 8 \\ &= \frac{9856}{3} \pi \text{ cm}^3 \\ &\approx 10\,321,18 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Le volume du boudin est d'environ 10 321,18 cm³.

$$\mathbf{5} \quad \mathcal{P}_{\text{petit cercle}} = \frac{216}{360} \times 2 \times \pi \times 5 = 6\pi \text{ cm}$$

$$r_{\text{petit cercle}} = 3 \text{ cm}$$

$$h_{\text{cône}} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

$$\mathcal{V}_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi \text{ cm}^3 \approx 38 \text{ cm}^3$$

Le volume du cône est d'environ 38 cm³.

UNITÉ K Objets du plan et de l'espace

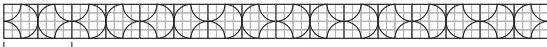
Progression dans l'unité

Chapitre	5 ^e	4 ^e	3 ^e
23. Construire et étudier des figures planes	Propriétés des triangles, inégalité triangulaire Droites remarquables du triangle (médiatrices, hauteurs) Propriétés des quadrilatères		Cas d'égalités des triangles Triangles semblables
24. Comprendre l'effet d'une transformation sur une figure plane	Symétrie axiale (rappel de cycle 3) Symétrie centrale Translation	Rotation	Homothétie (1)
25. Représenter des solides et se repérer dans l'espace	Perspective cavalière Patrons de solides	Sections de solides Repérage dans un pavé droit	Repérage sur une sphère

(1) Les notions d'homothétie, de proportionnalité, d'agrandissement/réduction dans le plan et de théorème de Thalès sont à rapprocher.

1 Les figures reproduites en vraie grandeur sont disponibles dans le manuel interactif.

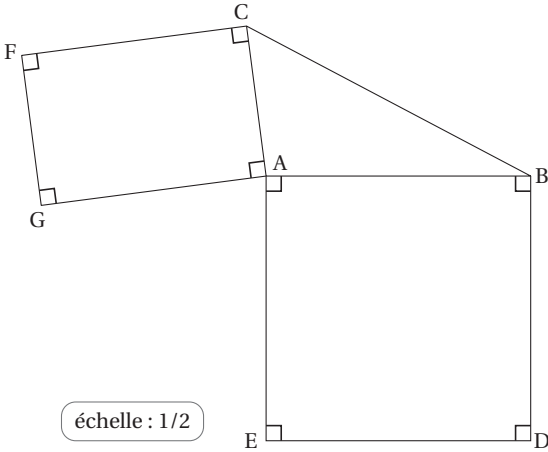
2



motif

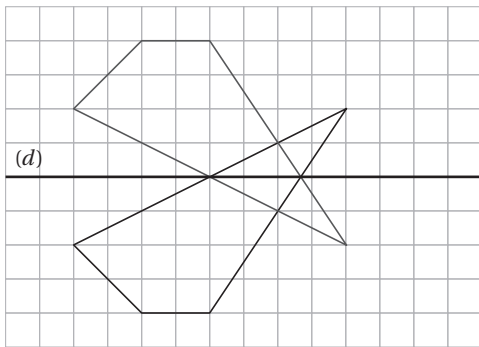
échelle : 1/4

3 a., b. et c.

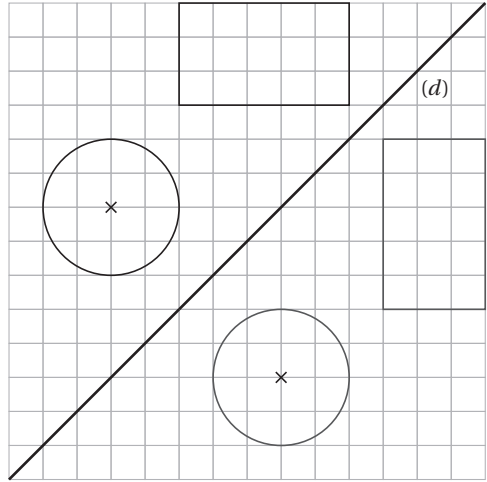


échelle : 1/2

4 a.



b.



5 a. (GB) et (AD) ne sont pas sécantes. Elles ne sont pas dans le même plan.

b. FGH est un triangle rectangle en G car EFGH est un rectangle.

c. EDCH est un carré car EDCH a 4 angles droits et $EH = GF = 4 \text{ cm} = FA = EG$.

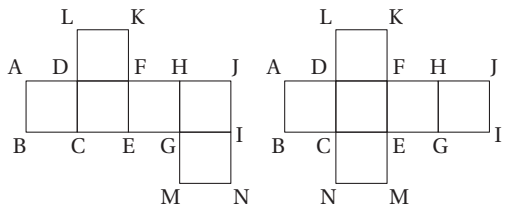
6 1. a. (1) [EC] se superpose à [EM].

(2) [KL] se superpose à [HJ].

b. (1) H se superpose à K.

(2) I se superpose à B et à N.

c.



23. Construire et étudier des figures planes

Quel est le problème ?

p. 355 du manuel

Intérêt du problème posé

Cette situation permet d'introduire la notion de parallélogramme dans un objectif concret. Le but est de tracer des droites parallèles avec des objets inconnus des élèves.

On peut, à partir de ces objets, retrouver certaines des propriétés caractéristiques du parallélogramme.

Questions possibles

1. Comment tracer des parallèles à partir des outils proposés ?
2. Comment ont été construits ces outils ?

Exemple de résolution

1. et 2. Si, sur la construction de droite, les parallèles apparaissent clairement, ce n'est pas le cas sur la figure de gauche.

Pour l'outil de droite, on remarque immédiatement que l'instrument offre la possibilité de tracer deux paires de parallèles. Le quadrilatère formé a ses côtés de la même longueur : il s'agit donc d'un parallélogramme.

Ses côtés opposés sont donc bien parallèles.

Sur l'outil de gauche les barres se coupent en leur milieu. On peut reconnaître une symétrie centrale ou les diagonales d'un parallélogramme.

À partir des propriétés des segments symétriques ou du parallélogramme on trouve des parallèles.

Prolongement possible : On peut se demander comment construire les angles droits avec des Meccano et aboutir à certaines propriétés caractéristiques du rectangle : un parallélogramme avec un angle droit ou des diagonales de même longueur qui se coupent en leur milieu.

Difficultés prévisibles : L'analyse des propriétés des figures n'est pas naturelle, notamment pour l'outil de droite. Les élèves vont sans doute se contenter de reconnaître visuellement les parallèles. On peut créer un autre objet, proche de celui proposé pour faire naître des discussions sur les propriétés géométriques de l'objet.

Découvrir les propriétés d'un triangle

1 **A 1.** et **2.** Les essais suivants sont des exemples possibles de résultats.

	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4	Essai 5
Longueur du morceau 1 (en cm)	4	5	4	5	3
Longueur du morceau 2 (en cm)	3	6	3	4	1
Longueur du morceau 3 (en cm)	5	2	8	2	5
Triangle possible : oui ou non ?	oui	oui	non	oui	non

3. La propriété apparaît lorsque les élèves placent les morceaux de spaghetti.

Si la somme des deux petits morceaux est inférieure au plus grand morceau, alors on ne peut pas faire de triangle. Le cas d'égalité peut apparaître ici également.

B Les élèves doivent pouvoir construire des triangles dont on connaît les trois côtés avec le compas. La plupart du temps, ils commencent par construire le côté le plus long, puis utilisent le compas pour terminer la construction.

Dans le premier cas, ils vont pouvoir visualiser que les cercles ne se coupent pas, alors que, dans le second, le point d'intersection existe.

2 **A 1.** *Figure réalisée en classe, par l'élève.*

L'intérêt de la construction est d'émettre une conjecture sur la somme des angles d'un triangle puisque, avec l'imprécision des tracés et des mesures, tous les élèves n'obtiendront pas une somme de 180° . La démonstration se révèle nécessaire pour conclure.

2. Il est impossible de tracer les triangles GHI et JKL car la somme des angles est supérieure à 180° . Plusieurs triangles MNO différents peuvent être tracés.

Pour cela, on trace un segment $[ON]$ de longueur quelconque, puis les angles $\widehat{MNO} = 70^\circ$ et $\widehat{MNO} = 50^\circ$. L'angle \widehat{OMN} mesure automatiquement 60° .

Tous les triangles obtenus sont dits semblables.

B 1. Cette construction fait appel à des connaissances sur la symétrie centrale et les angles alternes-internes.

2. a. Les symétriques des points B et C par rapport à O sont respectivement A et D, donc les droites (DA) et (BC) sont parallèles. De même pour les droites (AE) et (BC) en considérant la symétrie de centre I.

b. Deux droites parallèles à une même droite sont parallèles entre elles, donc (DA) et (AE) sont parallèles. De plus, ces deux droites ont un point un commun, donc elles sont confondues.

Les points D, A et E sont par conséquent alignés.

c. $\widehat{DAB} + \widehat{BAC} + \widehat{CAE} = 180^\circ$ car \widehat{DAE} est un angle plat d'après la réponse à la question **b.**

3. a. Le symétrique de \widehat{ACB} par rapport à I est l'angle \widehat{CAE} .

Deux angles symétriques ont la même mesure donc $\widehat{ACB} = \widehat{CAE}$.

b. Le symétrique de \widehat{ABC} par rapport à O est l'angle \widehat{DAB} , donc $\widehat{ABC} = \widehat{DAB}$.

4. La somme des angles du triangle ABC est égale à :

$\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = \widehat{DAB} + \widehat{BAC} + \widehat{CAE} = 180^\circ$ (d'après les égalités d'angle de la réponse à la question **3.**).

La somme des angles du triangle ABC est égale à 180° .

Comme le triangle ABC est quelconque, cette démonstration est valable pour tout triangle.

Faisons le bilan

On peut construire un triangle si la longueur du plus grand côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Dans le cas d'égalité, la construction est possible, mais on obtient des points alignés.

Dans un triangle, la somme des angles est de 180° .

Découvrir les propriétés des droites remarquables dans un triangle

3

A Les différentes constructions de cette activité sont réalisées en classe, par l'élève.

1. c. et d. On s'attend à ce que les élèves tracent les trois médiatrices et conjecturent qu'elles se coupent toutes les trois en un seul point (définition de la concurrence des droites).

Le tracé imprécis peut conduire au doute concernant la concurrence des médiatrices et justifie l'intérêt d'une démonstration.

2. Ces questions introduisent le cercle circonscrit au triangle : il passe par tous les sommets du triangle et a pour centre l'intersection des médiatrices.

B Soit O le point d'intersection des médiatrices de $[MN]$ et de $[NP]$.

a. Comme O est sur la médiatrice de $[MN]$, on en déduit que $OM = ON$.

b. O est aussi sur la médiatrice de $[NP]$, donc $ON = OP$.

c. Comme $OM = ON$ et que $ON = OP$, on en déduit que $OP = OM$.

d. $OP = OM$, donc O est sur la médiatrice de $[PM]$ et donc, les trois médiatrices du triangle passent par O .

Le cercle de centre O qui passe par N passe donc aussi par P et M d'après les égalités de longueur $OP = ON = OM$.

4

1. On pourrait mesurer la hauteur de chaque montagne en traçant la perpendiculaire à la base passant par le sommet.

2. On remarque que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes. Cette observation reste vraie, même si l'on bouge les sommets du triangle.

Le point d'intersection se trouve parfois à l'extérieur du triangle.

Faisons le bilan

Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point O .

Ce point est le centre d'un cercle passant par les trois sommets du triangle. On l'appelle cercle circonscrit au triangle.

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point H , appelé orthocentre du triangle.

Découvrir les égalités de triangles

5

Les différentes constructions de cette activité sont réalisées en classe, par l'élève.

A 1. Si possible, utiliser du papier quadrillé pour reproduire rapidement le triangle.

2. a. Les triangles superposables à T_1 sont T_2 , T_3 et T_6 .

b. Ils peuvent être superposables sur le côté rouge ou sur le côté bleu.

3. Définition : « Deux triangles sont égaux s'ils ont leurs côtés deux à deux de la même longueur. »

B 1. Le but de l'activité est de trouver d'autres propriétés caractéristiques de triangles égaux. La première étape revient sur la partie A : un triangle défini par la longueur de ses trois côtés est unique. Les élèves obtiennent tous le même triangle après découpage et superposition.

2. a. Non unicité. **b.** Unicité. **c.** Unicité **d.** Non unicité.

3. On obtient des triangles égaux si le triangle est défini par :

- la longueur de ses trois côtés ;
- la longueur d'un côté et la mesure de deux angles ;
- la mesure d'un angle et la longueur des deux côtés entre lesquels il est compris.

C Le but de l'activité est de montrer que deux triangles semblables ont les longueurs de leurs côtés proportionnels.

Le tracé du triangle peut poser problème : le logiciel demande de construire des angles directs. C'est le cas notamment pour l'angle saillant \widehat{ABC} .

Pour régler ce problème, on peut tracer l'angle rentrant \widehat{ABC} de 300° .

On peut préciser des longueurs pour AB pour que la relation de proportionnalité apparaisse plus facilement.

Le tableau suivant est un exemple possible des résultats de cette activité.

	AB	AC	BC
Essai 1	4	3,51	2,61
Essai 2	2	1,75	1,3
Essai 3	6	5,28	3,92
Essai 4	10	8,79	6,53

Faisons le bilan

Deux triangles égaux ont des longueurs de côtés deux à deux égales, ils ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur et ont un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure.

Des triangles sont semblables s'ils ont des angles de même mesure et que les longueurs de leurs côtés sont proportionnelles.

Découvrir les propriétés des parallélogrammes

6

Les différentes constructions de cette activité sont réalisées sur un logiciel de géométrie dynamique.

A b. Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

B b. E est appelé centre de symétrie du parallélogramme dans ce cas.

Pour que le symétrique de A soit C, O doit se trouver au milieu de [AC].

De même, E doit être au milieu de [BD].

Donc E est le milieu des deux diagonales.

c. Propriété : « Un quadrilatère qui a un centre de symétrie est un parallélogramme ».

C 1. a. Le symétrique du segment [AO] par la symétrie de centre O est [CO].

b. Le symétrique du segment [BO] par la symétrie de centre O est [DO].

c. Des segments symétriques sont de même longueur, donc $AO = CO$ et $OD = BO$.

On remarque que O est le milieu de [BD] et de [AC].

d. Propriété : « Les côtés opposés d'un parallélogramme sont de même longueur ».

2. a. Le symétrique du côté [AB] est [CD] par la symétrie de centre O.

b. Le symétrique du côté [BC] est [DA] par la symétrie de centre O.

c. Des segments symétriques sont de même longueur, donc $AB = CD$ et $AD = BC$.

3. a. Le symétrique de l'angle \widehat{ADC} est l'angle \widehat{CBA} par la symétrie de centre O.

b. Le symétrique de l'angle \widehat{BAD} est l'angle \widehat{CBA} par la symétrie de centre O.

c. Des angles symétriques ont même mesure donc $\widehat{ADC} = \widehat{CBA}$ et $\widehat{BAD} = \widehat{CBA}$.

d. Propriété : « Les angles opposés d'un parallélogramme sont de même mesure. ».

4. a. $\widehat{DCE} = \widehat{ABC} = a$, car les angles sont correspondants et les droites (AB) et (CD) sont parallèles parce qu'ABCD est un parallélogramme.

b. $\widehat{BCD} = 180 - a$, donc $\widehat{BCD} + \widehat{ABC} = 180^\circ$.

c. Propriété : « La somme de deux angles consécutifs d'un parallélogramme est égale à 180° . »

D Les méthodes de construction suivante sont possibles :

- Tracer des côtés opposés parallèles ;
- Tracer deux côtés parallèles et de même longueur ;
- Tracer le milieu, puis symétrie par rapport au milieu ;
- Tracer des côtés égaux deux à deux avec le compas ;
- Tracer à partir des angles consécutifs supplémentaires.

Les différentes constructions de cette activité sont réalisées sur un logiciel de géométrie dynamique.

A 1. Conjecture : Un parallélogramme avec un angle droit est un rectangle.

2. a. $\widehat{BCD} = \widehat{BAD} = 90^\circ$, car un parallélogramme a des angles opposés de même mesure.

b. $\widehat{ADC} = 180 - \widehat{BCD} = 90^\circ$ car un parallélogramme a des angles consécutifs. De même $\widehat{ABC} = 90^\circ$.

c. Le quadrilatère ABCD a quatre angles droits, donc c'est un rectangle.

B 1. Conjecture : Un parallélogramme dont les diagonales sont de même longueur est un rectangle.

2. a. Les triangles AOD et BOA sont isocèles en O car $AC = BD$.

Comme ABCD est un parallélogramme : $AO = OC$ et $BO = OD$, donc $AO = OC = BO = OD$.

b. $\widehat{DBA} = \widehat{OBA} = \widehat{OAB} = b$ car OBA est isocèle en O.

$\widehat{BDA} = \widehat{ODA} = \widehat{OAD} = a$ car OAD est isocèle en O.

Donc $\widehat{DAB} + \widehat{DBA} + \widehat{BDA} = a + b + b + a = 2a + 2b = 2(a + b)$.

c. $2(a + b) = 180^\circ$, donc $a + b = 90^\circ$.

d. ABCD est un parallélogramme avec un angle droit donc, d'après la partie A, il s'agit d'un rectangle.

C 1. Conjecture : Un parallélogramme avec deux côtés consécutifs de la même longueur est un losange.

2. a. Un parallélogramme a des côtés opposés de même longueur, donc $AB = CD$ et $BC = AD$.

Or $AB = BC$, donc $AB = CD = BC = AD$.

b. Le quadrilatère ABCD a ses quatre côtés de même longueur, donc c'est un losange.

D 1. Conjecture : Un parallélogramme avec des diagonales perpendiculaires est un losange.

2. a. (BD) est la médiatrice du segment [AC] car (BD) est perpendiculaire à (AC) et passe par le milieu O de [AC] puisque ABCD est un parallélogramme.

b. On conclut que $BA = BC$ puisque les points de la médiatrice sont équidistants des extrémités du segment. D'après la partie C, ABCD est un parallélogramme avec deux côtés consécutifs de même longueur, c'est donc un losange.

Faisons le bilan

Les propriétés caractéristiques du **parallélogramme** sont :

- Ses côtés opposés sont égaux ;
- Ses côtés opposés sont parallèles ;
- Ses diagonales se coupent en leur milieu ;
- Ses angles opposés sont égaux ;
- Ses angles consécutifs sont supplémentaires ;
- Le parallélogramme a un centre de symétrie ;
- Deux de ses côtés opposés sont de même longueur.

Les propriétés caractéristiques du **rectangle** sont :

- Le rectangle est un parallélogramme avec un angle droit ;
- Le rectangle est un parallélogramme avec des diagonales de même longueur ;
- Le rectangle est un quadrilatère avec des diagonales de même longueur, qui se coupent en leur milieu.

Les propriétés caractéristiques du **losange** sont :

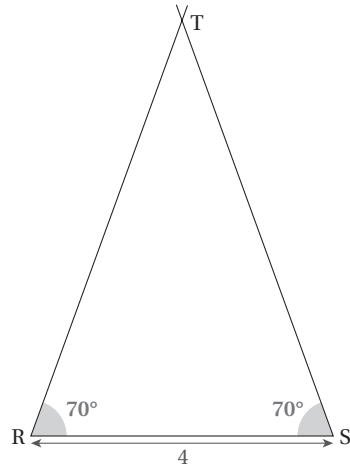
- Le losange est un parallélogramme avec deux côtés consécutifs égaux ;
- Le rectangle est un parallélogramme avec des diagonales perpendiculaires ;
- Le losange est un quadrilatère avec des diagonales qui se coupent en leur milieu et perpendiculaires.

- 1** a. $4\text{ cm} + 5\text{ cm} = 9\text{ cm} > 6\text{ cm}$
 La construction est possible : c'est un triangle.
 b. $4\text{ cm} + 5\text{ cm} = 9\text{ cm} < 10\text{ cm}$
 On ne peut pas construire cette figure.
 c. $4\text{ cm} + 2,5\text{ cm} = 6,5\text{ cm}$
 La construction est possible : on obtient des points alignés.
 d. $3\text{ cm} + 5\text{ cm} = 8\text{ cm} > 5\text{ cm}$
 La construction est possible : c'est un triangle.
 e. $3\text{ cm} + 7\text{ cm} = 10\text{ cm} < 11\text{ cm}$
 On ne peut pas construire cette figure.
 f. $2,5\text{ cm} + 3,7\text{ cm} = 6,2\text{ cm} < 6,3\text{ cm}$
 On ne peut pas construire cette figure.
 g. $3,4\text{ cm} + 1,7\text{ cm} = 5,1\text{ cm}$
 La construction est possible : on obtient des points alignés.
 h. $AB = AC = 3\text{ cm}$
 $3\text{ cm} + 3\text{ cm} = 6\text{ cm} > 5\text{ cm}$
 La construction est possible : c'est un triangle.
 i. $AB = AC = BC = 3\text{ cm}$
 $3\text{ cm} + 3\text{ cm} = 6\text{ cm} > 3\text{ cm}$
 La construction est possible : c'est un triangle.
 j. $AB = AC = 2\text{ cm}$
 $2\text{ cm} + 2\text{ cm} = 4\text{ cm} < 6\text{ cm}$
 On ne peut pas construire cette figure.

- 2** a. $\widehat{BAC} = 180 - (69 + 42) = 69^\circ$
 b. $\widehat{ABC} = 180 - 115 = 65^\circ$
 $\widehat{BAC} = 180 - (65 + 70) = 45^\circ$
 c. $\widehat{BAP} = 180 - (72 + 48) = 60^\circ$
 $\widehat{BAC} = 90 - 60 = 30^\circ$

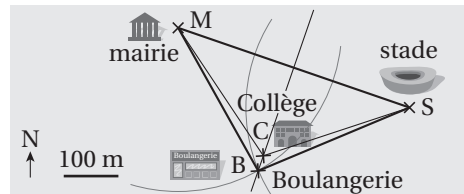
- 3** a. Vrai, un angle obtus mesure plus de 90° et la somme de deux angles obtus est supérieure à 180° .
 b. Faux, car un angle droit mesure 90° et $90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Il ne peut donc pas y avoir de 3° angle.
 c. Faux, car les trois angles d'un triangle équilatéral mesurent chacun 60° .
 d. Vrai, ses angles mesurent 45° , 45° et 90° .

- 4** RST est isocèle en T.
 Donc $\widehat{RST} = \widehat{SRT}$
 $= (180 - \widehat{STR}) \div 2$
 $= (180 - 40) \div 2$
 $= 70^\circ$.

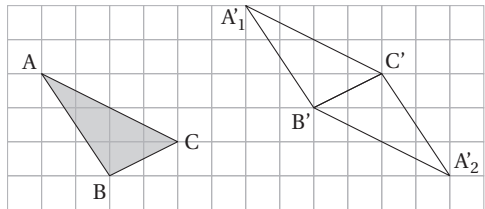


- 5** a. (d_4) est la médiatrice du segment [AB].
 b. (d_3) est la hauteur issue de C dans le triangle ABC.
 a. (d_2) est la médiatrice du segment [BC].

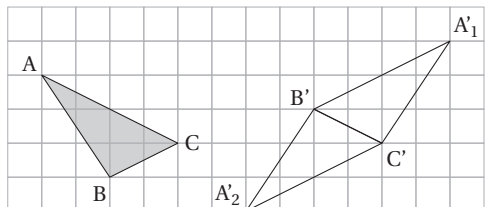
6



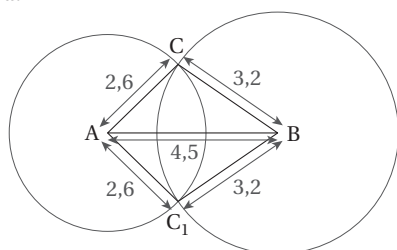
7 a.



b.

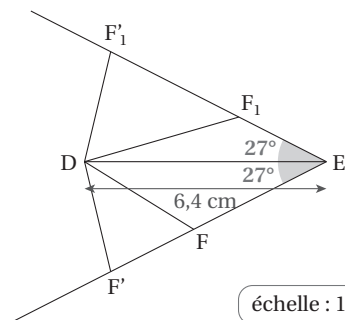


8 a.



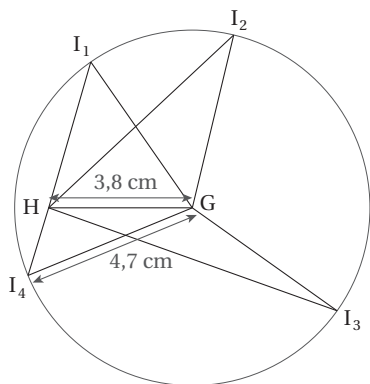
échelle : 1/2

b.



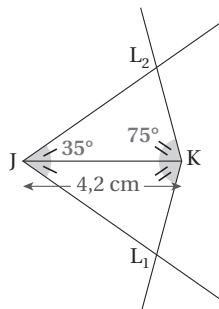
échelle : 1/2

c.



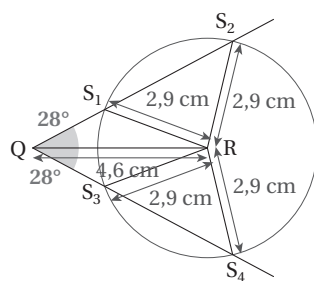
échelle : 1/2

d.



échelle : 1/2

e.



échelle : 1/2

Seuls les cas **a.** et **d.** permettent d'obtenir des triangles égaux.

9 a. Marion s'est trompée :

$$\widehat{JK} = 180 - (48 + 62) = 70^\circ \text{ et non } 48^\circ.$$

b. Les deux autres triangles sont égaux, car dans les deux $JK = 4 \text{ cm}$, $\widehat{JKL} = 62^\circ$ et $\widehat{KJL} = 70^\circ$.

10 a. ABD et DEF ont les mêmes angles, ils sont donc semblables.

b. Les longueurs des côtés de ABC et de DEF sont proportionnelles (multipliés par 1,8).

$$AB = 5 \text{ cm}$$

$$EF = 9 \text{ cm}$$

$$BC = 7,5 \text{ cm}$$

$$DE = 13,5 \text{ cm}$$

$$AC = 5,8 \text{ cm}$$

$$DF = 10,44 \text{ cm}$$

11 a. $3 \times 1,2 = 3,6 \text{ cm}$

$$6 \times 1,2 = 7,2 \text{ cm}$$

$$5 \times 1,2 = 6 \text{ cm} \neq 6,5 \text{ cm}$$

ABC et EFG ne sont pas semblables.

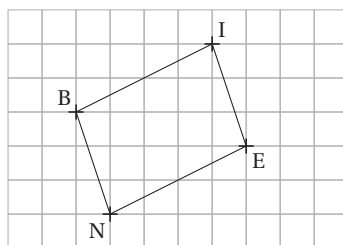
b. $3 \times 1,8 = 5,4 \text{ cm}$

$$6 \times 1,8 = 10,8 \text{ cm}$$

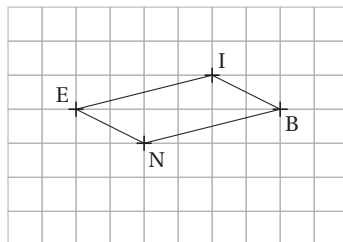
$$5 \times 1,8 = 9 \text{ cm}$$

ABC et EFG sont semblables.

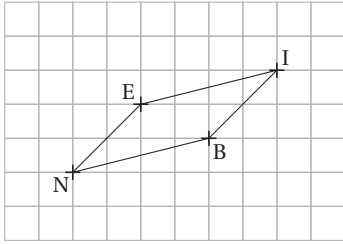
12 a.



b.



c.



13 a. Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, donc $AO = OC = 1,9$ cm.

b. Les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur, donc $CD = AB = 4$ cm.

c. Les angles opposés d'un parallélogramme ont la même mesure, donc $\widehat{DCB} = \widehat{DAB} = 110^\circ$.

d. Les angles consécutifs d'un parallélogramme sont supplémentaires, donc $\widehat{ADC} = 180 - 110 = 70^\circ$.

14 a. EFGH est un losange : ses diagonales se coupent en leur milieu donc c'est un parallélogramme. De plus, deux côtés consécutifs sont de même longueur.

b. ABCD est un rectangle : ses diagonales se coupent en leur milieu, donc c'est un parallélogramme. De plus, il a un angle droit.

c. ABCD est un rectangle : ses côtés opposés sont de même longueur, donc c'est un parallélogramme. De plus, ses diagonales sont de même longueur.

d. MNOP est un rectangle : ses diagonales se coupent en leur milieu donc c'est un parallélogramme. De plus, ses diagonales sont de même longueur.

e. EFGH est un losange : ses diagonales se coupent en leur milieu, donc c'est un parallélogramme. De plus, ses diagonales sont perpendiculaires.

15 a. Faux, il faut aussi que $AM = BL$.

b. Faux, il faut aussi qu'elles se coupent en leur milieu.

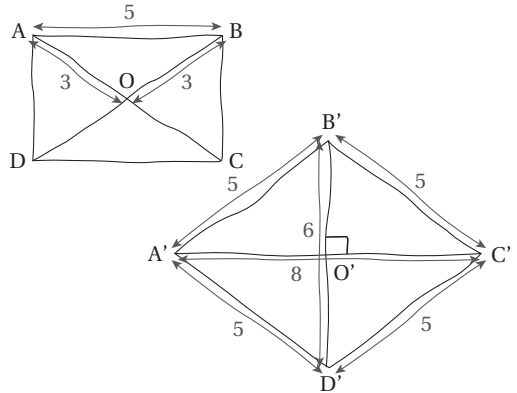
c. Vrai, c'est un losange donc ses diagonales sont perpendiculaires.

d. Faux, c'est un losange et pas nécessairement un carré.

e. Faux, il faut que ces deux côtés soient consécutifs.

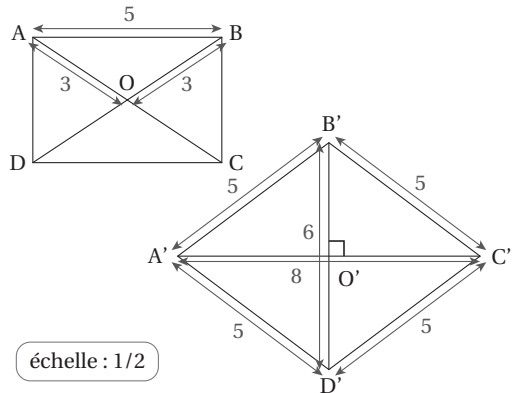
f. Vrai, c'est un rectangle et un losange, donc un carré.

16 a.



b. AOB est isocèle en O. A'O'B' est rectangle en O'.

c.



Propriétés et droites remarquables des triangles

19 $5\text{ m} + 6\text{ m} = 11\text{ m} > 10\text{ m}$
Jade peut se placer comme Alex le demande.

20 a. $93 + 48 + 39 = 180^\circ$

Ce triangle existe.

b. $90 + 58 + 32 = 180$.

Ce triangle existe.

c. $34 + 71 + 71 = 176^\circ \neq 180^\circ$

Ce triangle n'existe pas.

21 a. $\widehat{\text{BAC}} = 180 - (72 + 33) = 75^\circ$ **b.** $\widehat{\text{BAC}} = 60^\circ$

c. $\widehat{\text{BAC}} = 90 - 51 = 39^\circ$

d. $\widehat{\text{BAC}} = (180 - 28) \div 2 = 76^\circ$

22 a. (d) n'est pas la hauteur issue de J car elle ne passe pas par I.

b. (d) est la hauteur issue de J car c'est la perpendiculaire à [IK] passant par I.

c. (d) est la hauteur issue de J car c'est la perpendiculaire à [IK] passant par I.

23 $\frac{1}{2} + \frac{4}{7} = \frac{15}{14} > \frac{13}{14}$

On peut construire ce triangle.

24 BC est supérieur à 9 cm et inférieur à 11 cm, donc BC = 10 cm.

25 $6 + 6 = 12\text{ cm} < 15\text{ cm}$

$6 + 15 = 21\text{ cm} > 15\text{ cm}$

Le dernier côté mesure 15 cm.

26 $14 - 5 = 9$

$14 + 5 = 19$

[AR] peut mesurer de 9 à 19 cm.

[AR] peut donc mesurer 9 cm ; 10 cm ; 11 cm ; 12 cm ; 13 cm ; 14 cm ; 15 cm ; 16 cm ; 17 cm ; 18 cm ; 19 cm.

27 a. $\widehat{\text{ADB}} = (180 - 28) \div 2 = 76^\circ$

$\widehat{\text{BDC}} = 180 - 76 = 104^\circ$

$\widehat{\text{DCB}} = (180 - 104) \div 2 = 38^\circ$

b. $\widehat{\text{SRE}} = (180 - 110) \div 2 = 35^\circ$

$\widehat{\text{EXR}} = 90 - 35 = 55^\circ$

c. $\widehat{\text{MON}} = 90 - 54 = 36^\circ$

$\widehat{\text{OPU}} = 90 - 36 = 54^\circ$

28 a. La formule à saisir dans la cellule D2 est =180-B2-B3.

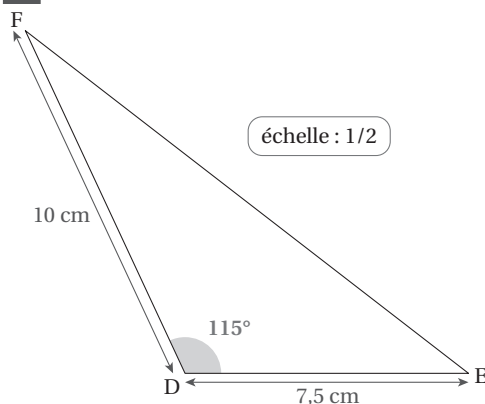
b. La formule à saisir dans la cellule C2 est =180-2*B2.

29 $\widehat{\text{DOC}} = 180 - 70 = 110^\circ$

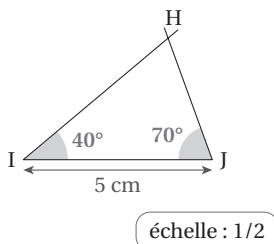
$\widehat{\text{BDC}} = (180 - 110) \div 2 = 35^\circ \neq \widehat{\text{ABD}}$

(AC) et (BD) ne sont pas parallèles.

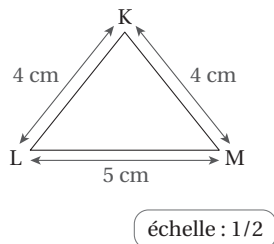
30 a.



b.



c.

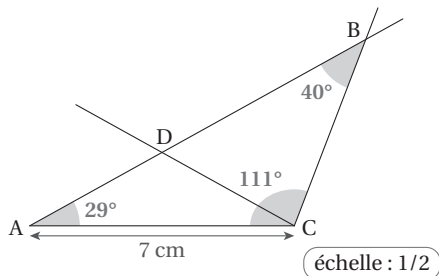


31 a. AC et $\widehat{\text{BAC}}$ sont connus.

Il faut aussi connaître $\widehat{\text{ACB}}$.

$\widehat{\text{ACB}} = 180 - (29 + 40) = 111^\circ$

b.



c. $\widehat{\text{ADC}} = 180 - (29 + 29) = 122^\circ$

32 a. Tracer un triangle ACD isocèle en C tel que $CD = 6$ cm et $\widehat{ACD} = 96^\circ$.

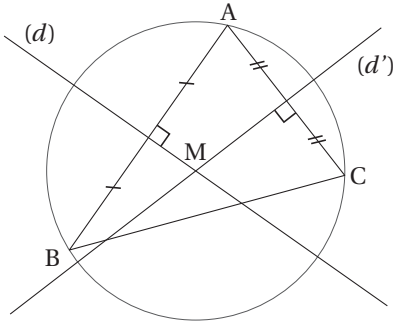
À l'extérieur de ce triangle, tracer le triangle ACB rectangle-isocèle en A.

À l'extérieur de ACB, tracer le triangle ABE rectangle en E tel que $\widehat{ABE} = 41^\circ$.

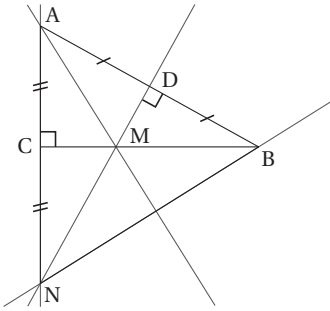
b. $\widehat{CAD} = (180 - 96) \div 2 = 42^\circ$ $\widehat{BAE} = 90 - 41 = 49^\circ$
 $42 + 90 + 49 = 181^\circ$

Les points E, A et D ne sont pas alignés.

33



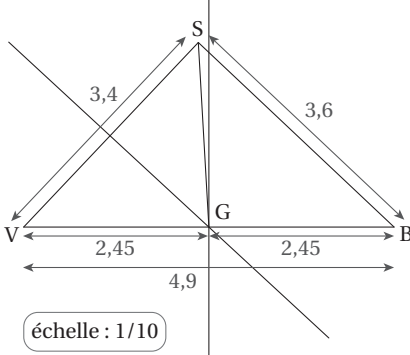
34 a.



b. (BC) est la hauteur issue de B dans le triangle ABN. (DN) est la hauteur issue de N dans le triangle ABN. (BC) et (DN) sont sécantes en M.

Puisque les hauteurs sont concourantes, (AM) est la hauteur issue de A dans le triangle ABN. Donc (AM) est perpendiculaire à (BN).

35 a. et b. On trace la médiatrice de [SV] et celle de [VB] qui se coupent au point G.



c. La gare se situera à environ 24,5 km de chaque ville.

Triangles égaux et triangles semblables

36 a. Vrai **b.** Faux **c.** Vrai

37 $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 36^2 + 8,1^2 = 1\,361,61$

$AC = \sqrt{1\,361,61}$ cm = 36,9 cm

a. Vrai **b.** Faux

38 a. ABC et EFG sont égaux.

b. ABC et EFG sont égaux.

c. ABC et EFG sont égaux.

d. ABC et EFG sont égaux car [EF] ne mesure pas 5 cm.

39 $PR = 2 \times 3 = 6$

PR mesure 6 cm.

40 $3 \times 1,5 = 4,5$ cm

$5 \times 1,5 = 7,5$ cm

$6 \times 1,5 = 9$ cm

EAR et SBG sont semblables.

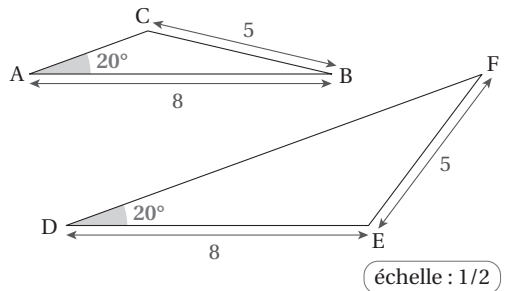
41 (CB) et (DE) sont parallèles.

D'après l'égalité de Thalès, on a $\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} = \frac{CB}{ED}$.

Il y a donc proportionnalité entre les longueurs des côtés de ABC et de ADE.

ABC et ADE sont semblables.

42



43 $\frac{91}{78} = \frac{21}{18}$ donc ABC et A'B'C' sont semblables.

44 $\widehat{BAC} = \widehat{BHA} = 90^\circ$

$\widehat{ABC} = \widehat{ABH}$

$\widehat{BCA} = 90 - \widehat{ABC} = 90 - \widehat{ABH} = \widehat{BAH}$

Donc ABC et ABH sont semblables.

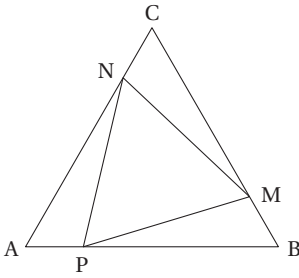
45 $\widehat{ABC} = \widehat{SRT} = 48^\circ$

$\widehat{BAC} = \widehat{RTS} = 82^\circ$

$\widehat{ACB} = \widehat{RST} = 50^\circ$

Donc ABC et RST sont semblables.

46 a.



b. $AP = BM = CN$

$AN = PB = CM$

$\widehat{NAP} = \widehat{PBM} = \widehat{MCN} = 60^\circ$, donc APN, BMP et CMN sont égaux.

c. On en déduit que $PN = NM = MP$.

MNP est donc équilatéral.

Propriétés des quadrilatères particuliers

47 a., b. et e. sont des parallélogrammes.

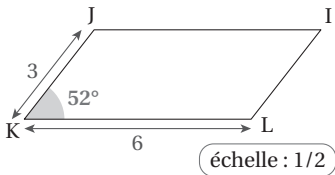
48 a. ABCD est un rectangle.

b. ABCD est un losange.

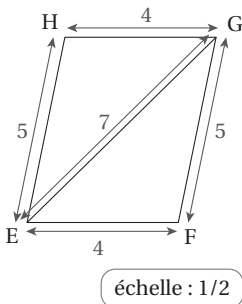
c. ABCD est un quadrilatère.

d. ABCD est un parallélogramme.

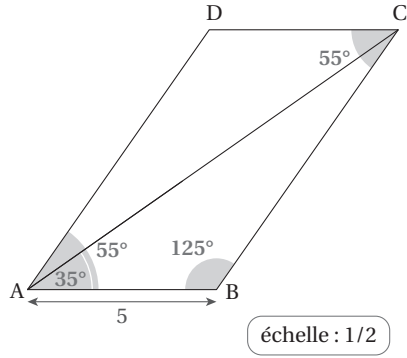
49 a.



b.



c.



50 a. Tracer un triangle OGH rectangle en O tel que $OG = 2$ cm et $OH = 3$ cm.

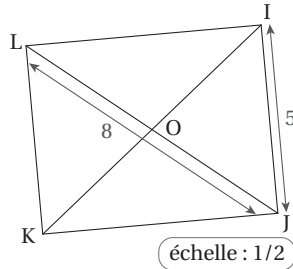
Tracer E et F, les symétriques respectifs des points G et H par rapport à O.

Tracer le losange EFGH.

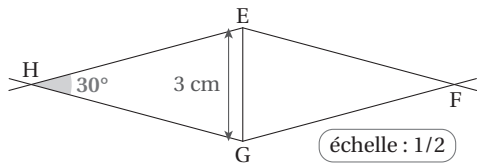
b. Tracer un triangle LMV isocèle en V tel que $LM = 3,5$ cm et l'angle $\widehat{VLM} = 73,5^\circ$. Tracer K et N tels que V soit le milieu de [KM] et de [LN].

Tracer le rectangle MNKL.

51 a.



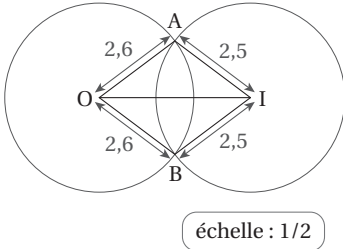
b.



52 Traduction : a. Construire un segment $[OI]$ de longueur 4 cm. Tracer le cercle de centre O et de rayon 2,6 cm, puis le cercle de centre I et de diamètre 5 cm. Ils se coupent aux points A et B .

b. Juliette dit : « Le quadrilatère $O A I B$ est un losange. A-t-elle raison ? Justifier.

a.



b. Juliette a tort parce que $OA = 2,6$ cm et $AI = 2,5$ cm. Ce quadrilatère n'est pas un losange.

53 a. (ME) et (NI) sont perpendiculaires à (TR) , donc (ME) et (NI) sont parallèles.

b. $TIRE$ est un parallélogramme, donc (TI) et (RE) sont parallèles.

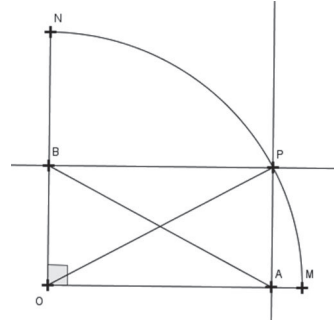
(MI) et (NE) sont donc parallèles.

De plus, (ME) et (NI) sont parallèles, donc $MINE$ est un parallélogramme.

c. Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu. Comme O est le milieu de $[TR]$, O est aussi le milieu de $[IE]$ et le milieu de $[MN]$.

d. $\widehat{EMI} = 180 - 48 = 132^\circ$

54 a. et b.



c. P est sur le quart de cercle donc $OM = OP$.

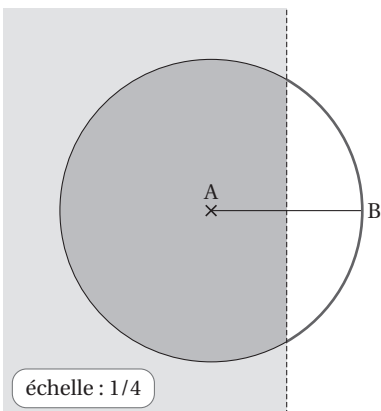
$OAPB$ est un rectangle, donc ses diagonales sont de même longueur : $OP = AB$.

Donc, $OM = OP = AB$.

Je résous

p. 368-369 du manuel

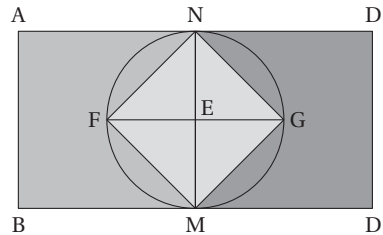
55 Le rouge est représenté en gris, le bleu en gris foncé et le vert en gris clair.



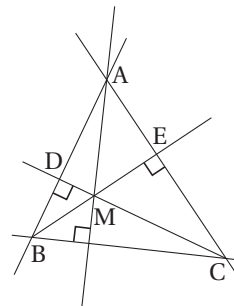
56 Il existe cinq triangles dont les côtés mesurent :

- 1 ; 6 ; 6
- 2 ; 5 ; 6
- 3 ; 4 ; 6
- 3 ; 5 ; 5
- 4 ; 4 ; 5

57



58



59 $\widehat{OAB} = \widehat{OCD}$ $\widehat{AOB} = \widehat{COD}$

Donc OAB et OCD sont semblables.

$DC = \frac{4,5 \times 5}{3} = 7,5$ $OD = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3}$

60 a. $a + 2(a + 15) = 180^\circ$

$3a + 30 = 180^\circ$

$a = 50^\circ$

b. $a + 2a + 69 = 180^\circ$

$a = 37^\circ$

61 a. ECF est isocèle en C.

ADE est isocèle en D.

b. $\widehat{ADE} = 90 - \widehat{CDE} = 90 - 60 = 30^\circ$

$\widehat{ECF} = \widehat{ECB} + \widehat{BCF} = 30 + 60 = 90^\circ$

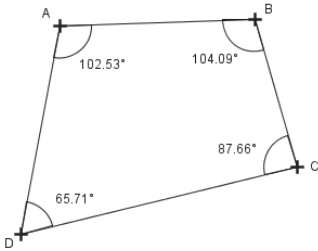
c. $\widehat{AED} = (180 - 30) \div 2 = 75^\circ$

$\widehat{CEF} = (180 - 90) \div 2 = 45^\circ$

d. $\widehat{AEF} = \widehat{AED} + \widehat{CED} + \widehat{CEF} = 75 + 60 + 45 = 180^\circ$

A, E et F sont alignés.

62 1.



2. a. La somme des angles semble être 360° .

b. ABCD peut être décomposé en deux triangles. La somme des angles de chaque triangle est égale à 180° .

La somme des angles du quadrilatère est donc bien égale à 360° .

63 ABCD et DEBF sont des parallélogrammes.

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

Le milieu de [AC] est aussi le milieu de [BD].

Le milieu de [BD] est aussi le milieu de [EF].

Le milieu de [AC] est aussi le milieu de [EF], donc AECF est un parallélogramme.

64 (BH) et (CD) sont perpendiculaires à (AC), donc (BH) et (CD) sont parallèles.

(CH) et (BD) sont perpendiculaires à (AB), donc (CH) et (BD) sont parallèles.

CDBH est donc un parallélogramme.

M est le milieu de [BC].

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

Donc M est le milieu de [HD].

65 1. $x + y = 90^\circ$

2. a. Si les points E, C et F sont alignés, alors $\widehat{ECF} = 180 - 90 - x = y$.

b. $\frac{13}{8} \neq \frac{8}{5}$, donc CBF et EDC ne sont pas semblables.

3. Puisque CBF et EDC ne sont pas semblables

$\widehat{DEC} \neq \widehat{BCF}$.

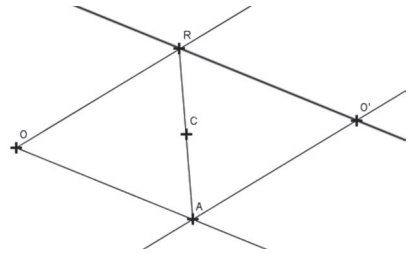
Donc E, C et F ne sont pas alignés.

66 $N \left(180^\circ - \frac{360^\circ}{N} \right) = 180N - 360^\circ$

67 a. Figure réalisée sur un logiciel de géométrie dynamique.

b. R et A sont les sommets d'un parallélogramme de centre le collège et dont les rues des Iles et l'avenue Victor Hugo sont des côtés.

c.



68 $DF = RE$

Pour que DF soit minimal, il faut placer E de façon à ce que (RE) soit perpendiculaire à (ST).

Je m'évalue

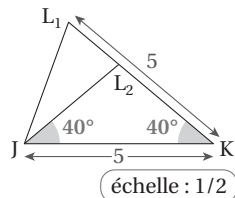
p. 370 du manuel

69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
c. d.	c. d.	b.	b. c. d.	a.	c. d.	b. d.	b. d.	b.	b. c. d.	b.

80 a. Figure réalisée par l'élève.

b. Les côtés opposés sont de même longueur donc MNPQ est un parallélogramme.

81 a.



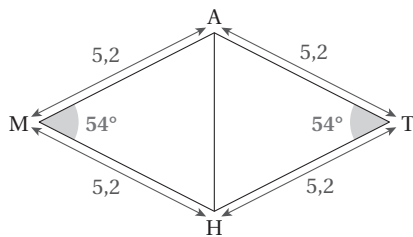
b. Solution 1 : $\widehat{JKL} = 40^\circ$

$$\widehat{KJL} = \widehat{KLJ} = (180 - 40) \div 2 = 70^\circ$$

Solution 2 : $\widehat{JKL} = \widehat{KJL} = 40^\circ$

$$\widehat{KLJ} = 180 - 2 \times 40 = 100^\circ$$

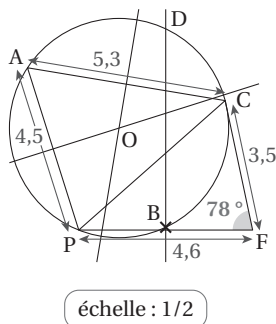
2.



3. Figure réalisée par l'élève.

82 1. et 2. Voir schéma ci-contre.

Le trésor est au niveau du point B.



83 (BC) est la hauteur issue de B dans le triangle ABE.

(DE) est la hauteur issue de E dans le triangle ABE.

(BC) et (DE) sont sécantes en M.

Puisque les hauteurs d'un triangle sont concourantes, (AM) est la hauteur issue de A dans le triangle ABE.

Donc (AM) est perpendiculaire à (EB).

84 ABC est équilatéral donc $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

$$\widehat{DAB} = 180 - (90 + 60) = 30^\circ$$

$$\widehat{EDF} = \widehat{ADB} = 180 - (90 + 30) = 60^\circ$$

On prouve de la même façon que $\widehat{ACB} = \widehat{ABC} = 60^\circ$.

EDF est donc équilatéral, donc semblable à ABC.

85 a. ABCD est un parallélogramme.

Comme les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, on en déduit que $OA = OC$.

De plus, $\widehat{OIA} = \widehat{OKC} = 90^\circ$ et $\widehat{AOI} = \widehat{KOC}$, car les angles sont opposés par le sommet.

Les triangles OAI et OKC sont égaux donc $OI = OK$.

b. De la même façon, on démontre que OLD et OJD sont égaux.

Par conséquent, on a $OL = OJ$.

Les diagonales de IJKL se coupent en leur milieu O, donc IJKL est un parallélogramme.

86 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

87 Figure réalisée par l'élève, en classe ou à la maison.

24. Comprendre l'effet d'une transformation sur une figure plane

Quel est le problème ? p. 373 du manuel

Intérêt du problème posé

Le problème permet de déterminer comment est réalisé un pavage en introduisant les différentes transformations abordées tout au long du cycle 4.

Questions possibles

1. Qu'est-ce qu'un pavage ?
2. Combien de sortes de poissons peut-on compter ?
3. Pour chaque sorte, comment passe-t-on d'un poisson à un autre ?

Exemple de résolution

1. Le pavage désigne le recouvrement complet d'une feuille, sans trou ni superposition.
2. Dans la figure d'Escher, on trouve deux sortes de poissons, des « allongés » et des « triangulaires ». Chaque sorte de poisson est de deux couleurs.
3. Pour passer d'un poisson « allongé » à un autre, on fait glisser le dessin horizontalement, dans le coin supérieur de la queue touchant le bout de la tête.
Pour passer d'un poisson « triangulaire » à un autre, on fait glisser le dessin horizontalement, puis il subit une symétrie d'axe horizontal.

Remarque : On peut passer d'un « allongé » jaune avec un « triangulaire » rouge à un « allongé » rouge et un « triangulaire » jaune en faisant une symétrie centrale.

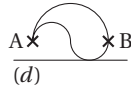
Découvrir de nouvelles transformations

1

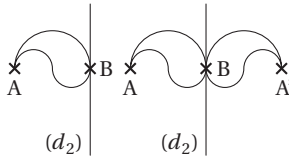
Frise 1 : La goutte a subi quinze fois la translation qui transforme A en B.



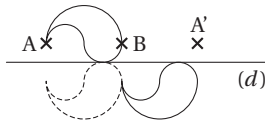
Frise 2 : La goutte a subi quinze fois la translation qui transforme A en B pour obtenir la frise 1, puis on a appliqué à cette frise une symétrie d'axe (d) .



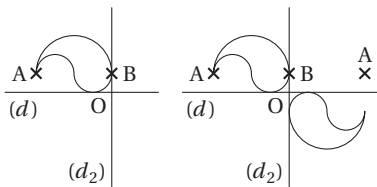
Frise 3 : La goutte a subi une symétrie d'axe (d_2) , puis la figure obtenue a subi sept fois la translation qui transforme A en A'.



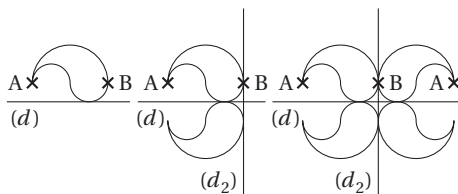
Frise 4 : La goutte a subi une symétrie d'axe (d) , puis la translation qui transforme A en B, puis la figure obtenue a subi sept fois la translation qui transforme A en A'.



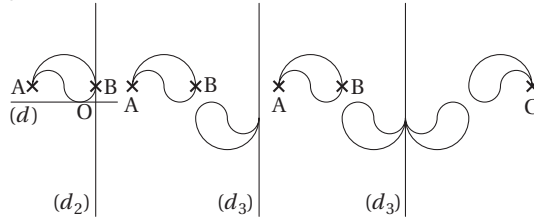
Frise 5 : La goutte a subi une symétrie de centre O, puis la figure obtenue a subi sept fois la translation qui transforme A en A'.



Frise 6 : La goutte a subi une symétrie d'axe (d) , puis la figure obtenue a subi une symétrie d'axe (d_2) . La nouvelle figure a subi sept fois la translation qui transforme A en A'.



Frise 7 : La goutte a subi une symétrie de centre O, puis la figure obtenue a subi une symétrie d'axe (d_3) . La nouvelle figure a subi trois fois la translation qui transforme A en C.



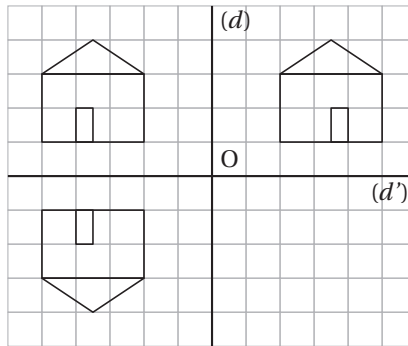
Faisons le bilan

Les caractéristiques des transformations utilisées sont la conservation des formes.

Découvrir l'effet de symétries sur une figure plane

2

a. et b.

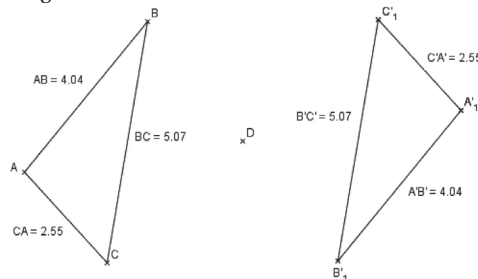


c. Pour passer de la première maison à la dernière, il suffit de faire un demi-tour autour du point O.

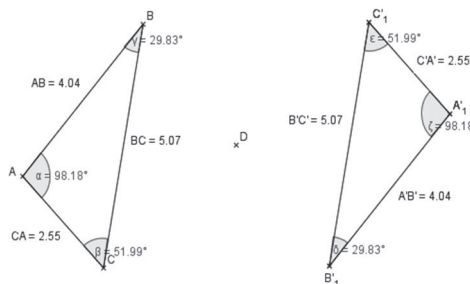
3

1. b. On observe que $AB = A'B'$, $AC = A'C'$ et $BC = B'C'$.

En déplaçant les points, les égalités de longueur restent vraies, donc le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.

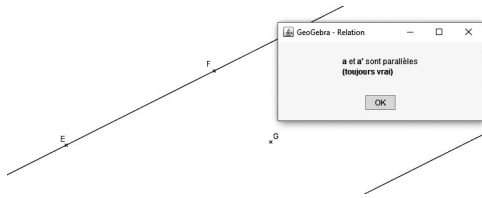


c. En déplaçant les points, les égalités d'angles restent vraies, donc le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.



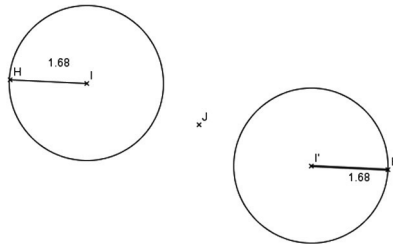
2. Les deux droites sont parallèles.

En déplaçant les points, elles sont toujours parallèles, donc le symétrique d'une droite est une droite parallèle.



3. Les deux cercles ont le même rayon.

En déplaçant les points, les rayons restent de même longueur, donc le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon.



Faisons le bilan

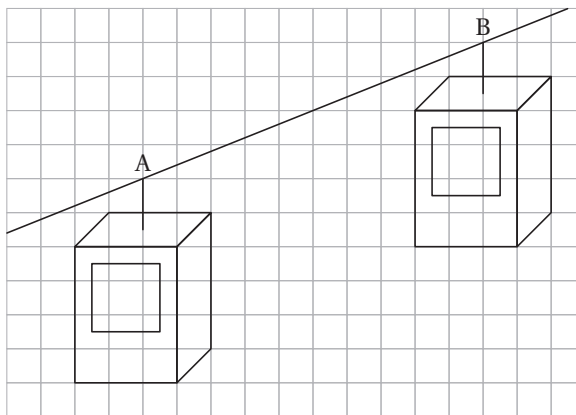
Deux symétries axiales successives par rapport à deux droites perpendiculaires donnent une symétrie centrale de centre le point d'intersection des deux droites.

Par une symétrie centrale :

- L'image d'un segment est un segment de même longueur ;
- L'image d'une droite est une droite parallèle ;
- L'image d'un cercle est un cercle de même rayon dont le centre est l'image du centre.

Découvrir l'effet d'une transformation

4



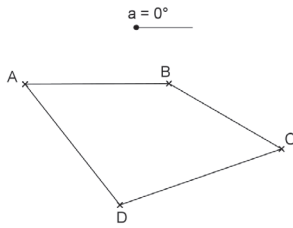
Faisons le bilan

Pour définir une translation, il faut deux points A et B. Les images de tous les points d'une figure s'obtiennent en faisant le même déplacement que celui qui amène de A vers B.

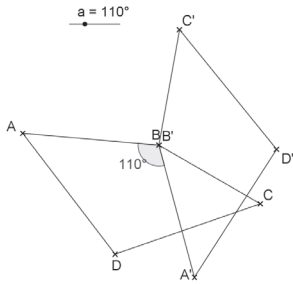
Découvrir l'effet d'une transformation

5

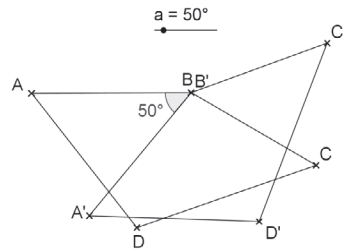
1. a. et b.



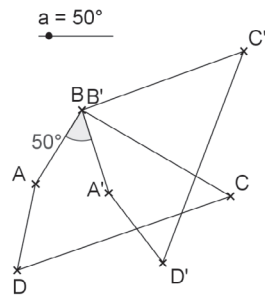
b. L'image du quadrilatère ABCD tourne autour du point B, avec pour angle l'angle \widehat{a} .
 $\widehat{ABA'} = \widehat{a}$



2. a.

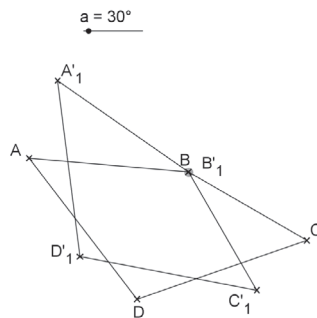


c. Le quadrilatère de départ et son image sont modifiés.
 Les deux quadrilatères sont superposables.



3. b. L'image du quadrilatère tourne dans l'autre sens.

c. Comme précédemment, le quadrilatère de départ est modifié et son image de la même manière.
 Les deux quadrilatères sont superposables.



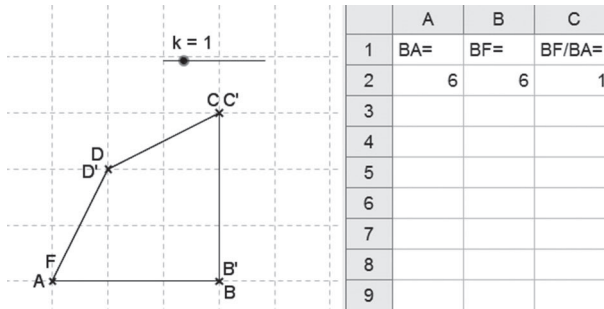
Faisons le bilan

L'image A' d'un A par une **rotation** de centre B et d'angle a est tel que : $BA = BA'$ et $\widehat{ABA'} = a$.

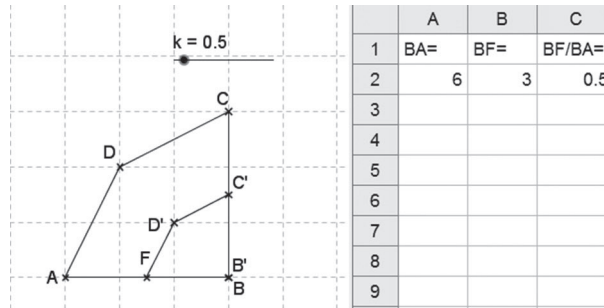
Découvrir l'effet d'une homothétie

6

1. a., b., c., d. et 2. a.

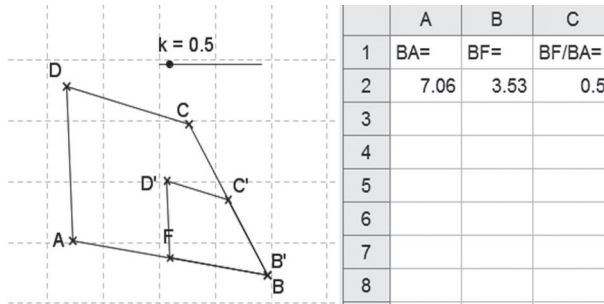


2. b.



On constate que $\frac{BF}{BA} = k$, donc que $BF = kBA$.

c. La relation trouvée à la question précédente est toujours vraie.

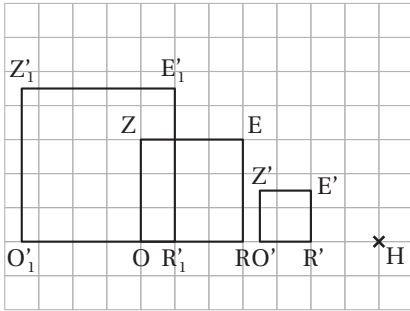


Faisons le bilan

L'image A' d'un A par l'**homothétie** de centre O et de rapport k positif.

On peut écrire la relation $OA' = k \times OA$.

11



12 Le petit cône est l'image du grand cône par l'homothétie de centre S et de rapport $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

13 On a appliqué au carré bleu une homothétie de rapport 2 et une homothétie de rapport 4.

Je m'entraîne

p. 380-381 du manuel

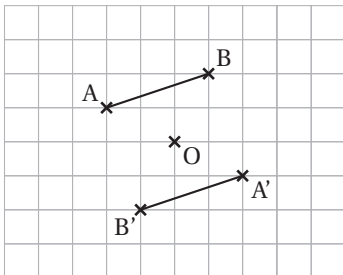
Effet d'une symétrie, d'une translation

16 a. Non b. Non c. Oui

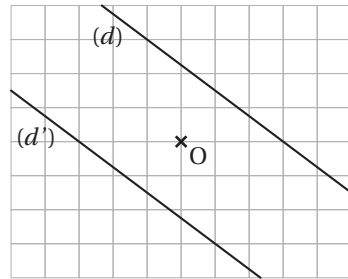
- 17 1. a. L'image du point C est A.
 b. L'image du point F est I.
 c. L'image du triangle DEF est GHI.
 d. L'image du segment [EF] est [HI].
 2. a. I est l'image de H par la translation qui transforme C en B.
 b. G est l'image de I par la translation qui transforme B en A.

- 18 a. Le symétrique du point A par rapport à I est le point Y.
 b. Les points M et L sont symétriques par rapport au point I.
 c. Le point I est le milieu des segments [TG] et [HP].
 d. Le symétrique du segment [HT] par rapport à I est [PG].
 e. Le symétrique de la droite (AM) par rapport à I est (YL).
 f. Les angles \widehat{ATH} et \widehat{OPG} sont symétriques par rapport au point I.

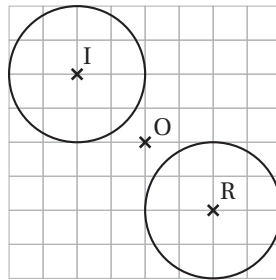
19 a.



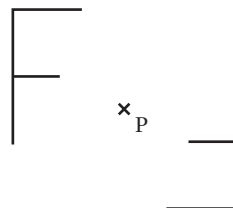
b.



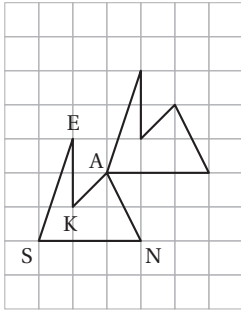
20



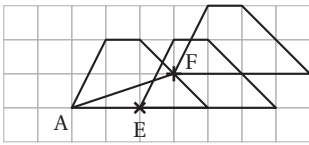
21 Traduction : Reproduire le schéma suivant, puis construire l'image de la lettre F par la symétrie centrale de centre P.



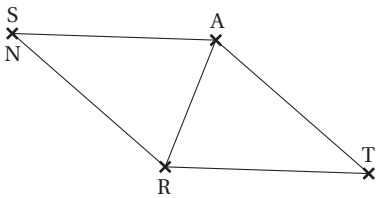
22



23



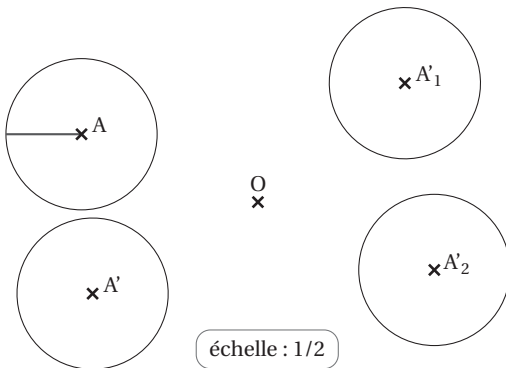
24 a., b. et c.



d. S et N sont confondus.

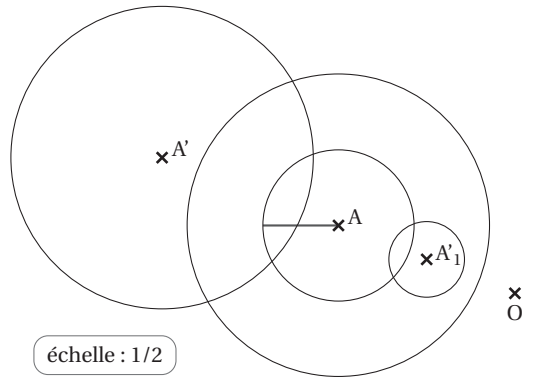
Effet d'une rotation ,
d'une homothétie

25



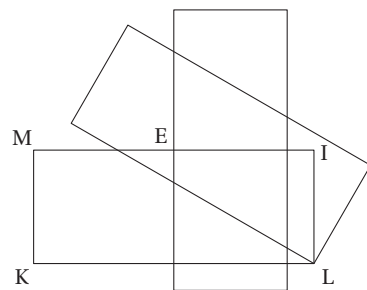
échelle : 1/2

26



échelle : 1/2

27

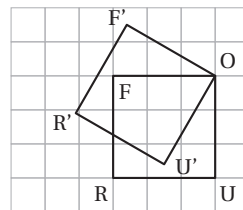


échelle : 1/2

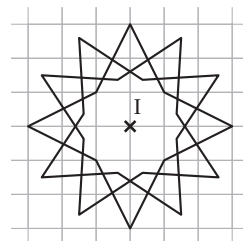
28 1. a. L'image de FOUR par la rotation de centre K et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre est FOUR.

b. L'image de U par la rotation de centre K et d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

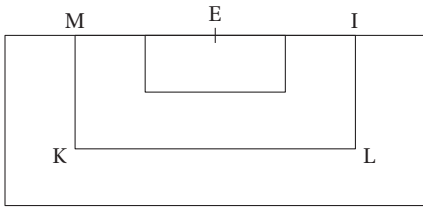
2.



29

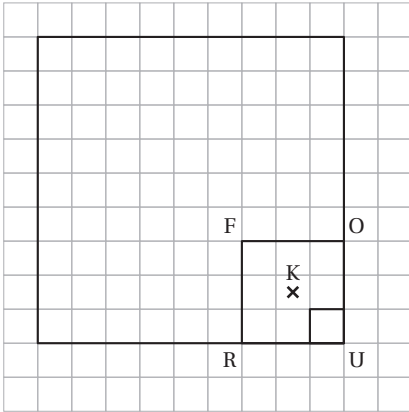


30

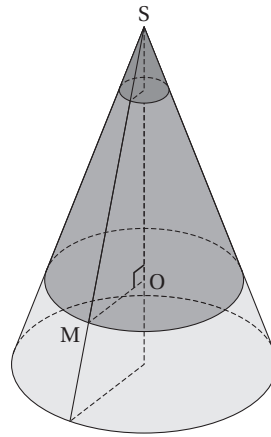


échelle : 1/2

31



32



Je résous

p. 382-383 du manuel

33 a. La transformation appliquée est une symétrie centrale.

b. La transformation appliquée est une symétrie axiale.

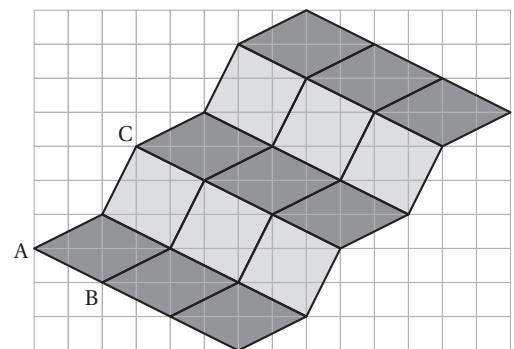
34 a. L'image du point F par la symétrie de centre J est I.

b. L'image du point A par la symétrie d'axe (HE) est J.

c. L'image du point G par la translation qui transforme F en B est H.

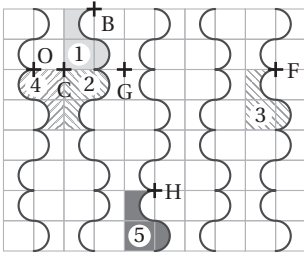
d. L'image du point A par la translation qui transforme E en J, suivie de la translation qui transforme G en J est I.

35 Le bleu est représenté en gris foncé, le jaune en gris clair.



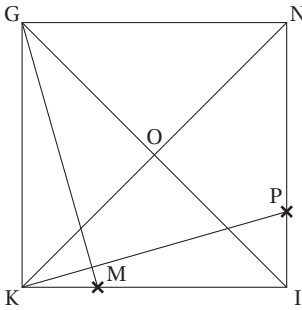
36 a. Faux **b.** Faux **c.** Vrai **d.** Vrai

37 1.



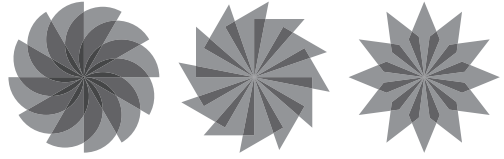
2. Le motif ① a pour image le motif ⑤ par la translation qui transforme B en H.

38 a.



b. L'image de GKM est KPI.

39



40 On a appliqué les homothéties de rapport 2 ; 3 ; 4 et 5.

41 La pyramide SS'MN est l'image de SABC par l'homothétie de centre S et de rapport 0,3.

42 L'homothétie de centre O et de rapport $-0,5$ permet de passer du triangle UNO au triangle DOS.

43 Le grand cône est l'image du petit cône par l'homothétie de centre le sommet du cône et de rapport $\frac{16}{12} = \frac{4}{3}$.

44 b. (1) et (2) Les rotations d'angle 60° , 120° et 180° dans le sens des aiguilles d'une montre et dans le sens inverse des aiguilles d'une montre permettent d'obtenir les deux rosaces.

(3) La rotation d'angle 30° , 60° , 90° , 120° , 150° et 180° dans le sens des aiguilles d'une montre et dans le sens inverse des aiguilles d'une montre permet d'obtenir la rosace.

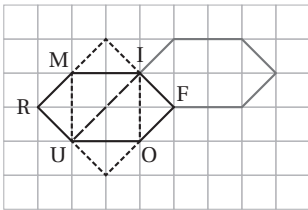
c. Figure réalisée sur un logiciel de géométrie dynamique.

Je m'évalue

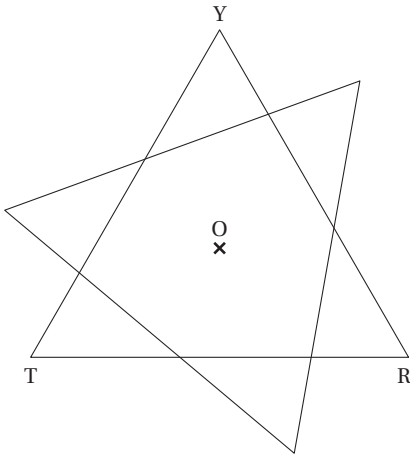
p. 384 du manuel

45	46	47	48	49	50
b. c.	b. c. d.	b. c. d.	a. c. d.	b. c. d.	b. c.

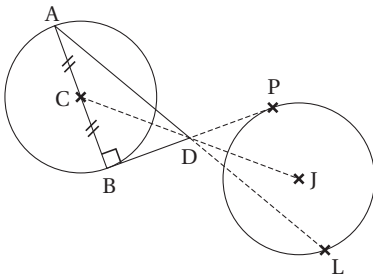
51



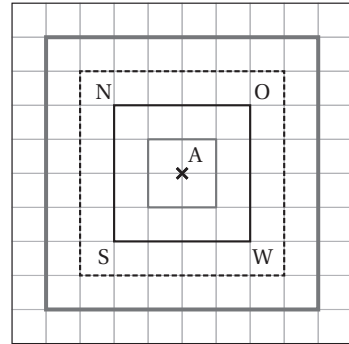
52



53



54

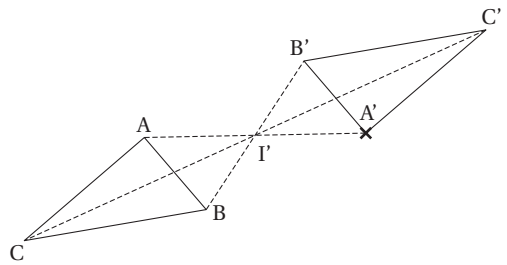


55 a. On a appliqué une homothétie de rapport 2 et une homothétie de rapport 3.

b. On a appliqué 3 homothéties de rapport 2, 3 et 4.

56 a. I est le milieu de $[AA']$.

b. et c.



57 **SCRATCH**

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

58 1. On a utilisé des translations, des rotations et des symétries centrales pour obtenir les mosaïques.

2. Figure réalisée sur un logiciel de géométrie dynamique.

25. Représenter des solides et se repérer dans l'espace

Quel est le problème ? p. 387 du manuel

Intérêt du problème posé

Cette situation permet d'introduire la notion de section de solide dans une situation concrète. La classe peut-être amenée à énumérer les différents solides connus.

Questions possibles

1. Qu'affiche l'écran de l'ordinateur pendant la construction de l'objet ?
2. Si on regarde l'objet en cours d'impression par-dessus, que voit-on ?

Exemple de résolution

1. L'écran de l'ordinateur peut afficher plusieurs choses :
 - une visualisation de l'objet en 3D pour une vision globale ;
 - une vue en coupe 2D pour matérialiser la couche en cours d'impression ;
 - éventuellement, des lignes de niveaux pour rendre compte du relief de l'objet à imprimer.Un même objet peut être représenté et appréhendé de différentes manières. L'objectif est d'amener les élèves à réfléchir sur le lien entre ces différentes représentations.
2. En regardant l'objet en cours d'impression par le dessus, on verra une section de l'objet par un plan horizontal. Chaque couche déposée par l'imprimante 3D permet de visualiser une nouvelle section de l'objet.

Voir dans l'espace

1

Objet	Ballon de football	Tambour	Cornet de glace	Boîte de mouchoirs	Billes empilées	Ballon de rugby
Solide associé	Sphère	Cylindre	Cône et cylindre	Pavé droit	Pyramide	Ellipsoïde

Objet	Carré de sucre	Chocolat	Balle de tennis	Macarons empilés	Thermos	Métronome
Solide associé	Cube	Prisme droit	Sphère	Cône	Cylindre et demi-sphère	Pyramide tronquée

2

	a.	b.	c.	d.
Nombre de faces	7	9	12	24
Nombre d'arêtes	15	16	30	36
Nombre de sommets	10	9	20	20

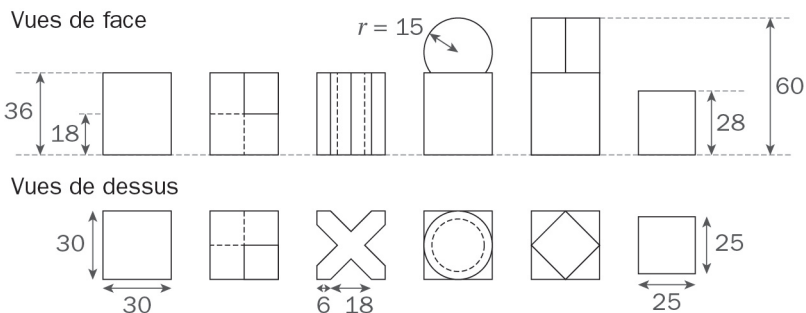
Faisons le bilan

Un pavé droit est un solide comportant 6 faces rectangulaires, parallèles deux à deux.
 Un cube est un pavé droit à faces carrées.
 Un cylindre est un solide composé de deux bases superposables en forme de disques et d'une surface latérale.
 Un prisme est un solide composé de deux bases superposables en forme de polygones et de faces latérales rectangulaires.
 Un cône est un solide pointu composé d'une base en forme de disque et d'une surface latérale.
 Une pyramide est un solide pointu composé d'une base en forme de polygone et de faces latérales triangulaires.
 Une sphère n'a ni face, ni arête, ni sommet.

Représenter et construire des solides

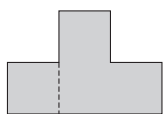
3

1. a.

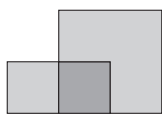


De gauche à droite, les pièces sont : la tour ; le cavalier ; le fou ; la reine ; le roi ; le pion.
 b. Les pointillés représentent les arêtes cachées.

2.



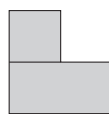
Vue de face



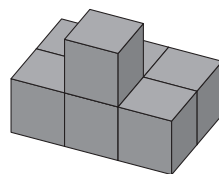
Vue de dessus



Vue de gauche



Vue de droite

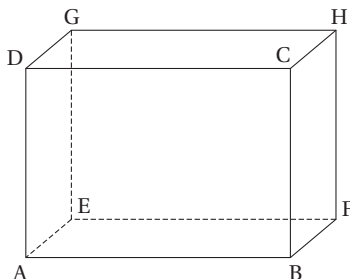


4

1. Diaporama projeté en classe.

2. a. Vrai b. Faux c. Faux d. Faux e. Vrai f. Faux g. Vrai

3.



échelle : 1/2

Faisons le bilan

Voici les règles de construction d'un solide en perspective cavalière :

- Les éléments cachés sont tracés en pointillés, les éléments visibles sont en traits pleins ;
- Les éléments situés dans un plan vu de face (frontale) sont représentés en vraie grandeur ;
- Les droites perpendiculaires au plan frontal sont représentées par des droites parallèles formant un angle (de fuite) avec l'horizontale ;
- Les longueurs représentées dans la direction des fuyantes ne sont pas de longueurs réelles (on les réduit par un coefficient de réduction, en général 0,5 ou 0,7).

Quelques propriétés :

- Deux droites parallèles sont représentées par deux droites parallèles ;
- Deux droites sécantes sont représentées par deux droites sécantes ;
- Des points alignés sont représentés par des points alignés ;
- Les milieux de segments sont conservés.

Construire des solides à partir d'un patron

5

1. Partie de l'activité réalisée en classe.

2. a. Le patron permet de construire une pyramide à base hexagonale.

b. Le patron permet de construire un cube.

c. Le patron permet de construire un cône.

d. Le patron permet de construire un cylindre.

e. Le patron permet de construire un prisme à base triangulaire.

f. Le patron permet de construire une pyramide tronquée à base carrée.

Faisons le bilan

Un patron est une figure géométrique plane qui permet d'obtenir, après pliage, un solide (en volume).

On peut ainsi tracer des patrons, puis reconstituer les solides associés.

Étudier les sections d'un solide par un plan

6

Fichier commenté en classe.

Faisons le bilan

La section d'un pavé droit par un plan est un rectangle.

La section d'un cylindre par un plan est un cercle si le plan de coupe est parallèle aux bases, un rectangle si le plan de coupe est parallèle à l'axe du cylindre (et perpendiculaire aux bases).

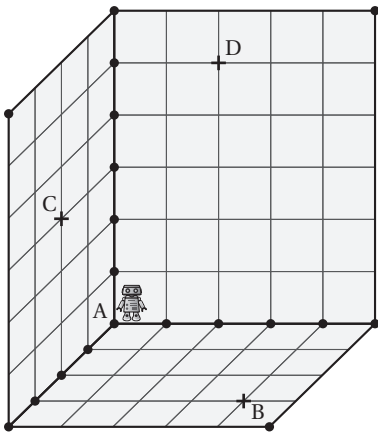
La section d'une pyramide ou d'un cône par un plan parallèle à sa base est une réduction de sa base.

La section d'une sphère par un plan est un cercle.

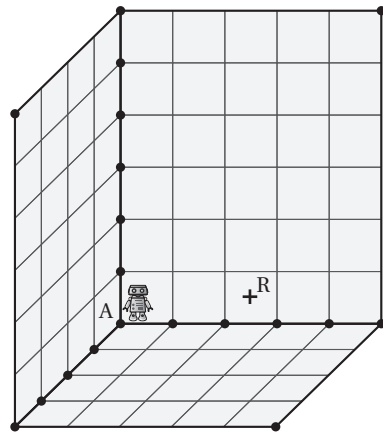
Se repérer dans l'espace

7

1. 2. On nomme le point correspondant à la question 1. B, puis, dans l'ordre, C et D les points qui correspondent à la question 2.



3. Après les commandes, le robot se trouvera en R.



4. a. (4 ; 2,5 ; 6)

b. (2 ; 5 ; 6)

c. (2 ; 5 ; 3)

d. (2 ; 2,5 ; 3)

8

1. a. Lorsqu'on se déplace sur le méridien origine, la latitude change mais la longitude de change pas.

b. La réponse est la même pour les autres méridiens.

c. Les méridiens sont repérés par des angles avec le méridien origine.

L'angle qui permet de repérer un méridien mesure la longitude.

d. (1) Vrai

(2) Vrai

(3) Vrai*

(4) Faux

(5) Vrai

*si on se limite aux méridiens tracés sur la carte.

2. a. Lorsque l'on se déplace sur l'équateur, la latitude ne varie pas mais la longitude change.

b. La réponse est la même pour les autres parallèles.

c. Les parallèles sont repérés par des angles avec l'équateur.

L'angle qui permet de repérer un parallèle mesure la latitude.

d. (1) Faux*

(2) Vrai

(3) Vrai

(4) Vrai

(5) Vrai

*il est dans l'hémisphère Nord.

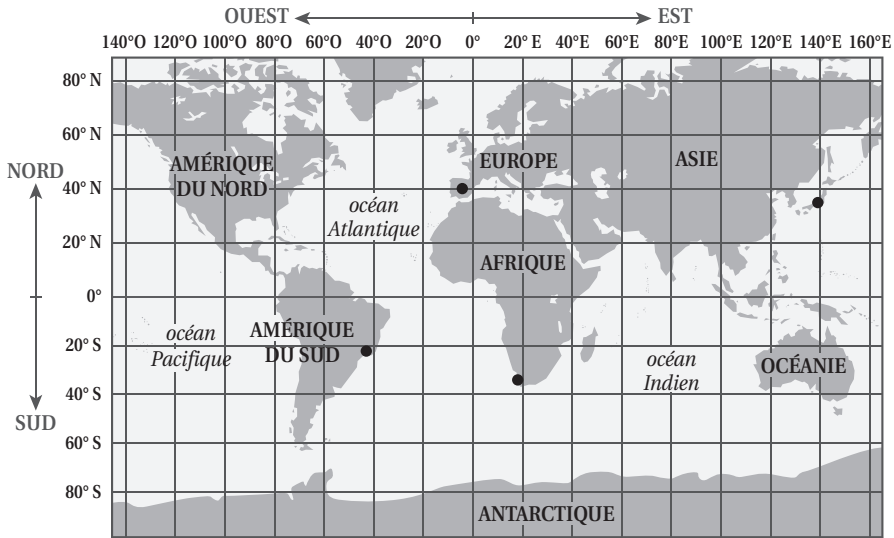
3. a. (90°N ; 0°)

b. (90°S ; 0°)

c. (0° ; 0°)

d. (0° ; 180°)

4. a. • (40°25'N ; 3°42'W) correspond à Madrid. • (35°41'N ; 139°41'E) correspond à Tokyo.
 • (33°53'S ; 18°25'E) correspond à Le Cap. • (22°54'S ; 43°10'W) correspond à Rio.
 b.



Faisons le bilan

Pour repérer un point dans le pavé droit, on a besoin de trois coordonnées : son abscisse, son ordonnée et sa côte.

Pour repérer un point sur la Terre, on a besoin de deux coordonnées : la latitude et la longitude.

Utiliser les courbes de niveau

9

1. a. On compte 10 lignes de niveau pour 400 m de dénivelé.

$$400 \div 10 = 40$$

L'équidistance est de 40 m.

b. A a pour altitude 800 m. B a pour altitude 1 000 m. C a pour altitude 600 m.

D a pour altitude 640 m. E a pour altitude 960 m.

2. a. $3 \times 40 = 120$ Les dénivelés de I à C et de F à B sont 120 m.

b. La pente la plus raide est celle de I à C car les courbes d'équidistance sont plus rapprochées à cet endroit.

3. La rivière Rau d'Olmo s'écoule de son point le plus élevé (environ 800 m) vers son point le moins élevé. Elle va donc d'Ouest en Est.

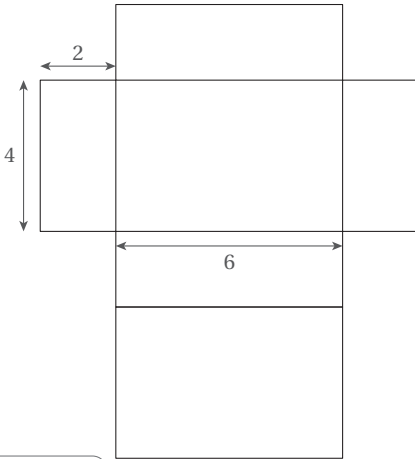
Faisons le bilan

Sur une carte, les courbes de niveaux permettent de rendre compte du relief. Elles sont utiles en randonnée pour connaître les pentes, les dénivelés, les accidents de terrain.

1 a.

Objet	Nature
Triangle ABC	Triangle rectangle en B
Angle \widehat{ABF}	Angle droit
Quadrilatère ABFE	Rectangle
Angle \widehat{ACG}	Angle droit
Quadrilatère ACGE	Rectangle

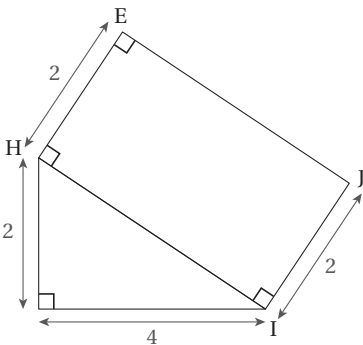
b.



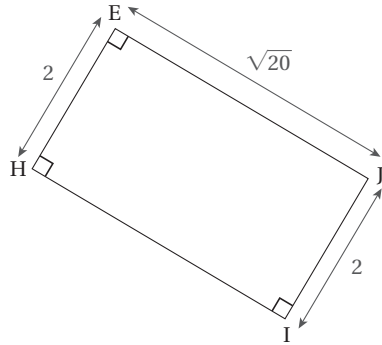
échelle : 1/2

2 1. HEJI est un rectangle.

2.a.



b. $HI^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$
 $HI = \sqrt{20} \approx 4,47$ cm



3 $\frac{18}{24} \times 10 = 7,5$

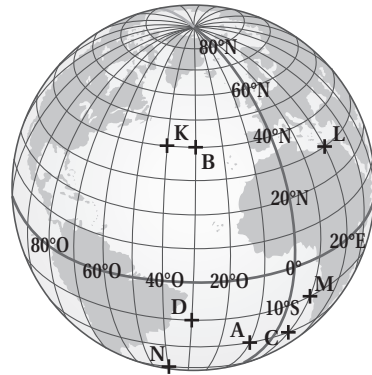
La section obtenue est un cercle de centre H et de rayon 7,5 cm.

- 4 A(0 ; 0 ; 0) B(0 ; 4 ; 0)
 C(2 ; 4 ; 0) D(2 ; 0 ; 0)
 E(0 ; 0 ; 3) F(0 ; 4 ; 3)
 G(2 ; 4 ; 3) H(2 ; 0 ; 3)
 I(2 ; 4 ; 1) J(0 ; 4 ; 1)

5 a. La ligne rouge est l'équateur. La ligne verte est le méridien d'origine. Elles permettent de déterminer les coordonnées d'un point grâce à sa latitude et à sa longitude.

- b. K(40°N ; 40°O) L(30°N ; 20°E)
 M(10°S ; 10°E) N(30°S ; 40°O)

c.

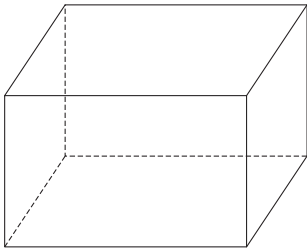


d. A et C ont la même latitude.
 B et D ont la même longitude.

Représentations de solides et patrons

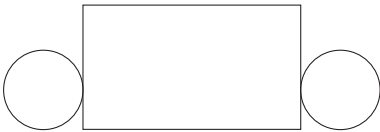
- 8** a. La figure compte un pavé droit.
 b. La figure compte deux prismes.
 c. La figure compte deux pyramides.
 d. La figure compte un cône.
 e. La figure compte un cylindre.
 f. La figure compte une sphère.

9



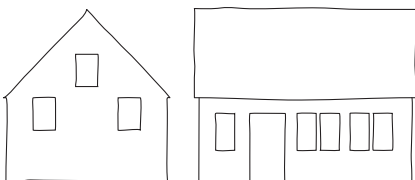
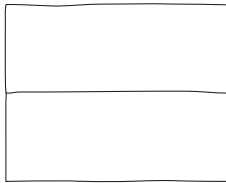
- 10** Ce prisme a sept faces.
11 La base de la pyramide a 8 côtés.
12 Réponse a.

13



- 14** Les dimensions du rectangle seront :
 $L = 2 \text{ cm}$
 $l = 2 \times \pi \times 4 = 8\pi \text{ cm} \approx 25,1 \text{ cm}$

15



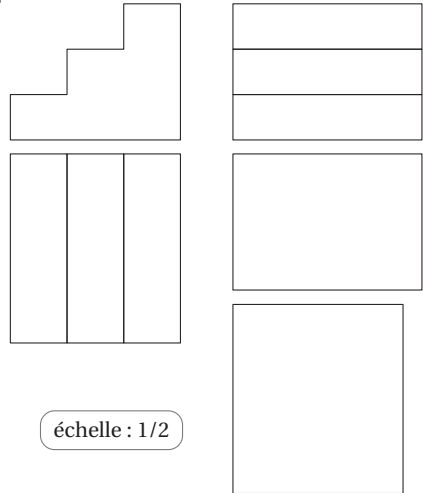
- 16** $15 + 8 + 3 + 1 = 27$ cubes
 Au minimum, on doit ajouter 27 cubes.

- 17** a. $50 + 4 \times 20 + 2 \times 8 + 2 \times 6 = 158 \text{ cm}$
 b. $50 + 8 + 2 \times 20 + 2 \times 6 = 134 \text{ cm}$
 c. $50 + 4 \times 6 + 2 \times 8 + 2 \times 20 = 130 \text{ cm}$

Isabelle peut choisir la réponse a. ou la réponse b.

- 18** a. Le solide a huit faces.
 b. Le solide a douze sommets.
 c. Le solide a seize arêtes.

19

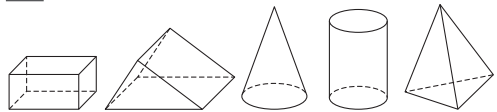


- 20** 1. La face opposée à la face marquée 6 portes le numéro 1.
 2. a. 5 b. 1 c. 3

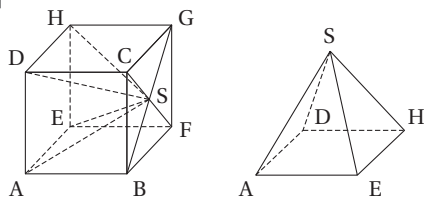
21

Numéro du solide	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Vue de face	i.	d.	a.	g.	c.
Vue de dessus		f.	h.	e.	

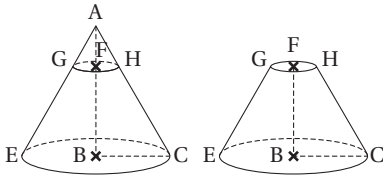
22



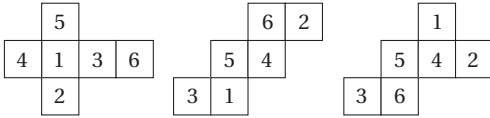
23



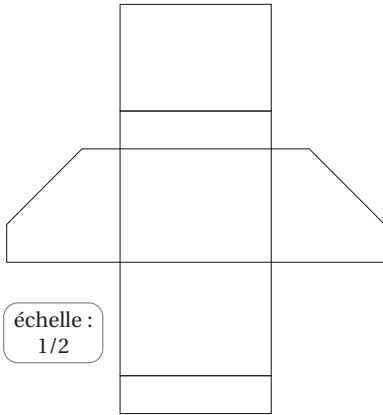
24



25

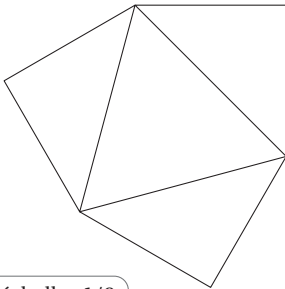


26



27 a. FEBG est une pyramide à base triangulaire (tétraèdre).

b.



28 a. $2 \times \pi \times 2 = 4\pi \text{ cm} \approx 12,6 \text{ cm}$
 b. $20 \div (2 \times \pi) = 10 \div \pi \approx 3,2 \text{ cm}$

Section de solides

29 1. et 2. a. La section est un cercle de rayon de 3 cm.

b. La section est un rectangle de dimensions 3 cm par 5 cm.

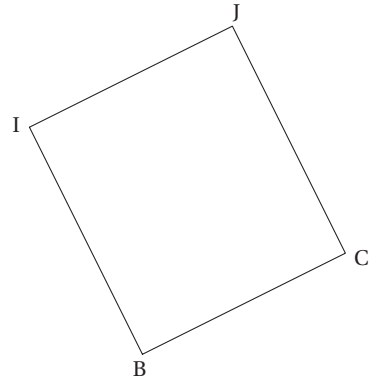
c. La section est un cercle.

d. La section est un triangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm par 4 cm.

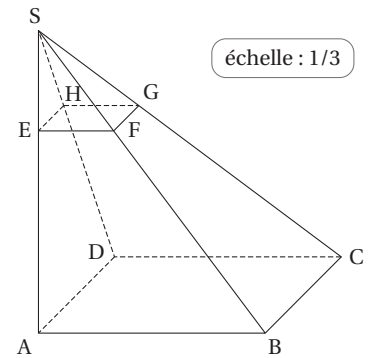
e. La section est un triangle rectangle.

30 a. La section est un rectangle.

b.



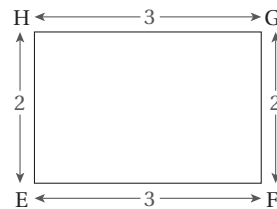
31 a.



b. La section est un rectangle.

c. $k = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

d.



32 a. $HB = \frac{2}{10} \times 4 = 0,8 \text{ cm}$

b. $SO = \frac{7}{3,5} \times 3,9 = 7,8 \text{ cm}$

$7,8 - 3,9 = 3,9 \text{ cm}$

La dimension manquante est 3,9 cm.

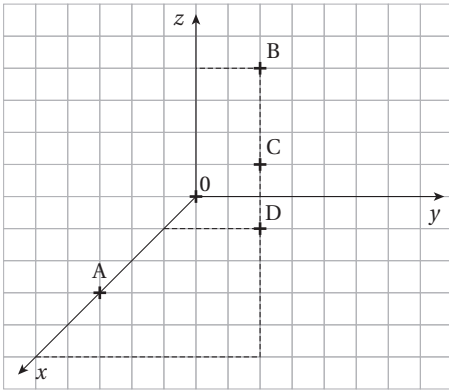
- c. $AH^2 = 8^2 - 6^2 = 28$
 $AH = \sqrt{28} \text{ cm} = 2\sqrt{7} \text{ cm}$
d. $AH^2 = 20^2 - 15^2 = 175$
 $AH = \sqrt{175} \text{ cm} = 5\sqrt{7} \text{ cm}$
e. $BH^2 = 4^2 - 3^2 = 7$
 $BI = \sqrt{7} \text{ cm}$
f. $BH^2 = 6^2 - 3,5^2 = 23,75$
 $BH = \sqrt{23,75} \text{ cm}$

Repérage dans l'espace

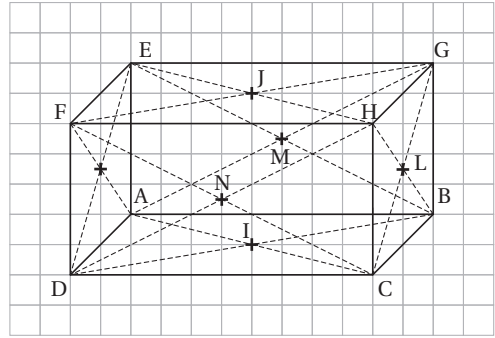
- 33** A(1 ; 6 ; 3) B(6 ; 2 ; 5) C(7 ; 4 ; 1)
D(8 ; 8 ; 0) F(8 ; 0 ; 5)

- 34** a. Vrai b. Faux c. Faux
d. Vrai e. Faux

35



36 a. et b.



- c. I(2 ; 5 ; 0) J(2 ; 5 ; 5)
K(2 ; 0 ; 2,5) L(2 ; 10 ; 2,5)
M(0 ; 5 ; 2,5) N(4 ; 5 ; 2,5)

- 37** N(90°N ; 0°E) S(90°S ; 0°E)
U(20°N ; 0°E) V(60°N ; 40°E)
Q(40°S ; 20°E) Y(20°N ; 80°E)

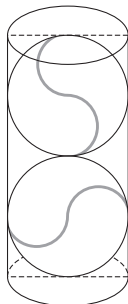
- 38** A(40°N ; 50°E) B(20°N ; 130°E)
C(0°N ; 110°E) D(10°S ; 70°E)
E(30°S ; 30°E) F(50°S ; 120°E)

Je résous

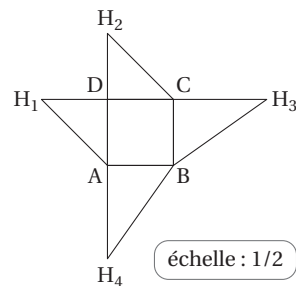
p. 396-397 du manuel

- 39** a. $6,5 + 6,5 = 13$
 $6,5 \div 2 = 3,25$

La hauteur de l'étui mesure au moins 13 cm,
Le rayon quant à lui mesure au moins 3,25 cm.
b.



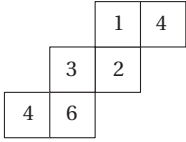
40



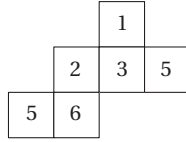
- 41** a. Le patron de Marc ne peut pas représenter le même dé (le 1 et le 6 sont inversés).
Le patron de Lola représente le même dé.

b.

Constance

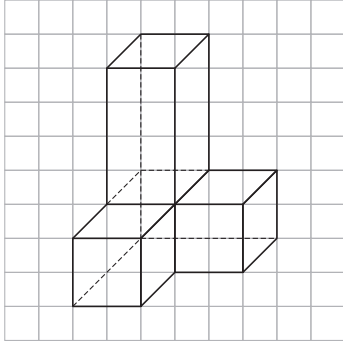


Mickaël



42 Exercice réalisé en classe.

43



44 $1^2 + 2,5^2 = 7,25$

$\sqrt{7,25} \approx 2,6 \text{ m}$

$\mathcal{A} = \sqrt{7,25} \times 6 \approx 16,2 \text{ m}^2$

45 $AC = 29 - 18 = 11 \text{ m}$

$AB = 18 \text{ m}$

$BC^2 = AB^2 - AC^2 = 18^2 - 11^2 = 203$

$\mathcal{A} = \pi \times BC^2 = 203\pi \text{ m}^2$

46 $6^2 \div 5,76 = 6,25$

$\sqrt{6,25} = 2,5$

$k = \frac{1}{2,5} = 0,4$

$h = 10 \times 0,4 = 4 \text{ cm}$

La distance est 4 cm.

47 B : 1 800 m

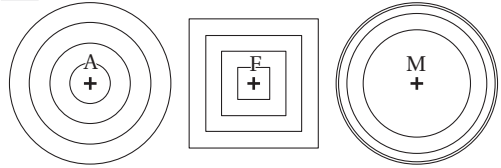
A : 2 000 m

D : entre 2 120 m et 2 160 m

C : 2 200 m

E : 2 240 m

48



49 Altitude de la Mongie : 1 800 m

$PG = 2\ 876 - 1\ 800 = 1\ 076 \text{ m}$

$GH = 4,2 \text{ km}$

$PH^2 = PG^2 + GH^2 = 1\ 076^2 + 4\ 200^2 = 18\ 797\ 776$

$PH \approx 4\ 335 \text{ m}$

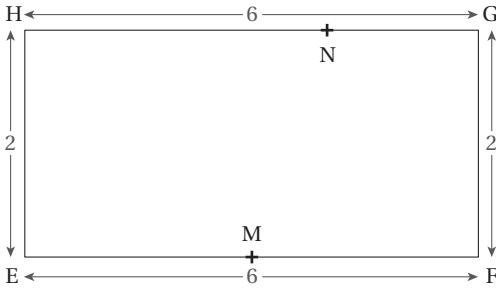
$v = 4,335 \times 4 = 17,34 \text{ km/h}$

Je m'évalue

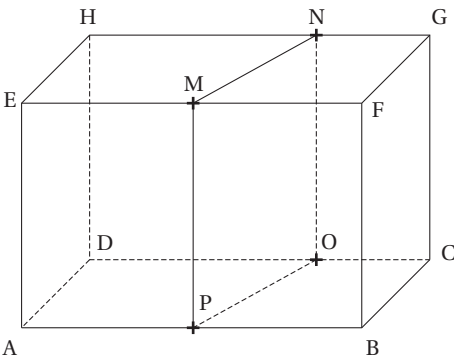
p. 398 du manuel

50	51	52	53	54	55	56	57
a. b. c. d.	b.	a. d.	c.	a.	b.	b. c.	b.

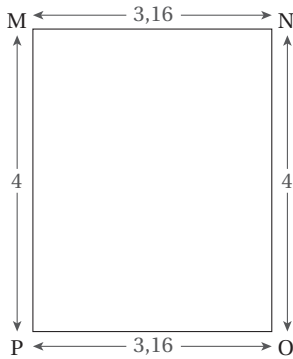
58



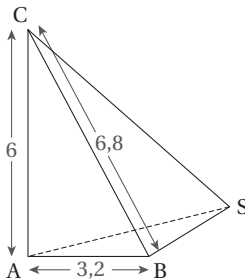
59 a.



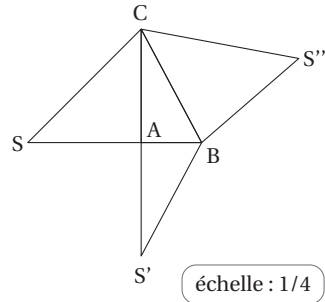
b.



60 a.

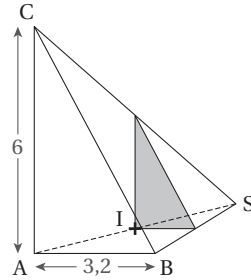


b.

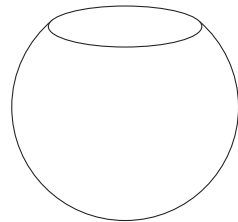


échelle : 1/4

61



62 a.



b. La section est un disque.

- 63 1. A(0 ; 0 ; 0) B(0 ; 10 ; 0)
 C(4 ; 10 ; 0) D(4 ; 0 ; 0)
 E(0 ; 0 ; 5) F(0 ; 10 ; 5)
 G(4 ; 0 ; 5) H(2 ; 10 ; 5)
 2. a. I(0 ; 5 ; 0) b. J(0 ; 5 ; 5)
 c. K(2 ; 10 ; 5) d. L(2 ; 5 ; 2,5)

64 1. $\cos \widehat{IAO} = \frac{IA}{OA}$ $\cos 41 = \frac{r}{6400}$

$r = 6400 \times \cos 41 \approx 4830$ km
 $2 \times \pi \times r \approx 30348$ km ≈ 30350 km
 La longueur du 41° parallèle est environ 30350 km.

2. a. Rome et New York ont la même latitude.

b. $12 + 74 = 86$

L'angle entre Rome et New York est 86°.

$\frac{86}{360} \times 30350 \approx 7250$ km

La distance entre Rome et New York est environ 7250 km.

65 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

Mathématiques et Développement durable p. 400 du manuel**66** 1. a. $\widehat{QOP} = 60^\circ$

$$\text{b. } \cos \widehat{HPO} = \frac{HP}{OP} \quad \cos 60 = \frac{HP}{6\,370} \quad HP = 6\,370 \times \cos 60 = 3\,185 \text{ km}$$

$$\text{c. } \widehat{AP} = \frac{180}{360} \times 2\pi \times 3\,185 = 3\,185\pi \text{ km} \approx 10\,001 \text{ km}$$

2. L'itinéraire par le pôle Nord est le plus court, la distance est :

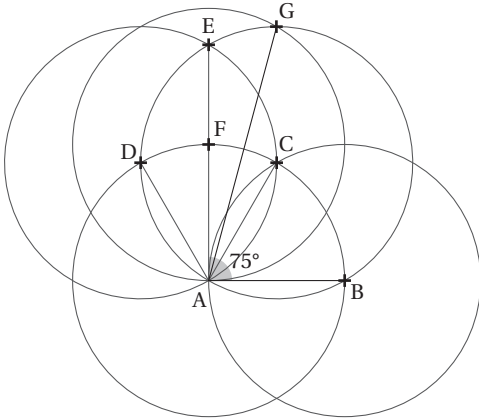
$$\widehat{AP} = \frac{60}{360} \times 2\pi \times 6\,370 = \frac{6\,370}{3} \pi \text{ km} \approx 6\,671 \text{ km.}$$

J'utilise tout ce que je sais

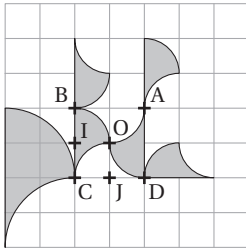
p. 401 du manuel

- 1** $\widehat{BDA} = 180 - 83 = 97^\circ$
 $\widehat{BAD} = 180 - (32 + 97) = 51^\circ$
 ABC est isocèle en B, donc $\widehat{ACB} = \widehat{BAD} = 51^\circ$.

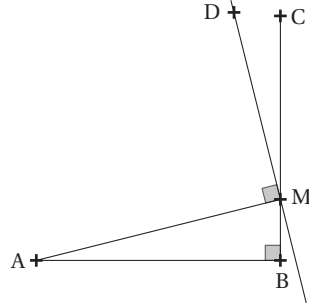
2



3



4



$$\widehat{CMD} = 180 - 90 - \widehat{AMB} = \widehat{MAB}$$

L'étoile polaire est située dans l'axe du pôle nord.

5 Au minimum.

- Si la vue de côté est celle de face :
 $6 + 2 + 4 + 4 = 16$ cubes ;
- Si la vue de côté est celle de gauche :
 $4 + 3 + 6 + 3 = 16$ cubes ;
- Si la vue de côté est celle de droite :
 $4 + 3 + 6 + 3 = 16$ cubes ;
- Si la vue de côté est celle de derrière :
 $6 + 1 + 5 + 5 = 17$ cubes.

Au maximum.

- Si la vue de côté est celle de face :
 $12 + 2 + 4 + 6 = 24$ cubes ;
- Si la vue de côté est celle de gauche :
 $6 + 3 + 12 + 4 = 25$ cubes ;
- Si la vue de côté est celle de droite :
 $6 + 3 + 12 + 4 = 25$ cubes ;
- Si la vue de côté est celle de derrière :
 $9 + 1 + 8 + 8 = 26$ cubes.

UNITÉ L Calcul de longueurs en géométrie

Progression dans l'unité

Chapitre	5 ^e	4 ^e	3 ^e
26. Calculer une longueur avec l'égalité de Pythagore		Égalité de Pythagore Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle (1)	
27. Calculer une longueur avec le théorème de Thalès			Proportionnalité et théorème de Thalès (2) Calculer des longueurs dans un triangle rectangle
28. Calculer une longueur, un angle avec la trigonométrie			Sinus, cosinus, tangente d'un angle aigu Calculer des angles et des longueurs dans un triangle rectangle

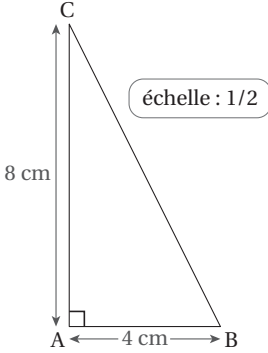
(1) La racine carrée d'un nombre positif est introduite dans ce chapitre (voir Thème A).

(2) Les notions d'homothétie, de proportionnalité de théorème de Thalès et d'agrandissement/réduction dans le plan sont à rapprocher.

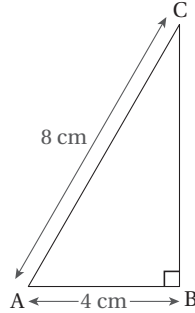
- 1** 1. a. $5^2 = 25$
 d. $12^2 = 144$
 2. a. $2,3^2 = 5,29$
 c. $3,6^2 = 12,96$

- b. $10^2 = 100$
 d. $0,1^2 = 0,01$
 b. $4,7^2 = 22,09$
 d. $15,25^2 = 232,5625$

2 a.



b.



c. Ce triangle est impossible à tracer : si ABC est rectangle en C, [AB] est l'hypoténuse (donc le plus grand côté).

- 3** a. $x = \frac{4 \times 0,6}{1,2} = 2$ b. $x = \frac{21 \times 5}{3} = 35$
 c. $x = \frac{5 \times 2}{7} = \frac{10}{7}$ d. $x = \frac{3 \times 1,4}{5} = 0,84$

e. $x = \frac{14 \times 5}{21} = \frac{10}{3}$

f. $x = \frac{6,4 \times 0,3}{0,3} = 6,4$

4 a. $\frac{33,8}{5,2} = 6,5$

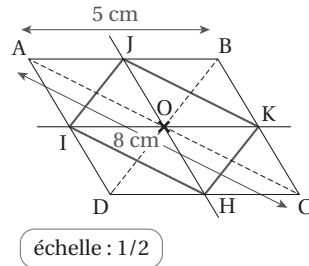
b. $\frac{35}{4} = 8,75$

c. $\frac{143}{2,2} = 65$

d. $\frac{21,6}{3} = 7,2$

- 5** a. L'angle rose, ou angle \widehat{ADM} , est aigu.
 L'angle orange, ou angle \widehat{DMI} , est obtus.
 L'angle bleu, ou angle \widehat{MBI} , est aigu.
 L'angle indigo, ou angle \widehat{MIN} , est obtus.
 L'angle rouge, ou angle \widehat{CNI} , est droit.
 b. \widehat{MDB} est un angle nul, \widehat{CIB} est un angle plat.

6 1.



2. IJKH semble être un parallélogramme.

26. Calculer une longueur avec l'égalité de Pythagore

Quel est le problème ? p. 405 du manuel

Intérêt du problème posé

Cette situation permet de présenter l'intérêt de calculer une longueur afin d'anticiper une situation. On constate que l'armoire qui mesure 236,4 cm peut tenir debout dans la pièce. En revanche, la faire basculer pour la relever peut poser problème en fonction de la hauteur du plafond qui est ici de 2,44 m.

Il s'agit de déterminer la longueur de la diagonale d'un rectangle dont les dimensions sont données. Les élèves pourraient faire un dessin à l'échelle, mais la précision des dimensions et la faible différence entre la hauteur du plafond et la hauteur de l'armoire peuvent compliquer le tracé.

Est alors introduite l'égalité de Pythagore qui permet d'obtenir une valeur exacte de la longueur de la diagonale. Par ailleurs, ce problème permet de travailler aussi sur la compétence « chercher » pour extraire les informations utiles.

Questions possibles

1. Comment calculer la diagonale d'un rectangle ?
2. Peut-on relever l'armoire sans toucher le plafond ?
3. Peut-on la relever dans l'autre sens ?

Exemple de résolution

1. On peut utiliser un dessin à l'échelle mais la précision ne sera pas aussi bonne qu'en utilisant le calcul. Les diagonales d'un rectangle sont de mêmes longueurs. Il suffit de considérer le triangle rectangle correspondant à la moitié du rectangle et d'appliquer le théorème de Pythagore.

2. On considère un côté de l'armoire : appelons le rectangle ABCD avec $AB = 236,4$ cm, $BC = 38$ cm. Le triangle ABC est rectangle en B.

D'après l'égalité de Pythagore, on a : $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

$$AC^2 = 236,4^2 + 38^2 = 55\,884,96 + 1\,444 = 57\,328,96$$

$$AC = \sqrt{57\,328,96} \text{ cm} \approx 239,4 \text{ cm}$$

La diagonale du côté de l'armoire a une longueur inférieure à 2,44 m.

On peut donc relever l'armoire sans toucher le plafond.

3. On considère le côté de l'armoire : appelons ce rectangle ABCD avec $AB = 236,4$ cm, $BC = 38$ cm. Le triangle ABC est rectangle en B.

D'après l'égalité de Pythagore, on a : $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

$$AC^2 = 236,4^2 + 100^2 = 55\,884,96 + 10\,000 = 65\,884,96$$

$$AC = \sqrt{65\,884,96} \text{ cm} \approx 256,7 \text{ cm}$$

La diagonale du côté de l'armoire a une longueur supérieure à 2,44 m. On ne peut donc pas relever l'armoire sans toucher le plafond dans ce sens.

Découvrir l'égalité de Pythagore

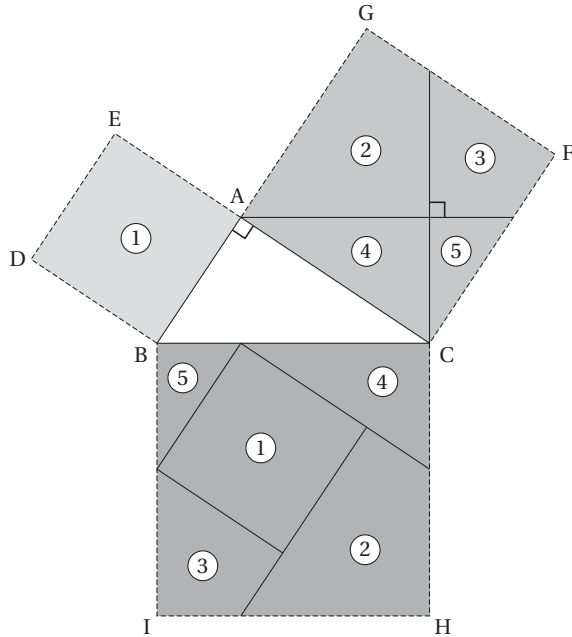
1

Les fichiers liés à cette activité sont disponibles dans le manuel interactif.

2. b. $\mathcal{A}_{\text{BIHC}} = \mathcal{A}_{\text{ABED}} + \mathcal{A}_{\text{ACFG}}$

3. $\mathcal{A}_{\text{BIHC}} = \text{BC}^2$ $\mathcal{A}_{\text{ABED}} = \text{AB}^2$ $\mathcal{A}_{\text{ACFG}} = \text{AC}^2$

Donc $\text{BC}^2 = \text{AB}^2 + \text{AC}^2$.



2

Les fichiers liés à cette activité sont disponibles dans le manuel interactif.

b. Il semble que $\mathcal{A}_{\text{BIHC}} = \mathcal{A}_{\text{ABED}} + \mathcal{A}_{\text{ACFG}}$

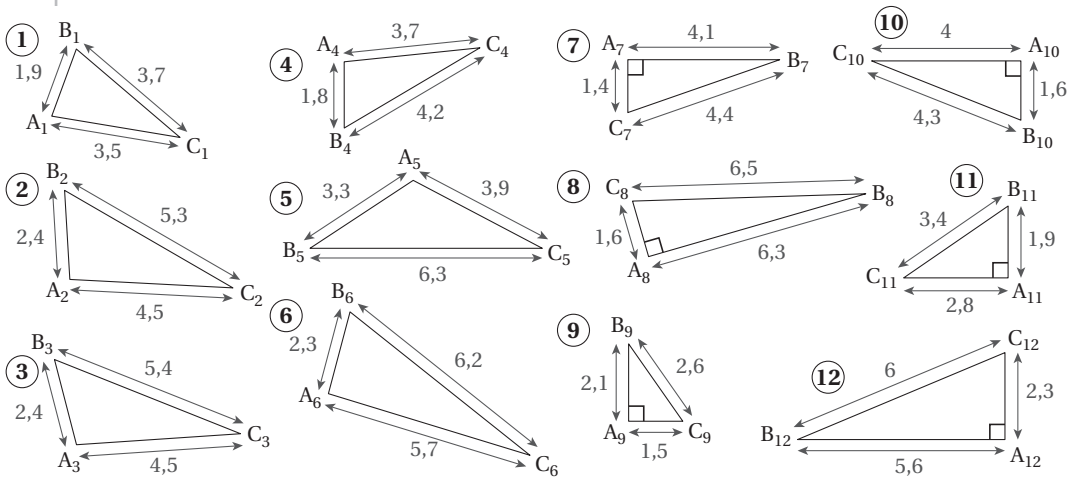
c. On en déduit que $\text{BC}^2 = \text{AB}^2 + \text{AC}^2$.

Faisons le bilan

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

Tester l'égalité de Pythagore dans différents triangles

3 1.



2.

	AB	AC	BC	AB ²	AC ²	AB ² + AC ²	BC ²
Triangle 1	1,9	3,5	3,7	3,61	12,25	15,86	13,69
Triangle 2	2,4	4,5	5,3	5,76	20,25	26,01	28,09
Triangle 3	2,4	4,5	5,4	5,76	20,25	26,01	29,16
Triangle 4	1,8	3,7	4,2	3,24	13,69	16,93	17,64
Triangle 5	3,3	3,9	6,3	10,89	15,21	26,1	39,69
Triangle 6	2,3	5,7	6,2	5,29	32,49	37,78	38,44
Triangle 7	4,1	1,4	4,4	16,81	1,96	18,77	19,36
Triangle 8	6,3	1,6	6,5	39,69	2,56	42,25	42,25
Triangle 9	2,1	1,5	2,6	4,41	2,25	6,66	6,76
Triangle 10	1,6	4	4,3	2,56	16	18,56	18,49
Triangle 11	1,9	2,8	3,4	3,61	7,84	11,45	11,56
Triangle 12	5,5	2,3	6	30,25	5,29	35,54	36

3. b. Il semble que dans les triangles rectangles $AB^2 + AC^2$, soit environ égal à BC^2 .

Faisons le bilan

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit. Cette relation n'est pas vraie lorsque le triangle n'est pas rectangle.

1 a. L'hypoténuse est [AC].

L'égalité de Pythagore est $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

b. L'hypoténuse est [MN].

L'égalité de Pythagore est $MN^2 = DM^2 + DN^2$.

c. L'hypoténuse est [RV].

L'égalité de Pythagore est $RV^2 = UR^2 + UV^2$.

d. L'hypoténuse est [XY].

L'égalité de Pythagore est $XY^2 = ZX^2 + ZY^2$.

2 Dans le triangle IJK, l'égalité de Pythagore est $KJ^2 = KI^2 + IJ^2$.

Dans le triangle IJL, l'égalité de Pythagore est $IJ^2 = LI^2 + LJ^2$.

Dans le triangle IKL, l'égalité de Pythagore est $KI^2 = LI^2 + KL^2$.

3 a. $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$$\sqrt{25} = 5$$

La longueur manquante est 5.

b. $6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$

$$\sqrt{52} \approx 7,2$$

La longueur manquante est environ 7,2.

c. $1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$

$$\sqrt{2} \approx 1,4$$

La longueur manquante est environ 1,4.

d. $7,1^2 + 3,2^2 = 50,41 + 10,24 = 60,65$

$$\sqrt{60,65} \approx 7,8$$

La longueur manquante est environ 7,8.

4 a. Dans le triangle ABC, l'égalité de Pythagore est $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

$$BC^2 = 12^2 + 10^2 = 144 + 100 = 244$$

$$BC = \sqrt{244} \text{ cm} \quad BC \approx 15,6 \text{ cm}$$

b. Dans le triangle SKI, l'égalité de Pythagore est

$$SK^2 = IS^2 + IK^2.$$

$$SK^2 = 4^2 + 10,7^2 = 16 + 114,49 = 130,49$$

$$SK = \sqrt{130,49} \text{ cm} \quad SK \approx 11,4 \text{ cm}$$

c. Dans le triangle COU, l'égalité de Pythagore est $UC^2 = CO^2 + UO^2$.

$$UC^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$$

$$UC = \sqrt{50} \text{ cm} \quad UC \approx 7,1 \text{ cm}$$

5 a. $10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$

$$\sqrt{64} = 8$$

La longueur manquante est 8.

b. $7^2 - 1^2 = 49 - 1 = 48$

$$\sqrt{48} \approx 6,9$$

La longueur manquante est environ 6,9.

c. $12,2^2 - 8^2 = 148,84 - 64 = 84,84$

$$\sqrt{84,84} \approx 9,2$$

La longueur manquante est environ 9,2.

d. $11^2 - 3^2 = 121 - 9 = 112$

$$\sqrt{112} \approx 10,6$$

La longueur manquante est environ 10,6.

6 a. Dans le triangle ZEN, l'égalité de Pythagore est $EN^2 = ZE^2 + ZN^2$.

On en déduit que $ZN^2 = EN^2 - ZE^2$.

$$ZN^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$$

$$ZN = \sqrt{25} \text{ cm}$$

$$ZN = 5$$

b. Dans le triangle BOA, l'égalité de Pythagore est $AO^2 = AB^2 + BO^2$.

On en déduit que $BO^2 = AO^2 - AB^2$.

$$BO^2 = 12^2 - 7^2 = 144 - 49 = 95$$

$$BO = \sqrt{95} \text{ cm}$$

$$BO \approx 9,7 \text{ cm}$$

c. Dans le triangle ARC, l'égalité de Pythagore est $AR^2 = AC^2 + CR^2$.

On en déduit que $AC^2 = AR^2 - CR^2$.

$$AC^2 = 25,2^2 - 18,1^2 = 635,04 - 327,61 = 307,43$$

$$AC = \sqrt{307,43} \text{ cm}$$

$$AC \approx 17,5 \text{ cm}$$

Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle

9 a. $OT^2 = CO^2 + CT^2$

b. $EL^2 = AL^2 + AE^2$

c. $MT^2 = MO^2 + OT^2$

10 a. $AB^2 = 100$ donc $AB = 10$.

b. $BD^2 = 49$ donc $BD = 7$

c. $EF^2 = 64$ donc $EF = 8$

d. $IJ^2 = 16$ donc $IJ = 4$

e. $GH^2 = 121$ donc $GH = 11$

f. $KL^2 = 181$ donc $KL = 9$

11 a. $\sqrt{12} \approx 3,5$

b. $\sqrt{31} \approx 5,6$

c. $\sqrt{7} \approx 2,6$

d. $\sqrt{20} \approx 4,5$

e. $\sqrt{28} \approx 5,3$

f. $\sqrt{13} \approx 3,6$

12 a. $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AB^2 = 8^2 + 12^2 = 64 + 144 = 208$

$AB = \sqrt{208}$ $AB \approx 14,4$

b. $EF^2 = DF^2 - DE^2$

$EF^2 = 3,2^2 - 2,5^2 = 10,24 - 6,25 = 3,99$

$AEF = \sqrt{3,99}$ $AEF \approx 2,0$

c. $HI^2 = GH^2 - GI^2$

$HI^2 = 3,6^2 - 2^2 = 12,96 - 4 = 8,96$

$HI = \sqrt{8,96}$ $HI \approx 3,0$

13 Dans le triangle ABC, l'égalité de Pythagore est $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

AB	BC	AC
21,9	25,0	12,0
5,0	13,0	12,0
27,0	43,0	33,5

14 Dans le triangle ABC, l'égalité de Pythagore est $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

AB	BC	AC
23,0	25,0	34,0
34,0	40,0	52,5
5,0	10,9	12,0

15 a. ACD est rectangle en D, BCD est rectangle en D, ADE est rectangle en E et BDE est rectangle en E.

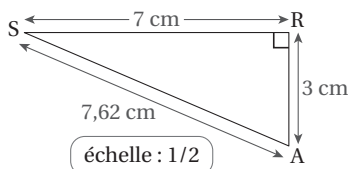
b. ACD est rectangle en D, son hypoténuse est [AC]. L'égalité de Pythagore est $AC^2 = AD^2 + CD^2$.

BCD est rectangle en D, son hypoténuse est [BC]. L'égalité de Pythagore est $BC^2 = BD^2 + CD^2$.

ADE est rectangle en E, son hypoténuse est [AD]. L'égalité de Pythagore est $AD^2 = AE^2 + DE^2$.

BDE est rectangle en E, son hypoténuse est [BD]. L'égalité de Pythagore est $BD^2 = BE^2 + DE^2$.

16 a.



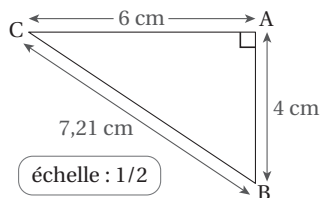
b. $AS^2 = AR^2 + RS^2$

$AS^2 = 3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$

$AS = \sqrt{58}$ cm

$AS \approx 7,6$ cm

17 1. a.



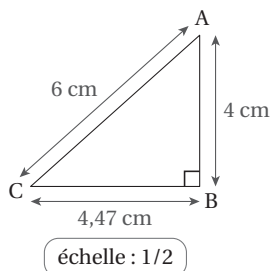
b. $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$

$BC = \sqrt{52}$ cm

$BC \approx 7,2$ cm

2. a.



b. $BC^2 = AC^2 - AB^2$

$BC^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$

$BC = \sqrt{20}$

$BC \approx 4,5$ cm

18 $DF^2 = DE^2 - EF^2$

$DF^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$

$DF = \sqrt{20}$

$DF \approx 4,5$ cm

19 $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8$

$AC = \sqrt{8}$

$BC \approx 2,8$ cm

20 On appelle O le point d'intersection des diagonales du losange ABCD.

$AO = 6$ et $BO = 2$

$AB^2 = AO^2 + BO^2$

$AB^2 = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$

$AB = \sqrt{40}$

Le périmètre du losange est $4 \times AB = 4 \times \sqrt{40} \approx 6,30$.

21 $AH^2 = AC^2 - CH^2$

$AH^2 = 12^2 - 6^2 = 144 - 36 = 108$

$AH = \sqrt{108}$ cm

$\frac{BC \times AH}{2} = \frac{14 \times \sqrt{108}}{2} \approx 72,7$

L'aire de ABC est environ 72,7 cm².

22 $RU^2 = UI^2 + IR^2 = 20,25 + 2,25 = 22,5$

$RU = \sqrt{22,5}$ cm

$RS^2 = SI^2 + IR^2 = 9 + 2,25 = 11,25$

$RS = \sqrt{11,25}$ cm

$ST^2 = SI^2 + IT^2 = 9 + 6,25 = 15,25$

$ST = \sqrt{15,25}$ cm

$TU^2 = UI^2 + IT^2 = 20,25 + 6,25 = 26,5$

$TU = \sqrt{26,5}$ cm

$\sqrt{22,5} + \sqrt{11,25} + \sqrt{15,25} + \sqrt{26,5} \approx 17,2$

Le périmètre est environ égal à 17,2 cm.

23 $FH^2 = FG^2 + GH^2 = 1,44 + 0,81 = 2,25$

$FH = \sqrt{2,25}$ m = 1,5 m

$EH^2 = FH^2 + EH^2 = 2,25 + 4 = 6,25$

$EH = \sqrt{6,25}$ m = 2,5 m

24 $AB = 8$ cm $BC = 16$ cm

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 64 + 256 = 320$

$AC = \sqrt{320}$ cm $\approx 17,9$ cm

25 $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 90\,000 + 160\,000 = 250\,000$

$BC = \sqrt{250\,000} = 500$ m

$DE^2 = CD^2 - CE^2 = 2\,102\,500 - 1\,000\,000 = 1\,102\,500$

$DE = \sqrt{1\,102\,500}$ m = 1 050 m

$300 + 500 + 1\,450 + 1\,050 = 3\,300$

La longueur du parcours est 3 300 m.

26 $AB^2 = AC^2 - BC^2 = 110,25 - 6,25 = 104$

$AB = \sqrt{104} \approx 10,2$ m

27 Traduction : Bob habite New York, au croisement de la 72^e rue et de Broadway (A). Il travaille à l'autre bout de Broadway (B). Pour aller au travail, il a l'habitude de descendre Broadway. Mais depuis lundi, il descend la 72^e rue et longe Central Park pour faire un peu plus d'exercice.

► Combien de mètres Bob parcourt-il chaque jour en plus ?

$AC^2 = AB^2 - BC^2 = 368\,775$

$AC = \sqrt{368\,775}$ m ≈ 607 m

$607 + 1\,035 = 1\,642$

Bob parcourt environ 1 642 m.

$(1\,642 - 1\,200) \times 2 = 884$

Bob parcourt 884 m de plus chaque jour.

28 Si ABH est un rectangle, alors

$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 25 - 16 = 9$.

$AH = 3$ cm

SI ACH est rectangle, alors

$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 36 - 9 = 27$

$AH = \sqrt{27}$ cm $AH \approx 5,2$ cm

(AH) n'est pas une hauteur de ABC.

Je résous

p. 412-413 du manuel

29 a. $OA_2^2 = 1^2 + 1^2 = 2$ $OA_2 = \sqrt{2}$

$OA_3^2 = \sqrt{2}^2 + 1^2 = 3$ $OA_3 = \sqrt{3}$

$OA_4^2 = \sqrt{3}^2 + 1^2 = 4$ $OA_4 = \sqrt{4}$

$OA_5^2 = 2^2 + 1^2 = 5$ $OA_5 = \sqrt{5}$

b. Figure reproduite par l'élève sur un logiciel de géométrie dynamique.

30 $c = (a + b)^2 - 2 \times (a \times b)$

31 $DG^2 = DH^2 + GH^2 = 9 + 9 = 18$

$DF^2 = DG^2 + GF^2 = 18 + 9 = 27$

$DF = AG = \sqrt{27}$ cm $\approx 5,2$ cm

AG mesure environ 5,2 cm.

32 $\mathcal{A}_{HUK} = HI^2 = AI^2 + AH^2 = 1^2 + 3^2 = 10$ cm²

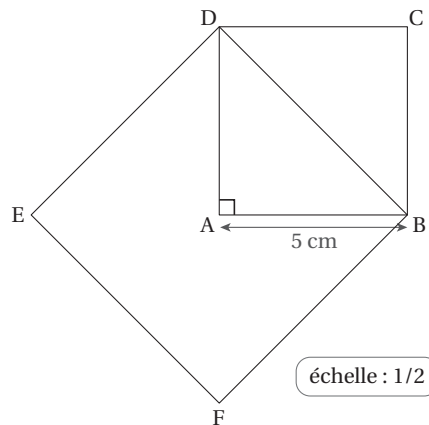
33 a. $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{4,5 \times 6}{2} = 13,5$ cm²

b. $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 20,25 + 36 = 56,25$

$AC = \sqrt{56,25} = 7,5$ cm

c. $BH = 13,5 \times 2 \div 7,5 = 3,6$ cm

34



35 $AB^2 = AC^2 - BC^2 = 25 - 16 = 9$
 $BD^2 = AD^2 - AB^2 = 49 - 9 = 40$
 $\mathcal{P}_{ACD} = 7 + 5 + \sqrt{40} - 4 \approx 14,3 \text{ cm}$
 Le périmètre du triangle ACD est environ 14,3 cm.
 $\mathcal{A}_{ACD} = \frac{9 \times \sqrt{40}}{2} \approx 28,5 \text{ cm}^2$

L'aire du triangle ACD est environ 28,5 cm².

36 a. $AD^2 = AE^2 + ED^2 = 6^2 + 7^2 = 85$
 $AD = \sqrt{85} \text{ cm}$ $AD \approx 9,2 \text{ cm}$
 AD mesure environ 9,2 cm.
 b. $CD^2 = BD^2 - BC^2 = 25 - 9 = 16$
 $CD = 4 \text{ cm}$
 $AC = \sqrt{85} - 4 \text{ cm} \approx 5,2 \text{ cm}$
 $AB^2 = BC^2 + AC^2 \approx 9 + 27,04 = 36,04$
 $AB = \sqrt{36,04} \text{ cm}$ $AB \approx 6 \text{ cm}$

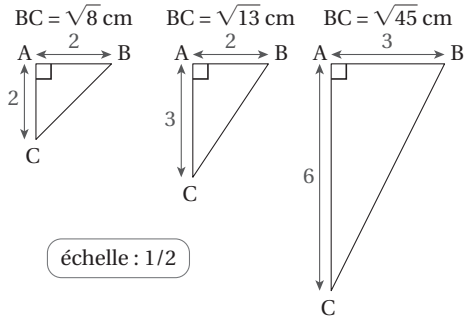
37 $4,73^2 - 4^2 = 6,3729$ $\sqrt{6,3729} \approx 2,52 \text{ m}$
 $2,52 \text{ m} \div 14 = 0,18 \text{ m} = 18 \text{ cm}$
 L'escalier est aux normes.

38 a. et b. $c^2 = (a + b)^2 - 4 \times \frac{a \times b}{2}$
 $= a^2 + 2ab + b^2$
 $= a^2 + b^2$

39 $20^2 - 12^2 = 256$ $\sqrt{256} = 16 \text{ pieds}$
 $20 - 16 = 4$
 L'autre extrémité de la lance descend de 4 pieds.

40 1. a. $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 1 + 4 = 5$
 $BC = \sqrt{5}$

b.



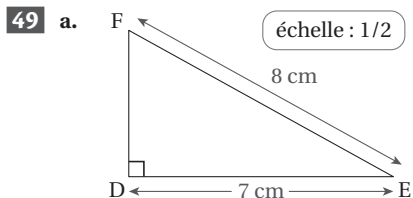
41 Sur la carte, $AB = 200 \text{ m}$, $BC = 246 \text{ m}$ et $CD = 923 \text{ m}$.
 En réalité : $AB^2 = 200^2 + (209 - 133)^2 = 45\,776$
 $AB \approx 214 \text{ m}$
 $BC^2 = 246^2 + (299 - 209)^2 = 68\,616$
 $BC \approx 262 \text{ m}$
 $CD^2 = 923^2 + (551 - 299)^2 = 915\,443$
 $CD \approx 957 \text{ m}$
 $214 + 262 + 957 = 1\,433$
 La distance totale est égale à 1 433 m.

Je m'évalue p. 414 du manuel

42	43	44	45	46	47	48
c. d.	b. c.	a.	a. b.	a.	c.	b.

Je prépare le contrôle

p. 415 du manuel



b. $FE^2 = DF^2 + DE^2$

On en déduit que $DF^2 = FE^2 - DE^2 = 15$.

$AD = \sqrt{15} \approx 3,9$ cm.

50 $AS^2 = AP^2 + PS^2$ $AS^2 = 25 + 110,25 = 135,25$

$AS = \sqrt{135,25}$ cm $AS \approx 11,6$ m

$AS + AP = 11,6$ m + 3 m $\approx 14,6$ m

Le poteau mesurait environ 14,6 m.

51 $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AC \times BC}{2} = \frac{3,6 \times 4,8}{2} = 8,64$ cm²

$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 12,96 + 23,04 = 36$

$AB = \sqrt{36}$ cm = 6 cm

$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB \times CH}{2} = \frac{6 \times CH}{2} = 3CH$

Donc $CH = 8,64 \div 3 = 2,88$ cm.

52 a. $\mathcal{A}_{ABCE} = \mathcal{A}_{ABDE} + \mathcal{A}_{BCD}$
 $= 20 \times 40 + \frac{40 \times (50 - 20)}{2}$
 $= 1\,400$ m²

$15 \times 35 = 525$

Un sac de 15 kg permet de semer 525 m² de gazon.

b. $BC^2 = BD^2 + CD^2$

$BC^2 = 40^2 + 30^2 = 1\,600 + 900 = 2\,500$

$BC = \sqrt{2\,500}$ m = 50 m

20 m + 50 m + 50 m + 40 m = 160 m

Il n'aura donc pas assez de grillage.

53 Dans le triangle AOS rectangle en S :

$AO^2 = AS^2 + OS^2$

$AS^2 = AO^2 - OS^2$

Dans le triangle AOT rectangle en T :

$AO^2 = AT^2 + OT^2$

$AT^2 = AO^2 - OT^2$

Puisque OS et OT sont des rayons de \mathcal{C} , alors

$OS = OT$.

On en déduit $AS^2 = AT^2$.

Donc $AS = AT$ et ATS est isocèle en A.

54 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

Mathématiques et Sciences

p. 416 du manuel

55 $t_{\text{ondes réfléchies}} = 14,540$ s $d_{\text{ondes réfléchies}} = 6 \times 14,540 = 87,24$ km

$h^2 = (87,24 \div 2)^2 - (63 \div 2)^2 = 910,454$ 4

$h = \sqrt{910,454} \approx 30,2$ m

La profondeur du Moho dans les Alpes est d'environ 30,2 m.

27. Calculer une longueur avec le théorème de Thalès

Quel est le problème ? p. 417 du manuel

Intérêt du problème posé

Cette situation permet de présenter une nouvelle façon de calculer une longueur, à l'aide du théorème de Thalès. Une seule longueur est donnée dans l'énoncé.

Cela fait aussi appel à la prise d'initiative des élèves. Dans ces conditions, on ne pourra donner qu'une estimation de la hauteur du Taj Mahal.

Questions possibles

1. Estimer la hauteur du Taj Mahal.

Exemple de résolution

1. Il faut dans un premier temps que les élèves estiment l'écartement entre leur pouce et leur index dans une position similaire à celle présentée sur la photo et estimer à quelle distance de l'objectif de l'appareil photo se situe leur main.

Ensuite, ils peuvent appliquer le théorème de Thalès en supposant que le segment joignant le pouce et l'index est parallèle à la façade du Taj Mahal.

Si on considère que la distance entre le pouce et l'index est 8 cm, et que la main se situe à 17 cm de l'objectif, en appliquant le théorème de Thalès, on obtient :

$$\frac{8 \text{ cm}}{h} = \frac{17 \text{ cm}}{16\,264 \text{ cm}}$$

On en déduit une estimation de la hauteur du Taj Mahal.

$$h = \frac{16\,264 \times 8}{17} \approx 7\,654 \text{ cm} \approx 76,54 \text{ m}$$

La hauteur approximative est 76,54 m.

La hauteur réelle du Taj Mahal est 73 m.

Découvrir le théorème de Thalès

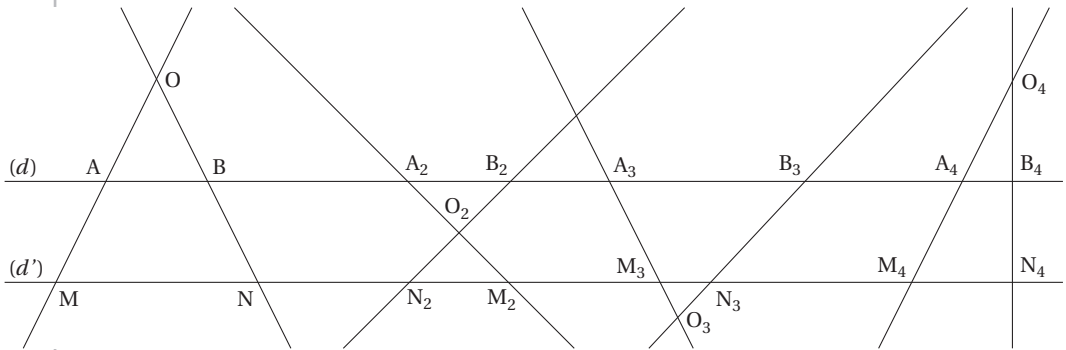
1 Les fichiers liés à cette activité sont disponibles dans le manuel interactif.

2. Lorsque (MN) et (BC) sont parallèles, $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

3. On peut conjecturer lorsque (MN) et (BC) sont parallèles que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

2 Les fichiers liés à cette activité sont disponibles dans le manuel interactif.

1. a. b.



2. c. Il semble que les quotients $\frac{OM}{OA} = \frac{ON}{OB} = \frac{MN}{AB}$ et $\frac{MN}{AB}$ sont sensiblement égaux.

Faisons le bilan

Lorsque deux droites parallèles coupent deux droites sécantes, les longueurs des côtés des deux triangles formés sont proportionnelles.

Démontrer le théorème de Thalès

3 1. a. Soit h la distance entre les droites (MN) et (BC).

$$A_{MBC} = \frac{BC \times h}{2} = A_{NBC}$$

b. $A_{AMC} = A_{ABC} - A_{MBC} = A_{ABC} - A_{NBC} = A_{ANC}$

c. Soit H la hauteur issue de C dans le triangle ABC .

$$\frac{A_{AMC}}{A_{ABC}} = \frac{\frac{AM \times H}{2}}{\frac{AB \times H}{2}} = \frac{AM}{AB}$$

d. Puisque $A_{MBC} = A_{NBC}$, on en déduit que $\frac{A_{AMC}}{A_{ABC}} = \frac{A_{ANC}}{A_{ABC}}$, donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

2. a. Puisque (NI) est parallèle à (AC), d'après la réponse à la question 1., on en déduit que $\frac{BM}{BA} = \frac{BI}{BC}$.

b. (NI) est parallèle à (AC) et (MN) est parallèle à (IC), donc MNCI est un parallélogramme.

Les côtés opposés d'un parallélogramme sont de même longueur donc $IC = MN$.

$$c. \frac{BA - BM}{AB} = 1 - \frac{BM}{BA} = 1 - \frac{BI}{BC} = \frac{BC - BI}{BC}$$

$$\frac{AM}{BA} = \frac{BA - BM}{AB} = \frac{BC - BI}{BC} = \frac{IC}{BC} = \frac{MN}{BC}$$

3. Puisque M' et N' sont les symétriques de M et N par rapport à A , $(M'N')$ est parallèle à (MN) , donc $(M'N')$ est parallèle à (BC) .

D'après ce qui précède, $\frac{AM'}{AB} = \frac{AN'}{AC} = \frac{M'N'}{BC}$.

De plus, $AM' = AM$ $AN' = AN$ $M'N' = MN$.

On en déduit que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Faisons le bilan

Si deux droites (BM) et (CN) sont sécantes en un point A avec (BC) et (MN) parallèles, alors on peut

écrire l'égalité : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

J'applique

p. 419 du manuel

1 Les figures en vraie grandeur de cet exercice sont disponibles dans le manuel interactif.

- a. C'est un agrandissement.
- b. C'est une réduction.
- c. C'est un agrandissement.
- d. C'est une réduction.

2 a. (BC) et (ED) sont sécantes en A. (BE) et (CD) sont parallèles.

L'égalité de Thalès est $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$.

b. (IJ) et (GH) sont sécantes en F. (GJ) et (HI) sont parallèles.

L'égalité de Thalès est $\frac{FJ}{FI} = \frac{FG}{FH} = \frac{JG}{HI}$.

c. (ON) et (KL) sont sécantes en M. (KO) et (LN) sont perpendiculaires à (KM), donc (KO) et (LN) sont parallèles.

L'égalité de Thalès est $\frac{MN}{MO} = \frac{ML}{MK} = \frac{LN}{KO}$.

d. (TP) et (RQ) sont sécantes en S. (TR) et (PQ) sont parallèles.

L'égalité de Thalès est $\frac{ST}{SP} = \frac{SR}{SQ} = \frac{TR}{PQ}$.

3 a. (WU) et (XY) sont sécantes en V. (YU) et (WX) sont parallèles.

L'égalité de Thalès est $\frac{VY}{VX} = \frac{VU}{VW} = \frac{YU}{XW}$.

b. (BE) et (CD) sont sécantes en A. (DE) et (BC) sont parallèles.

L'égalité de Thalès est $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{EB}{BC}$.

c. (EI) et (AF) sont sécantes en G. (EF) et (AI) sont parallèles.

L'égalité de Thalès est $\frac{GE}{GI} = \frac{GF}{GA} = \frac{EF}{IA}$.

d. (JN) et (MK) sont sécantes en L. (JK) et (MN) sont parallèles.

L'égalité de Thalès est $\frac{LJ}{LN} = \frac{LK}{LM} = \frac{JK}{NM}$.

4 a. $\frac{2,5}{4} = \frac{3}{x}$ $x = \frac{3 \times 4}{2,5} = 4,8$

b. $\frac{3}{x} = \frac{2}{3}$ $x = \frac{3 \times 3}{2} = 4,5$

c. $\frac{3}{5} = \frac{1,8}{x}$ $x = \frac{1,8 \times 5}{3} = 3$

d. $\frac{2}{7} = \frac{x}{6}$ $x = \frac{6 \times 2}{7} = \frac{12}{7}$

5 a. $\frac{x}{1} = \frac{3}{2}$ $x = \frac{3 \times 1}{2} = 1,5$

b. $\frac{3,2}{4,7} = \frac{2,4}{x}$ $x = \frac{2,4 \times 4,7}{3,2} = 3,525$

c. $\frac{1,2}{x} = \frac{1}{3,2}$ $x = \frac{1,2 \times 3,2}{1} = 3,84$

d. $\frac{x}{2,7} = \frac{3}{2}$ $x = \frac{2,7 \times 3}{2} = 4,05$

Calculer des longueurs avec le théorème de Thalès III

- 8** a. Vrai b. Vrai c. Vrai
 d. Faux e. Faux f. Vrai
 g. Vrai h. Faux i. Vrai

9 a. $\frac{x}{6} = \frac{1}{3}$ $x = 2$

b. $\frac{2}{x+2} = \frac{1}{4}$ $x = 6$

c. $\frac{2}{x} = \frac{1}{3}$ $x = 6$

10 a. $\frac{1,5}{2,5} = \frac{2}{x}$ $x = \frac{10}{3}$

b. $\frac{2}{3,7} = \frac{3}{x}$ $x = 5,55$

c. $\frac{2,1}{x} = \frac{2}{3}$ $x = 3,15$

11 $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$ $\frac{12}{28} = \frac{AC}{35} = \frac{12}{B'C'}$

$AC = \frac{35 \times 12}{25} = 15 \text{ cm}$

$B'C' = \frac{28 \times 12}{28} = 12 \text{ cm}$

12 $\frac{OA}{OB'} = \frac{OB}{OA'} = \frac{AB}{A'B'}$ $\frac{11}{OB'} = \frac{13}{29} = \frac{21}{A'B'}$

$A'B' = \frac{21 \times 29}{13} = \frac{609}{13} \text{ cm}$

$OB' = \frac{11 \times 29}{13} = \frac{319}{13} \text{ cm}$

13 $\frac{AB}{AC} = \frac{1,5}{3,5} = \frac{3}{7}$ $\frac{AE}{AD} = \frac{2,5}{4} = \frac{5}{8}$

(BE) et (CD) ne sont pas parallèles.

14 $\frac{AB}{AC} = \frac{AB'}{AC'} = \frac{BB'}{CC'}$ $\frac{1,16}{3,15} = \frac{AB'}{AC'} = \frac{BB'}{1,63}$

$BB' = \frac{1,63 \times 1,16}{3,15} \approx 0,60 \text{ m}$

15 Traduction : *ABCD est un rectangle. La droite (d) qui passe par le point C coupe la droite (AD) au point I et coupe la droite (AB) au point J.*

► À partir de ces informations, trouver la relation entre les longueurs DI et BJ.

$\frac{AB}{AJ} = \frac{AD}{AI}$ $\frac{4}{AJ} = \frac{3}{AI}$ $AI = \frac{3}{4}AJ$

16 $\frac{AJ}{AC} = \frac{AI}{AB} = \frac{IJ}{BC}$ $\frac{AJ}{AC} = \frac{1,9}{318,9} = \frac{0,90}{BC}$

$BC = \frac{318,9 \times 0,90}{1,9} \approx 151$

La pyramide de Khéops mesure 151 m.

17 a. $AM = 30 - 3 = 27$

La distance AM vaut 27 m.

b. $\frac{MB}{MP} = \frac{MA}{MH} = \frac{AB}{HP}$ $\frac{MB}{MP} = \frac{27}{30} = \frac{AB}{0,8}$

$AB = \frac{27 \times 0,8}{30} = 0,72$

La hauteur de réglage AB est 0,72 m.

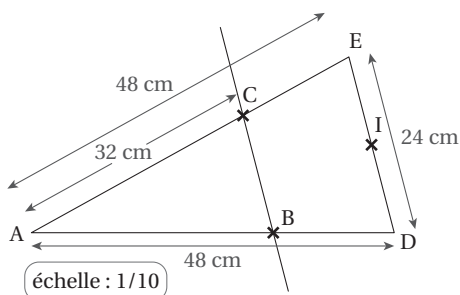
18 $1,60 - 0,85 = 0,75$ $3,4 - 0,85 = 2,55$

$\frac{0,75}{2,55} = \frac{d}{5,5}$ $d = \frac{0,75 \times 5,5}{2,55} = 1,62$

$5,5 - 1,62 = 3,88$

Il faut placer la cloison à 3,88 m de I.

19 a.



b. AED est isocèle en A, donc (AI) est la médiatrice de [DE].

c. $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$ $\frac{AB}{48} = \frac{32}{24}$

$BC = \frac{24 \times 32}{48} = 16 \text{ cm}$

20 $\frac{SK}{SC} = \frac{SJ}{SB} = \frac{JK}{BC}$ $\frac{SK}{SC} = \frac{2,5}{4} = \frac{JK}{2,1}$

$JK = \frac{2,1 \times 2,5}{4} = 1,3125 \text{ cm}$

21 a. $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ $\frac{3}{6} = \frac{AD}{7,4} = \frac{DE}{9}$

$AD = \frac{7,4 \times 3}{6} = 14,8 \text{ cm}$

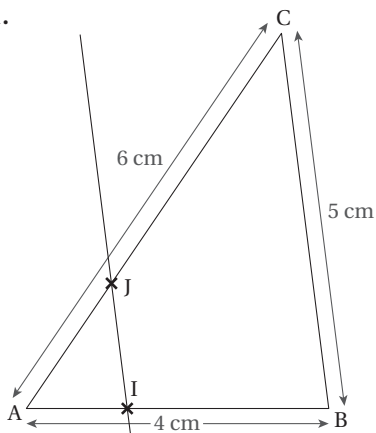
b. $\frac{CA}{CE} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ $\frac{CB}{CF} = \frac{9}{14}$

(EF) et (AB) ne sont pas parallèles, donc (EF) et (BD) ne sont pas parallèles.

Je résous

p. 424-425 du manuel

22 1.



$$2. a. \frac{AJ}{AC} = \frac{AI}{AB} = \frac{IJ}{BC} \quad \frac{AJ}{6} = \frac{x}{4} = \frac{IJ}{5}$$

$$AJ = \frac{6x}{4} = 1,25x$$

$$b. \mathcal{P}_{AIJ} = x + 1,5x + 1,25x = 3,75x$$

$$c. \mathcal{P}_{IJC} = 1,25x + (6 - 1,5x) + 5 + (4 - x) = 15 - 1,25x$$

$$d. 3,75x = 15 - 1,25x$$

$$5x = 15$$

$$x = 3$$

Les périmètres sont égaux pour $x = 3$.

$$23 \quad 70 \times \left(\frac{1}{12} + \frac{3}{12} + \frac{5}{12} + \frac{7}{12} + \frac{9}{12} + \frac{11}{12} \right) + 2 \times 200 = 670$$

Il faut prévoir 670 cm, soit 6,70 m de rondins de bois.

$$24 \quad \frac{FB}{FD} = \frac{FA}{FC} = \frac{AB}{CD} \quad \frac{FB}{18-x} = \frac{x}{0,5} = \frac{5,5}{0,5}$$

$$0,5x = 5,5 \times (18 - x)$$

$$6x = 99$$

$$AF = x = 16,5$$

La distance AF est 16,5 mm.

$$25 \quad \frac{3}{7} = \frac{80}{x}$$

$$x = \frac{560}{3} \approx 187 \text{ cm}$$

Le père mesure environ 1,87 m.

$$26 \quad (84 - 32) \div 2 = 26$$

$$IK^2 = BF^2 - 26^2$$

$$IK^2 = 78^2 - 26^2 = 5408$$

$$IK \approx 73,5 \text{ cm}$$

Donc, $IJ = IK - 10 \approx 63,5 \text{ cm}$.

$$27 \quad a. \frac{CD}{DB} = \frac{DK}{DJ} = \frac{CK}{BJ} \quad \frac{2}{3} = \frac{DK}{DJ} = \frac{CK}{x}$$

$$CK = \frac{2}{3}x$$

$$b. \frac{IA}{IC} = \frac{IJ}{IK} = \frac{AJ}{CK}$$

$$\frac{a-y}{y} = \frac{IJ}{IK} = \frac{a-x}{\frac{2}{3}x}$$

$$\frac{a-y}{y} = \frac{a-x}{\frac{2}{3}x}$$

$$28 \quad \text{Joe} : 1,40 \text{ m}$$

$$\text{William} : \frac{1}{3} \times 0,60 + 1,40 = 1,60 \text{ m}$$

$$\text{Jack} : \frac{2}{3} \times 0,60 + 1,40 = 1,80 \text{ m}$$

$$\text{Avereil} : 2 \text{ m}$$

$$29 \quad \frac{8}{13} \neq \frac{3}{5}$$

Comme les droites sont parallèles, les points ne sont pas alignés.

$$30 \quad \frac{10}{h} = \frac{15}{515} \quad h = \frac{5150}{15} \approx 343$$

La muraille a une hauteur d'environ 343 m.

$$31 \quad 9 - 1,75 = 7,25 \text{ m}$$

$$23 - 1,75 = 21,25 \text{ m}$$

$$d_{\text{obélisque-arc}} = 1000 \text{ m}$$

$$\frac{x}{x+1000} = \frac{7,25}{21,25}$$

$$21,25x = 7,25x + 7250$$

$$14x = 7250$$

$$x = 518$$

La distance à laquelle il doit se placer est 518 m.

Je m'évalue

p. 426 du manuel

32	33	34	35	36	37
b. c.	a. c.	a. d.	b. d.	b. c.	b. c. d.

38 (AH) et (UO) sont sécantes en W.
(HU) et (AO) sont parallèles.

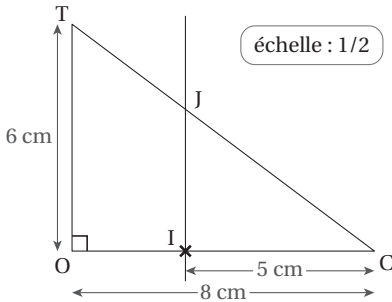
L'égalité de Thalès est $\frac{WO}{WU} = \frac{WA}{WH} = \frac{OA}{HU}$.

$$\frac{5,6}{WU} = \frac{4,2}{5,4} = \frac{OA}{9}$$

$$WU = \frac{5,6 \times 5,4}{4,2} = 7,2 \text{ m}$$

$$OA = \frac{4,2 \times 9}{5,4} = 7 \text{ m}$$

39



(OI) et (JT) sont sécantes en C.
(IJ) et (TO) sont perpendiculaires à (OC), donc (IJ) et (TO) sont parallèles.

L'égalité de Thalès est $\frac{CI}{CO} = \frac{CJ}{CT} = \frac{IJ}{OT}$.

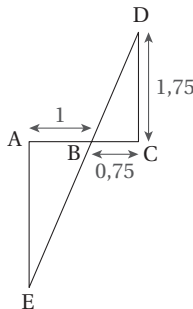
$$\frac{5}{8} = \frac{CJ}{10} = \frac{IJ}{6}$$

a. $IJ = \frac{5 \times 6}{8} = 3,75$

IJ mesure 3,75 cm.

b. $JC = \frac{10 \times 5}{8} = 6,25 \text{ cm}$

40 (AC) et (DE) sont sécantes en B.
(CD) et (AE) sont parallèles.



43 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

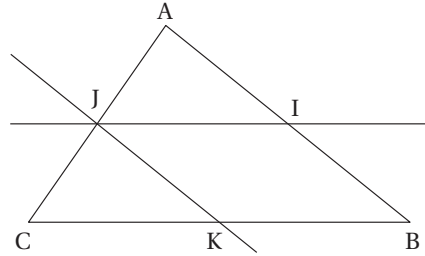
L'égalité de Thalès est $\frac{BA}{BC} = \frac{BE}{BD} = \frac{AE}{CD}$.

$$\frac{1}{0,75} = \frac{BE}{BD} = \frac{AE}{1,75}$$

$$AE = \frac{1 \times 1,75}{0,75} \approx 2,3$$

La profondeur du puits est d'environ 2,3 m.

41 a.



b. (BI) et (CJ) sont sécantes en A. (IJ) et (BC) sont parallèles.

L'égalité de Thalès est $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$.

$$\frac{1}{2} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$$

$AJ = \frac{1}{2}AC$, donc J est le milieu de [AC].

c. Puisque (IJ) est parallèle à (KB) et que (JK) est parallèle à (IB), on peut conclure que IJKB est un parallélogramme.

42 $11,885 + 6,4 = 18,285$

Pour que la balle ne soit pas out, d doit être inférieur 18,285 m.

(S'F') et (SF) sont sécantes en P.

(FF') et (PP') sont parallèles.

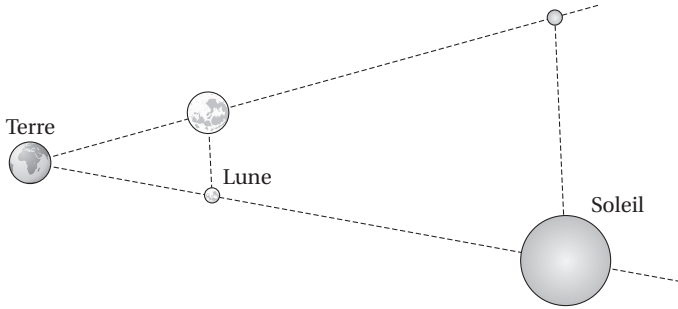
L'égalité de Thalès est $\frac{PF}{PS} = \frac{PF'}{PS'} = \frac{FF'}{SS'}$.

$$\frac{PF}{PS} = \frac{6,4}{18,285} = \frac{0,914}{SS'}$$

$$SS' = \frac{18,285 \times 0,914}{6,4} \approx 2,6$$

Comme Maeva mesure 1,67 m, il faut qu'elle saute pour atteindre 2,60 m de hauteur avec sa raquette.

44 a.



$$\text{b. } \frac{\text{Distance Terre-Lune}}{\text{Distance Terre-Soleil}} = \frac{\text{Rayon Lune}}{\text{Rayon Soleil}}$$

$$\frac{375\,000}{150\,000\,000} = \frac{1\,740}{\text{Rayon Soleil}}$$

$$\text{Rayon Soleil} = \frac{1\,740 \times 150\,000\,000}{375\,000} = 696\,000 \text{ km}$$

Le rayon du Soleil est 696 000 km.

28. Calculer une longueur, un angle avec la trigonométrie

Quel est le problème ? p. 429 du manuel

Intérêt du problème posé

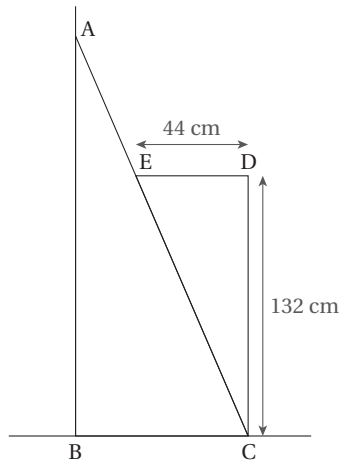
L'objectif de cette situation est de sensibiliser les élèves aux normes de sécurité, et d'expliquer que certaines règles découlent de réalités mathématiques.

L'image amène les élèves à l'utilisation de la trigonométrie.

Questions possibles

1. Déterminer l'angle formé entre l'échelle et le sol dans le test du coude.
2. Ce test répond-il aux normes de sécurité ?

Exemple de résolution



1. Le sol et le segment [ED] sont supposés horizontaux, le mur et le segment [DC] verticaux. Le triangle CDE est donc rectangle en D.

$$\tan \widehat{DCE} = \frac{DE}{DC} = \frac{44}{132}$$

À l'aide de la calculatrice, on obtient $\widehat{DCE} \approx 18,4^\circ$.

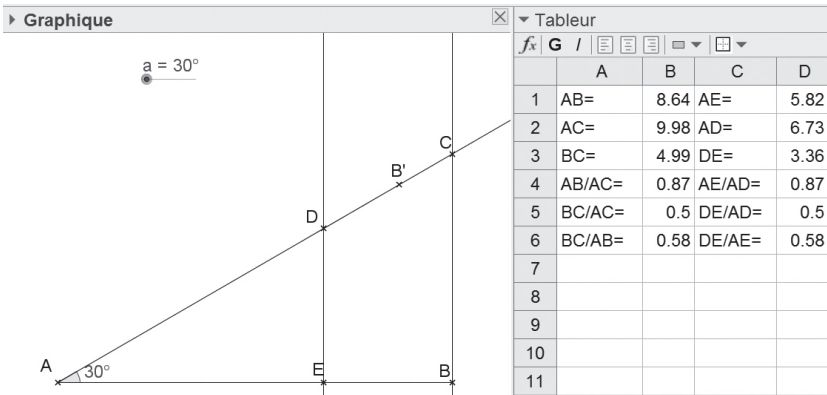
De plus, $\widehat{DCE} + \widehat{ACB} = 90^\circ$, donc $\widehat{ACB} = 90 - \widehat{DCE} \approx 90 - 18,4 \approx 71,6^\circ$.

L'angle trouvé est compris entre 65° et 75° . Ce test permet donc de répondre aux normes de sécurité.

Découvrir le sinus, le cosinus et la tangente

1

a. et b. Dans la fenêtre tableau du logiciel de géométrie dynamique, on obtient le tableau suivant.



On remarque que $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$; $\frac{BC}{AC} = \frac{DE}{AD}$ et $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$; $\frac{BC}{AB} = \frac{DE}{AE}$.

c. En déplaçant D et B, on remarque que les égalités sont toujours vraies.

d. Avec la calculatrice, on trouve $\cos 30^\circ \approx 0,87$; $\sin 30^\circ = 0,5$; $\tan 30^\circ \approx 0,58$, ce qui est identique aux résultants précédents.

e. Dans le triangle ABC rectangle en B, le côté [AC] est l'hypoténuse.

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{longueur côté adjacent}}{\text{longueur l'hypoténuse}}$$

$$\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{longueur côté opposé}}{\text{longueur l'hypoténuse}}$$

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{longueur côté opposé}}{\text{longueur côté adjacent}}$$

f. Dans le triangle DAE rectangle en E, le côté [AD] est l'hypoténuse.

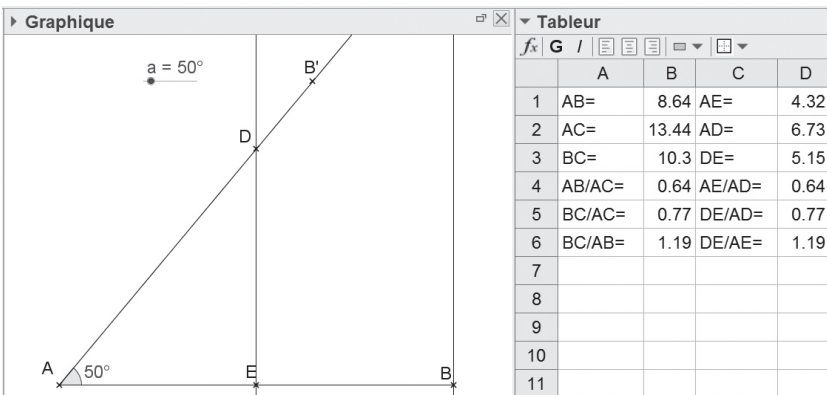
Pour l'angle \widehat{EAD} , le côté adjacent est [AE] et le côté opposé est [DE].

$$\cos \widehat{EAD} = \frac{AE}{AD} = \frac{\text{longueur côté adjacent}}{\text{longueur l'hypoténuse}}$$

$$\sin \widehat{EAD} = \frac{DE}{AD} = \frac{\text{longueur côté opposé}}{\text{longueur l'hypoténuse}}$$

$$\tan \widehat{EAD} = \frac{DE}{AE} = \frac{\text{longueur côté opposé}}{\text{longueur côté adjacent}}$$

g. On remarque que les égalités sont toujours vérifiées.



Faisons le bilan

Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

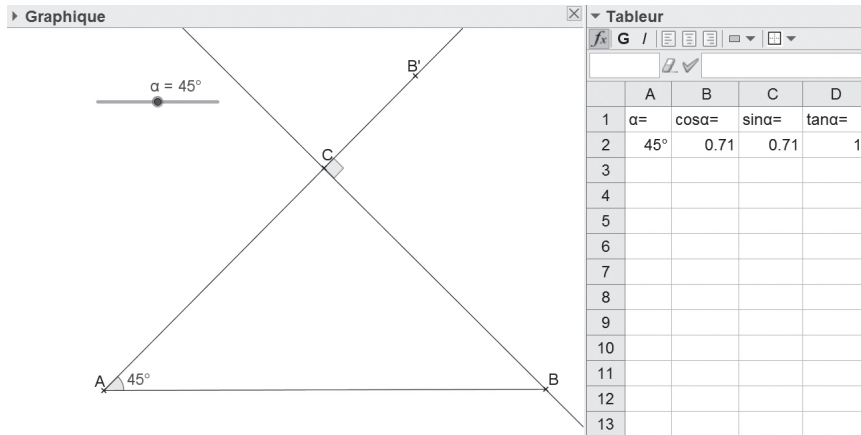
$$\cos \widehat{BAC} = \frac{\text{longueur côté adjacent}}{\text{longueur l'hypoténuse}} ;$$

$$\sin \widehat{BAC} = \frac{\text{longueur côté opposé}}{\text{longueur l'hypoténuse}} ;$$

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{\text{longueur côté opposé}}{\text{longueur côté adjacent}} .$$

Découvrir les propriétés du cosinus, du sinus et de la tangente

2 1. et 2.



3. a.

α	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$\tan \alpha$
10°	0,98	0,17	0,18
20°	0,94	0,34	0,36
30°	0,87	0,5	0,58
40°	0,77	0,64	0,84
45°	0,71	0,71	1
50°	0,64	0,77	1,19
60°	0,5	0,87	1,73
70°	0,34	0,94	2,75
80°	0,17	0,98	5,67

On remarque que :

- les valeurs de $\cos \alpha$ diminuent et sont inférieures à 1 ;
- les valeurs de $\sin \alpha$ et $\tan \alpha$ augmentent et sont inférieures à 1 ;
- les valeurs de $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$ sont égales pour des angles dont la somme vaut 90°.

b. $\frac{0,98}{10} = 0,098$ et $\frac{0,94}{20} = 0,047$, donc la fonction $\alpha \mapsto \cos \alpha$ n'est pas affine.

$\frac{0,17}{10} = 0,017$ et $\frac{0,64}{40} = 0,016$, donc la fonction $\alpha \mapsto \sin \alpha$ n'est pas affine.

$\frac{0,18}{10} = 0,018$ et $\frac{0,84}{40} = 0,021$, donc la fonction $\alpha \mapsto \tan \alpha$ n'est pas affine.

c. $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$ et $\tan 45^\circ = 1$.

Faisons le bilan

$$0 \leq \cos \alpha \leq 1$$

$$0 \leq \sin \alpha \leq 1$$

- 1 a.** L'hypoténuse de DOG est [GO].
b. Pour l'angle \widehat{DGO} , le côté adjacent est [DG] et le côté opposé est [DO].

$$\text{c. } \sin \widehat{DGO} = \frac{DO}{GO} \quad \cos \widehat{DGO} = \frac{DG}{GO}$$

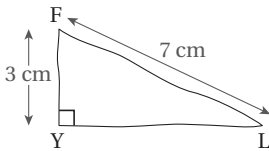
$$\tan \widehat{DGO} = \frac{DO}{DG}$$

- d.** Pour l'angle \widehat{DOG} , le côté adjacent est [DO] et le côté opposé est [DG].

$$\text{e. } \sin \widehat{DOG} = \frac{DG}{GO} \quad \cos \widehat{DOG} = \frac{DO}{GO}$$

$$\tan \widehat{DOG} = \frac{DG}{DO}$$

- 2 a.**



- b.** L'hypoténuse de FLY est [FL].
c. Pour l'angle \widehat{YFL} , le côté adjacent est [FY] et le côté opposé est [YL].

$$\text{d. } \cos \widehat{YFL} = \frac{FY}{FL} = \frac{3}{7}$$

- 3 a.** BNF est rectangle en B. L'hypoténuse de BNF est [NF].

$$\sin \widehat{BNF} = \frac{BF}{NF} = \frac{8}{17} \quad \cos \widehat{BNF} = \frac{BN}{NF} = \frac{15}{17}$$

$$\tan \widehat{BNF} = \frac{BF}{BN} = \frac{8}{15}$$

- b.** CRI est rectangle en I. L'hypoténuse de CRI est [CR].

$$\cos \widehat{CRI} = \frac{CI}{CR} = \frac{6}{10} \quad \cos \widehat{CRI} = \frac{IR}{CR} = \frac{8}{10}$$

$$\sin \widehat{CRI} = \frac{CI}{CR} = \frac{6}{10}$$

- 4 a.** TAN est rectangle en A. L'hypoténuse de TAN est [TN].

$$\tan \widehat{TNA} = \frac{TA}{NA} \quad \tan 58^\circ = \frac{3,7}{NA}$$

$$NA = \frac{3,7}{\tan 58^\circ} \approx 2,3 \text{ cm}$$

- b.** DOG est rectangle en D. L'hypoténuse de DOG est [OG].

$$\cos \widehat{DGO} = \frac{DG}{OG} \quad \cos 63^\circ = \frac{DG}{5,3}$$

$$DG = 5,3 \times \cos 63^\circ \approx 2,4 \text{ cm}$$

- c.** LOW est rectangle en O. L'hypoténuse de LOW est [LW].

$$\sin \widehat{OLW} = \frac{OW}{LW} \quad \sin 32^\circ = \frac{1,7}{LW}$$

$$LW = \frac{1,7}{\sin 32^\circ} \approx 3,2 \text{ cm}$$

- 5 a.** GIP est rectangle en I. L'hypoténuse de GIP est [GP].

$$\tan \widehat{IGP} = \frac{IP}{GI} = \frac{4,2}{1,9}$$

$$\widehat{IGP} = \arctan\left(\frac{4,2}{1,9}\right) \approx 66^\circ$$

- b.** COW est un rectangle en C. L'hypoténuse de COW est [OW].

$$\sin \widehat{COW} = \frac{CW}{OW} = \frac{2,4}{8,3}$$

$$\widehat{COW} = \arcsin\left(\frac{2,4}{8,3}\right) \approx 17^\circ$$

- c.** BUG est rectangle en B. L'hypoténuse de BUG est [UG].

$$\cos \widehat{BUG} = \frac{BU}{UG} = \frac{8}{10}$$

$$\widehat{BUG} = \arccos\left(\frac{8}{10}\right) \approx 37^\circ$$

8 [GH] est le côté adjacent à l'angle \widehat{HGI} et le côté opposé à \widehat{HGI} .

9 a. L'hypoténuse de ABC est [AC].

b. Pour l'angle \widehat{BAC} , le côté adjacent est [AB] et le côté opposé est [BC].

c. $\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$ $\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$

$\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AB}$

10 a. $\cos \widehat{UNO} = \frac{UN}{NO}$ **b.** $\tan \widehat{NOU} = \frac{UN}{OU}$

c. $\sin \widehat{NOU} = \frac{UN}{NO}$ **d.** $\tan \widehat{UNO} = \frac{OU}{UN}$

11 a. $\tan \widehat{ZUO} = \frac{ZO}{ZU}$

$\tan 24^\circ = \frac{ZO}{7}$

$ZO = 7 \times \tan 24^\circ \approx 3,1 \text{ cm}$

b. $\cos \widehat{ZOU} = \frac{ZO}{OU}$ $\cos 24^\circ = \frac{ZO}{7}$

$ZO = 7 \times \cos 24^\circ \approx 6,4 \text{ cm}$

c. $\sin \widehat{ZOE} = \frac{OE}{ZO}$

$\sin 24^\circ = \frac{7}{20}$

$ZO = \frac{7}{\sin 24^\circ} \approx 17,2 \text{ cm}$

12 a. $\sin \widehat{MIO} = \frac{MO}{MI} = \frac{2,3}{6,2}$

$\widehat{MIO} = \arcsin\left(\frac{2,3}{6,2}\right) \approx 22^\circ$

b. $\tan \widehat{TIO} = \frac{OT}{TI} = \frac{8,7}{5,3}$

$\widehat{TIO} = \arctan\left(\frac{8,7}{5,3}\right) \approx 59^\circ$

c. $\cos \widehat{LIS} = \frac{LI}{IS} = \frac{3,7}{4,1}$

$\widehat{LIS} = \arccos\left(\frac{3,7}{4,1}\right) \approx 26^\circ$

13 a. (3) **b.** (1) **c.** (4) **d.** (2)

14 a. L'angle droit est en I.

b. L'angle droit est en O.

c. L'hypoténuse est [CR].

15 a. $\cos \widehat{A} = \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AD}$

b. $\frac{BC}{BD} = \cos \widehat{CBD} = \sin \widehat{CDB}$ $\frac{BD}{AD} = \cos \widehat{BDA}$

16 $\sin \widehat{SUN} = \frac{SN}{UN} = \frac{6}{10} = 0,6$

$\cos \widehat{SUN} = \frac{SU}{UN} = \frac{8}{10} = 0,8$

$\tan \widehat{SUN} = \frac{SN}{SU} = \frac{6}{8} = 0,75$

17

	$\widehat{D} = 30^\circ$	$\widehat{D} = 45^\circ$	$\widehat{D} = 60^\circ$
$\cos \widehat{D}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\cos \widehat{D}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \widehat{D}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

18 a. $\widehat{A} \approx 27^\circ$

c. $\widehat{C} \approx 60^\circ$

e. $\widehat{E} \approx 49^\circ$

b. Impossible.

d. $\widehat{D} \approx 45^\circ$

f. $\widehat{F} \approx 48^\circ$

19 $\cos \widehat{A} = \frac{AS}{AP} = \frac{3}{9}$

$\widehat{A} = \arccos\left(\frac{3}{9}\right) \approx 71^\circ$

$\widehat{P} \approx 19^\circ$

20 a. $\tan \widehat{POU} = \frac{PU}{PO}$

$\tan 17^\circ = \frac{4}{PO}$

$PO = \frac{4}{\tan 17^\circ} \approx 13,1 \text{ cm}$

21 $\sin \widehat{DRE} = \frac{DE}{RE}$

$\sin 42^\circ = \frac{DE}{5,3}$

$DE = 5,3 \times \sin 42^\circ \approx 3,5 \text{ cm}$

22 $\cos \widehat{VRE} = \frac{ER}{VR}$

$\cos 25^\circ = \frac{ER}{10}$

$VT = ER = 10 \times \cos 25^\circ \approx 9 \text{ cm}$

23 a. $\widehat{TIC} = 45^\circ$, car TIC est rectangle-isocèle en I.

b. $\cos \widehat{TIC} = \frac{IC}{TC}$

$\cos 45^\circ = \frac{5,2}{TC}$

$TC = \frac{5,2}{\cos 45^\circ} \approx 7,4 \text{ cm}$

24 a. $\widehat{TAC} = 60^\circ$, car TAC est équilatéral.

b. $\sin \widehat{TAH} = \frac{TH}{TA}$

$$\sin 60^\circ = \frac{TH}{6}$$

$$TC = 6 \times \sin 60^\circ \approx 5,2 \text{ cm}$$

25 a. $ZN^2 = 13^2 = 169$

$$ZE^2 + EN^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ZEN est rectangle en E.

b. $\sin \widehat{ZBE} = \frac{ZE}{BZ}$

$$\sin 75^\circ = \frac{12}{BZ}$$

$$BZ = \frac{12}{\sin 75^\circ} \approx 12,4 \text{ cm}$$

26 a. $\cos \widehat{PEI} = \frac{PI}{PE} = \frac{2,3}{4}$

$$\widehat{PEI} = \arccos\left(\frac{2,3}{4}\right) \approx 55^\circ$$

b. $EI^2 = PE^2 - PI^2$

$$EI = \sqrt{4^2 - 2,3^2} = \sqrt{10,71} \text{ cm}$$

c. $\cos \widehat{IES} = \frac{EI}{ES} = \frac{\sqrt{10,71}}{6}$

$$\widehat{IES} = \arccos\left(\frac{\sqrt{10,71}}{6}\right) \approx 57^\circ$$

d. $57^\circ + 35^\circ = 92^\circ$

PES n'est pas rectangle.

27 a. $\cos \widehat{KPN} = \frac{KP}{PN}$

$$\cos 33^\circ = \frac{6,4}{PN}$$

$$PN = \frac{6,4}{\cos 33^\circ} \text{ m}$$

b. $\cos \widehat{PNI} = \frac{PN}{NI}$

$$\cos 52^\circ = \frac{6,4}{\cos 33^\circ \cdot NI}$$

$$NI = \frac{6,4}{\cos 52^\circ \cdot \cos 33^\circ} \text{ m} \approx 12,4 \text{ m}$$

28 a. Vrai **b.** Faux **c.** Vrai **d.** Faux

29 a. $OB = BD \div 2$

$$BD^2 = AD^2 + AB^2 = 5^2 + 5^2 = 50$$

$$BD = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$OB = 2,5\sqrt{2} \text{ cm}$$

b. $\cos \widehat{OSB} = \frac{OB}{SB} = \frac{2,5\sqrt{2}}{7}$

$$\widehat{OSB} = \arccos\left(\frac{2,5\sqrt{2}}{7}\right) \approx 60^\circ$$

30 a. $\cos \widehat{DRU} = \frac{DR}{UR}$ $\sin \widehat{DRU} = \frac{DU}{UR}$
b. $\cos^2 \widehat{DRU} + \sin^2 \widehat{DRU} = \left(\frac{DR}{UR}\right)^2 + \left(\frac{DU}{UR}\right)^2$
 $= \frac{DR^2 + DU^2}{UR^2} = \frac{UR^2}{UR^2}$
 $= 1$

31 a. $CR = OR \times \sin \widehat{COR}$
 $OC = OR \times \cos \widehat{COR}$
b. $\tan \widehat{COR} = \frac{CR}{OC} = \frac{OR \times \sin \widehat{COR}}{OR \times \cos \widehat{COR}} = \frac{\sin \widehat{COR}}{\cos \widehat{COR}}$

32 a. $\cos \widehat{U} = \cos 60^\circ = 0,5$
b. $EH^2 = EU^2 - HU^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}a^2$
 $EH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$
c. $\sin \widehat{U} = \frac{EH}{EU} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

33 $\arctan\left(\frac{98}{100}\right) \approx 44^\circ$
 L'angle avec la verticale mesure environ 44° .

34 $\sin 17^\circ = \frac{982}{l}$
 $l = \frac{982}{\sin 17^\circ} \approx 3\,188 \text{ m}$
 La distance en mètres est environ 3 188 m.

35 $h = 484 \times \sin 23,6^\circ + 750 \times \sin 13,9^\circ \approx 374 \text{ m}$
 La hauteur est de 374 m.

36 $= 6 \times \cos 40^\circ \times \sin 50^\circ + \frac{6}{\tan 40^\circ} + 6$
 $+ 6 \times \cos 50^\circ \times \sin 40^\circ$
 $= 6 \times \frac{AC}{BC} \times \frac{AC}{BC} + \frac{6}{\frac{AB}{BC}} + 6 + 6 \times \frac{AB}{BC} \times \frac{AB}{BC}$
 $= 6 \times \frac{AC^2}{BC^2} + 6 \times \frac{AC}{AB} + 6 + 6 \times \frac{AB^2}{BC^2}$
 $= 6 \times \left(\frac{AC^2}{BC^2} + \frac{AB^2}{BC^2}\right) + 6 \times \frac{AC}{AB} + 6$
 $= 6 + 6 \times \tan 50^\circ + 6$
 $= 12 + 6 \times \tan 50^\circ$

37 $\cos \widehat{APB} = \frac{2,9}{AP}$ $\cos 35^\circ = \frac{2,9}{AP}$

$AP = \frac{2,9}{\cos 35^\circ} \text{ m} \approx 3,54 \text{ m}$

La longueur des portes de l'écluse est environ 3,54 m, soit 354 cm.

38 a. DBH est rectangle en D.
b. $BD^2 = AD^2 + AB^2 = 6^2 + 8^2 = 100$
 $BH^2 = DH^2 + BD^2 = 3^2 + 100 = 109$
 $BH = \sqrt{109} \text{ cm}$

c. $\cos \widehat{DHB} = \frac{GH}{BH} = \frac{3}{\sqrt{109}}$
 $\widehat{DHB} = \arccos\left(\frac{3}{\sqrt{109}}\right) \approx 73^\circ$

d. $\cos \widehat{BHG} = \frac{DH}{BH} = \frac{8}{\sqrt{109}}$
 $\widehat{BHG} = \arccos\left(\frac{8}{\sqrt{109}}\right) \approx 40^\circ$

e. $V = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{CDHG} \times BC = \frac{1}{3} \times 3 \times 8 \times 6 = 48 \text{ cm}^3$
 Le volume de la pyramide est 48 cm^3 .

39 $\tan \widehat{BCA} = \frac{AB}{BC} = \frac{10}{100}$
 $\widehat{BCA} = \arctan\left(\frac{10}{100}\right) \approx 6^\circ$

$\arctan\left(\frac{15}{100}\right) \approx 9^\circ$

$\arctan\left(\frac{1}{5}\right) \approx 11^\circ$

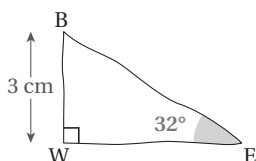
Le 2^e panneau indique une pente plus forte.

40 a. $r = AO \times \cos 40^\circ \times \cos 40^\circ = 6\,370 \times \cos^2 40^\circ$
 $\mathcal{P}_{40} = 2 \times \pi \times (6\,370 \times \cos^2 40^\circ) \approx 23\,487 \text{ km}$
 $\mathcal{P}_{70} = 2 \times \pi \times (6\,370 \times \cos^2 70^\circ) \approx 4\,682 \text{ km}$
b. $\mathcal{P}_x = 2 \times \pi \times (6\,370 \times \cos^2 x)$

41	42	43	44	45	46	47	48	49
b. c.	b. d.	a. d.	b.	c.	a. d.	b.	c.	d.

Je prépare le contrôle

50 a.



b. WEB est rectangle en W.

$$\sin \widehat{WEB} = \frac{BW}{BE} \qquad \sin 32^\circ = \frac{3}{BE}$$

$$BE = \frac{3}{\sin 32^\circ} \approx 5,7 \text{ cm}$$

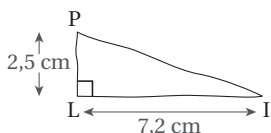
51 ASO est rectangle en O.

L'hypoténuse de ASO est [SA].

$$\cos \widehat{OSA} = \frac{OS}{SA} \qquad \cos 25^\circ = \frac{5}{SA}$$

$$SA = \frac{5}{\cos 25^\circ} \approx 5,5 \text{ cm}$$

52 a.



b. COW est rectangle en C.

$$\tan \widehat{PIL} = \frac{PL}{LI} = \frac{2,5}{7,2} \qquad \widehat{PIL} = \arctan\left(\frac{2,5}{7,2}\right) \approx 19^\circ$$

$$\text{c. } \widehat{LPI} = 90^\circ - \widehat{PIL} \approx 90^\circ - 19^\circ \approx 71^\circ$$

53 a. Le plus gant côté est [FY].

$$FY^2 = 12,48^2 = 155,7504$$

$$LY^2 + FL^2 = 4,8^2 + 11,52^2 = 155,7504$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore,

FLY est rectangle en L.

b. FLY est rectangle en L.

$$\cos \widehat{LYF} = \frac{LY}{FY} = \frac{4,8}{12,48}$$

$$\widehat{LYF} = \arccos\left(\frac{4,8}{12,48}\right) \approx 67^\circ$$

54 a. BCD est rectangle en D.

$$\tan \widehat{BCD} = \frac{BD}{CD} \qquad \tan 4,3^\circ = \frac{BD}{29}$$

$$BD = 29 \times \tan 4,3^\circ \approx 2,2 \text{ km}$$

$$\text{b. } CD = \frac{20}{100} \times AB = 0,2 \times AB$$

$$\text{Donc } AB = CD \div 0,2 \approx 11 \text{ km.}$$

La longueur AB du diamètre du cratère est égale à 11 km.

55 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

56 a. $\tan \hat{a} = \frac{6,33}{50}$ $\hat{a} = \arctan\left(\frac{6,33}{50}\right) \approx 7,2^\circ$

b. $\hat{b} = \hat{a} \approx 7,2^\circ$, soit $\frac{7,2}{360} = \frac{2}{100}$ du cercle.

c. $AS \approx 5\,000 \times 157,5 \text{ m}$

$\mathcal{P} = 50 \times AS \approx 39\,375\,000 \text{ m} \approx 39\,375 \text{ km}$

La circonférence de la Terre obtenue par Ératosthène est environ 39 375 km.

1 $AE = 288 - 48 = 240$ m
 $EF^2 = 48^2 + (72 - 52)^2 = 48^2 + 20^2 = 2\,704$
 $EG = 52$ m
 $FG = 52$ m
 $\widehat{GH} = 2 \times \pi \times 48 \div 4 = 24\pi$ m
 $HI = 288 - 48 - 29 = 211$ m
 $IJ^2 = 72^2 + 29^2 = 6\,025$
 $IJ = \sqrt{6\,025}$ m
 $AJ = 48$ m
 $240 + 52 + 52 + 24\pi + 211 + 48 + \sqrt{6\,025} \approx 756,02$
 La longueur totale de la piste cyclable est environ 756 m.

2 $\frac{SO'}{SO} = \frac{4}{12}$
 $\frac{SO'}{6} = \frac{4}{12}$ donc $SO' = 2$ cm.
 $h = 20 + 6 + 4 - 2 = 28$
 La hauteur de la bouteille est 28 cm.

3 1. a. $\widehat{\alpha} + \widehat{\beta} + 180 - \widehat{\alpha} + 180 - \widehat{\beta} + \widehat{x} = 360^\circ$

b. $\widehat{\alpha} + \widehat{\beta} - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta} + \widehat{x} = 0^\circ$

Donc $\widehat{x} = \widehat{a} + \widehat{b} - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta}$.

c. $h_1 = R \times \sin \widehat{\alpha}$

$h_2 = R \times \sin \widehat{\beta}$

$h_1 + h_2 = R \times (\sin \widehat{\alpha} + \sin \widehat{\beta})$

2. a. $\tan \widehat{x} = \frac{h_1 + h_2}{D}$ $D = \frac{h_1 + h_2}{\tan \widehat{x}}$

b. $D = \frac{R \times (\sin \widehat{\alpha} + \sin \widehat{\beta})}{\tan(\widehat{a} + \widehat{b} - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta})} = \frac{6\,370 \times (\sin 52,52^\circ + \sin 34,357^\circ)}{\tan(53,52^\circ + 34,66^\circ - 52,52^\circ - 34,357^\circ)} \approx 380\,290$

UNITÉ M

Raisonnement et démonstration en géométrie

Progression dans l'unité

Chapitre	5 ^e	4 ^e	3 ^e
29. Démontrer que deux droites sont perpendiculaires		Triangle rectangle et cercle circonscrit	Réciproque du théorème de Pythagore (1)
30. Démontrer que deux droites sont parallèles	Angles et parallélisme, angles alternes-internes		Réciproque du théorème de Thalès (2)

- (1) On distingue la réciproque, qui permet de montrer que deux droites sont parallèles, et le théorème lui-même, dont la contraposée (même si ce vocabulaire n'est pas attendu) permet de montrer que deux droites ne sont pas parallèles.
- (2) Les notions d'homothétie, de proportionnalité, de théorème de Thalès et d'agrandissement/réduction dans le plan sont à rapprocher.

29. Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

Quel est le problème ? p. 445 du manuel

Intérêt du problème posé

L'intérêt de ce problème est de pouvoir démontrer que les frontières entre ces différents états américains sont perpendiculaires. L'idée est de manipuler des grandeurs inaccessibles géométriquement et donc, d'utiliser la carte avec comme points de repère le lac Powell (P), Window Rock (W) et Four Corners Monument (F).

L'objectif est de montrer que l'on peut caractériser l'orthogonalité de deux droites du plan par un calcul, ce qui est une nouvelle manière de démontrer pour les élèves.

Questions possibles

1. Le triangle PWF semble-t-il rectangle ?
2. L'utilisation de l'équerre est-elle suffisante ?
3. Est-il possible de démontrer que le triangle PWF est bien rectangle ?

Exemple de résolution

1. Le débat en classe porte sur les caractéristiques d'un angle droit, et les moyens disponibles pour dire si un angle est droit ou non.

2. En utilisant l'équerre, les élèves prétendent que le triangle est bien rectangle en F.

Remarque : L'équerre est un outil de construction et non de démonstration. Le débat doit permettre de remobiliser le théorème de Pythagore.

3. Dans le triangle PWF, [PW] est le plus grand côté.

D'une part, $PW^2 = 250^2 = 62\,500$.

D'autre part, $FW^2 + PF^2 = 150^2 + 200^2 = 22\,500 + 40\,000 = 62\,500$.

$PW^2 = FW^2 + PF^2$

L'égalité de Pythagore est vérifiée.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle PWF est rectangle en F.

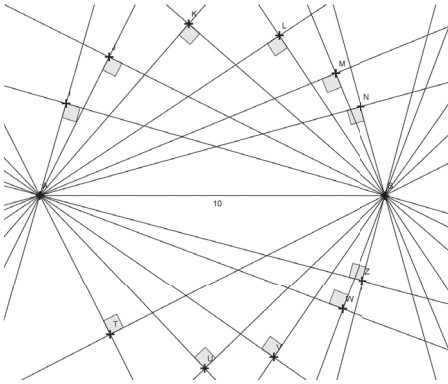
Les frontières entre les quatre états sont donc bien perpendiculaires.

Prolongement possible : Les données utilisées pour cette activité d'ouverture ont été arrondies. L'exercice peut être réalisé avec d'autres repères, directement en ligne.

Démontrer qu'un triangle est rectangle (cercle circonscrit)

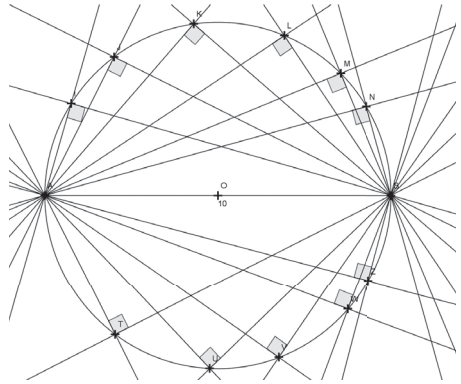
1

1. a.



b. Les points où l'on doit faire changer de direction au robot semblent se situer sur le cercle de diamètre [AB].

2.



Les points où l'on doit faire changer de direction au robot semblent se situer sur le cercle de centre O et de rayon [OA].

2

1. a. *Figure réalisée sur un logiciel de géométrie dynamique.*

La propriété du texte semble vraie.

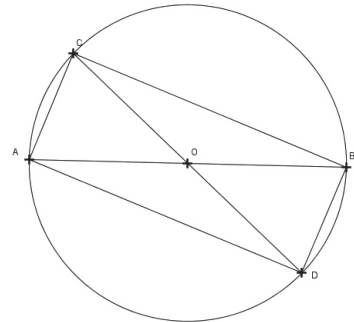
b. *Figure ci-contre.*

c. On sait que :

- O est le milieu de [AB] et de [CD] ;
- $OA = OB = OC = OD$ car, A, B, C et D sont des points du cercle de centre O.

Or, si un quadrilatère a ses diagonales de même longueur et qui se coupent en leur milieu, alors c'est un rectangle. Donc ABCD est un rectangle.

d. On en déduit que ABC est un triangle rectangle en C.



2. a. *Figure ci-contre.*

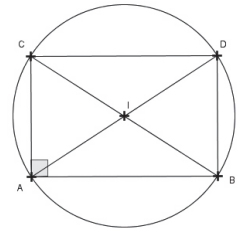
b. En utilisant la même propriété que dans la question 1. c., on montre que ABDC est un rectangle.

c. Les points A, B, C et D semblent appartenir au cercle de rayon [IB].

Les diagonales d'un rectangle sont de même longueur et se coupent en leur milieu.

Par conséquent, $IA = IB = IC = ID$.

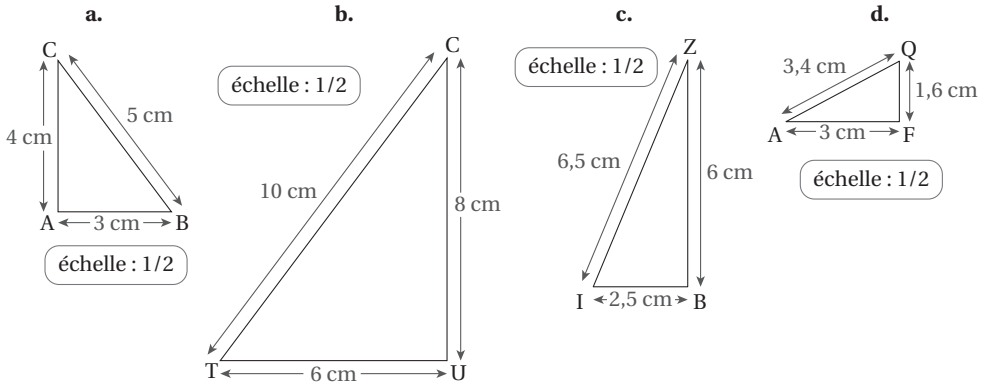
Les points A, B, C et D appartiennent au cercle de rayon [IB].



Faisons le bilan

Si ABC est rectangle en C, alors C se situe sur le cercle de diamètre [AB].

Réciproquement, si C se situe sur le cercle de diamètre [AB], alors ABC est rectangle en C.



2. a. Dans le triangle ABC,

$$BC^2 = 5^2 = 25$$

$$AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$BC^2 = AB^2 + AC^2$, l'égalité de Pythagore est satisfaite.

Dans le triangle TUC,

$$TC^2 = 10^2 = 100$$

$$TU^2 + UC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$TC^2 = TU^2 + UC^2$, l'égalité de Pythagore est satisfaite.

Dans le triangle BIZ,

$$IZ^2 = 6,5^2 = 42,25$$

$$BI^2 + BZ^2 = 2,5^2 + 6^2 = 6,25 + 36 = 42,25$$

$IZ^2 = BI^2 + BZ^2$, l'égalité de Pythagore est satisfaite.

Dans le triangle FAQ,

$$AQ^2 = 3,4^2 = 11,56$$

$$FA^2 + FQ^2 = 3^2 + 1,6^2 = 9 + 2,56 = 11,56$$

$AQ^2 = FA^2 + FQ^2$, l'égalité de Pythagore est satisfaite.

b. Les triangles construits semblent être rectangles.

La réciproque du théorème de Pythagore semble être vérifiée.

a. Dans le triangle ABD rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AD^2 = AB^2 + BD^2$$

$$AD^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AD^2 = AC^2$$

Puisque AB et AC sont des longueurs (donc des nombres positifs), on en déduit que $AD = AC$.

b. $AD = AC$, donc A est équidistant de C et D. Donc A appartient à la médiatrice de [CD].

$BD = BC$, donc B est équidistant de C et D. Donc B appartient à la médiatrice de [CD].

A et B sont deux points de la médiatrice de [CD], donc (AB) est médiatrice de [CD].

c. La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu, donc (AB) est perpendiculaire à (BC).

d. ABC est donc un triangle rectangle en B.

Faisons le bilan

Un triangle ABC est rectangle en A si l'égalité de Pythagore est vérifiée, c'est-à-dire si

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

- 1** **a.** $\widehat{ACB} = 180 - (32 + 58) = 90^\circ$
b. $\widehat{ACB} = 180 - (37 + 54) = 89^\circ$
- 2. a.** Puisque ACB est rectangle en C, C appartient au cercle \mathcal{C} .
b. ACB n'est pas rectangle, donc C n'appartient pas au cercle \mathcal{C} .
- 2** **a.** Puisque F appartient au cercle \mathcal{C} , DEF est rectangle en F.
 Donc $\widehat{DFE} = 90^\circ$.
b. $\widehat{FDE} = 180 - (90 + 26) = 64^\circ$
- 3** BEU est rectangle en E car $BO = OE = OU$.
 BLU est rectangle en L car $BO = OL = OU$.
 BOE est équilatéral, donc $\widehat{BOE} = 60^\circ$
 et $\widehat{EOL} = 180 - (60 + 30) = 90^\circ$.
 OEL est donc rectangle en O.
- 4** **a.** Le plus grand côté est [AB].
 $AB^2 = 5^2 = 25$
 $AC^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
 $AB^2 = AC^2 + BC^2$, donc ABC est rectangle en C et son hypoténuse est [AB].
b. Le plus grand côté est [DE].
 $DE^2 = 4^2 = 16$
 $DF^2 + EF^2 = 2,5^2 + 2,5^2 = 6,25 + 6,25 = 12,5$
 $DE^2 \neq DF^2 + EF^2$, donc DEF n'est pas rectangle.
c. Le plus grand côté est [GH].
 $GH^2 = 1^2 = 1$
 $GI^2 + HI^2 = 0,6^2 + 0,8^2 = 0,36 + 0,64 = 1$
 $GH^2 = GI^2 + HI^2$, donc GHI est rectangle en I et son hypoténuse est [GH].

- d.** Le plus grand côté est [JK].
 $JK^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$
 $JL^2 + KL^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$
 $JK^2 = JL^2 + KL^2$, donc JKL est rectangle en L et son hypoténuse est [JK].
- e.** Le plus grand côté est [MN].
 $MN^2 = 4^2 = 16$
 $ON^2 + MO^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$
 $MN^2 \neq ON^2 + MO^2$, donc MON n'est pas rectangle.
- 5** **a.** Le plus grand côté est [PQ].
 $PQ^2 = 3^2 = 9$
 $PR^2 + RQ^2 = 1,5^2 + 2,5^2 = 8,5$
 $PQ^2 \neq PR^2 + RQ^2$, donc PQR n'est pas rectangle.
- b.** Le plus grand côté est [ST].
 $ST^2 = 1,5^2 = 2,25$
 $US^2 + UT^2 = 0,9^2 + 1,2^2 = 2,25$
 $ST^2 = US^2 + UT^2$, donc STU est rectangle en U et son hypoténuse est [ST].
- c.** Le plus grand côté est [WX].
 $WX^2 = 7,2^2 = 51,84$
 $VW^2 + VX^2 = 4^2 + 6^2 = 52$
 $WX^2 \neq VW^2 + VX^2$, donc VWX n'est pas rectangle
- d.** Le plus grand côté est [AB].
 $AB^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$
 $AC^2 + BC^2 = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 = 5$
 $AB^2 = AC^2 + BC^2$, donc ABC est rectangle en C et son hypoténuse est [AB].
- e.** DEF n'est pas rectangle, c'est un triangle équilatéral.

Je m'entraîne

- 8** BEC est rectangle en C.
 BEJ est rectangle en J.
 CDJ est rectangle en J.
 AFI est rectangle en I.
 BED est rectangle en D.
 CDE est rectangle en E.
 CDI est rectangle en I.
 BEI est rectangle en I.
 CDB est rectangle en B.
 AFJ est rectangle en J.
- 9** **a.** Vrai **b.** Faux
- 10** $AI = 6,4 \div 2 = 3,2$ cm $FE = 2,1 \times 2 = 4,2$ cm
- 11** **a.** $2x + 1 = 14$ $x = \frac{13}{2} = 6,5$
b. $x + 2 = 8$ $x = 6$
c. $6x + 2 = 8$ $x = 1$
- 12** **a.** $BC^2 = 10^2 = 100$
 $AC^2 + AB^2 = 2,8^2 + 9,6^2 = 100$
 $BC^2 = AC^2 + AB^2$, donc ABC est rectangle en A.

- b. $EF^2 = 17,5^2 = 306,25$
 $GE^2 + GF^2 = 14^2 + 10,5^2 = 306,25$
 $EF^2 = GE^2 + GF^2$, donc GEF est rectangle en G.
c. $IK^2 = 4,7^2 = 22,09$
 $IJ^2 + IK^2 = 4^2 + 2^2 = 20$
 $IK^2 \neq IJ^2 + JK^2$ donc IJK n'est pas rectangle.

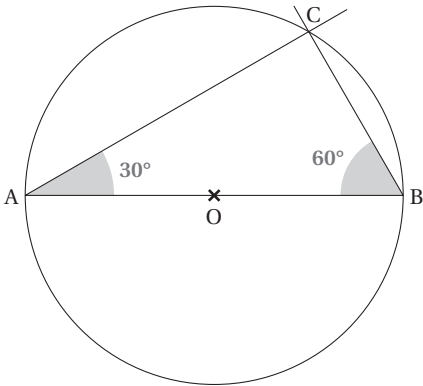
d. $LM^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$

$LN^2 + MN^2 = 1^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$

$LM^2 = LN^2 + MN^2$, donc LMN est rectangle en N.

Triangle rectangle et cercle circonscrit

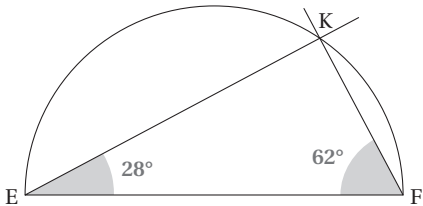
13 a.



- b. $\widehat{ACB} = 90^\circ$, donc ABC est rectangle en C.
c. La médiane issue de C mesure la moitié de AB, soit 2,5 cm.

- 14 TOP est inscrit dans le cercle de diamètre [TO], donc TOP est rectangle en P.
D'après l'égalité de Pythagore,
 $TP^2 = TO^2 - OP^2 = 22,68$.
Donc $TP = \sqrt{22,68} \approx 4,8$ cm.

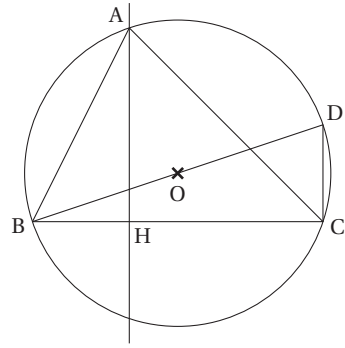
15 a.



- b. $\widehat{EGF} = 90^\circ$
Puisque EFG est rectangle en G, G appartient au cercle de diamètre [EF].

- 16 Puisque AHC est rectangle en H, son cercle circonscrit est le cercle de diamètre [EF], de centre I.

17 a.

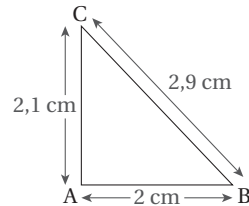


- b. BDH est inscrit dans le cercle de diamètre [BD], donc BDH est rectangle en D.
c. (AH) et (BD) sont perpendiculaires à (BC), donc (AH) et (BD) sont parallèles.

- 18 a. ABC est inscrit dans le cercle de diamètre [BD], donc BDH est rectangle en D.
b. $OC = OB$ et $IC = IB$, donc (OI) est la médiatrice de [BC].
c. (OI) et (AC) sont perpendiculaires à (BC) donc (OI) et (AC) sont parallèles.

Réciproque du théorème de Pythagore

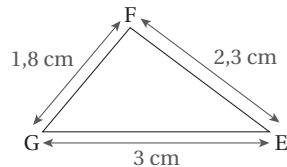
19 a.



ABC semble rectangle en A.

- b. $BC^2 = 2,9^2 = 8,41$
 $AC^2 + AB^2 = 2,1^2 + 2^2 = 8,41$
 $BC^2 = AC^2 + AB^2$, donc ABC est rectangle en A.

20 a.



EFG semble rectangle en F.

- b. $GE^2 = 3^2 = 9$
 $EF^2 + GF^2 = 2,3^2 + 1,8^2 = 8,53$
 $GE^2 \neq EF^2 + GF^2$, donc EFG n'est pas rectangle en F.

21 a. $AC^2 = 15^2 = 225$

$AB^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 225$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc ABC est rectangle en B.

b. $AC^2 = 3,5^2 = 12,25$

$AB^2 + BC^2 = 2^2 + 3^2 = 13$

$AC^2 \neq AB^2 + BC^2$, donc ABC n'est pas rectangle.

c. $BC^2 = 7,2^2 = 51,84$

$AC^2 + AB^2 = 6,4^2 + 6,5^2 = 83,21$

$BC^2 \neq AC^2 + AB^2$, donc ABC n'est pas rectangle.

d. $AC^2 = 320^2 = 102\,400$

$AB^2 + BC^2 = 192^2 + 256^2 = 102\,400$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc ABC est rectangle en B.

22 $20^2 = 400$; $10^2 = 100$; $16,4^2 = 268,96$;

$12^2 = 144$; $16^2 = 256$; $3,6^2 = 12,96$.

Cindy peut construire les triangles dont les dimensions sont les suivantes :

- 20 cm ; 12 cm ; 16 cm ;
- 6,4 cm ; 16 cm ; 3,6 cm.

23 a. Construction réalisée par l'élève.

b. $BS^2 = 17,5^2 = 306,25$

$BI^2 + IS^2 = 14^2 + 10,5^2 = 306,25$

$BS^2 = BI^2 + IS^2$, donc BIS est rectangle en I.

Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle.

Donc BISE est un rectangle.

24 a. Construction réalisée par l'élève.

b. $OP^2 = PI^2 + IO^2$, donc PIO est rectangle en I.

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.

Donc STOP est un losange.

25 a. D'après l'égalité de Pythagore,

$EB^2 = AB^2 + AE^2 = 4,8^2 + 1,4^2 = 25$.

Donc $EB = 5$.

b. (FC) est parallèle à (ED).

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{BF}{BD} = \frac{BC}{BD} = \frac{FC}{DE}$

$\frac{2,5}{5} = \frac{BC}{4} = \frac{1,54}{DE}$, donc $DE = 3,08$.

$EB^2 = 5^2 = 25$

$BD^2 + DE^2 = 4^2 + 3,08^2 = 25,486\,4$

$EB^2 \neq BD^2 + DE^2$, donc BDE n'est pas rectangle.

26 $EC^2 = EF^2 + FC^2 = 4^2 + 5^2 = 41$

$AE^2 = ED^2 + DA^2 = 3,2^2 + 5^2 = 35,24$

$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 4^2 - 3,2^2 = 5,76$

$EC^2 = AE^2 + AC^2$, donc ACE est rectangle en A.

Maya a raison.

27 a. $BE^2 = 10^2 = 100$

$AE^2 + AB^2 = 8^2 + 6^2 = 100$

$BE^2 = AE^2 + AB^2$, donc ABE est rectangle en A.

b. $BD^2 = 10^2 = 100$

$BC^2 + CD^2 = 8^2 + 6^2 = 100$

$BD^2 = BC^2 + CD^2$, donc ABE est rectangle en A.

c. \widehat{BED} est un triangle isocèle-rectangle en B car \widehat{ABE} et \widehat{CBD} sont complémentaires.

d. ACDE est un trapèze rectangle.

Je résous

p. 452-453 du manuel

28 C est sur le cercle de diamètre [AB],

donc $\widehat{ACB} = 90^\circ$.

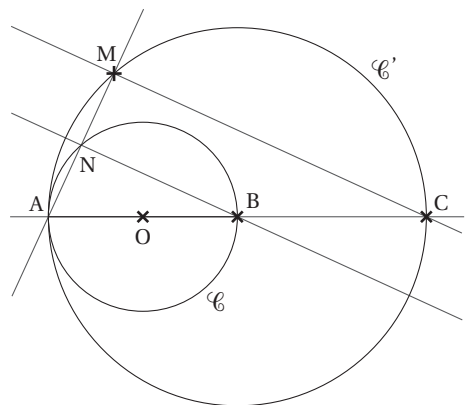
$\widehat{BAC} = 180 - (90 + 50) = 40^\circ$

ACO est isocèle en O, donc $\widehat{ACO} = \widehat{BAC} = 40^\circ$.

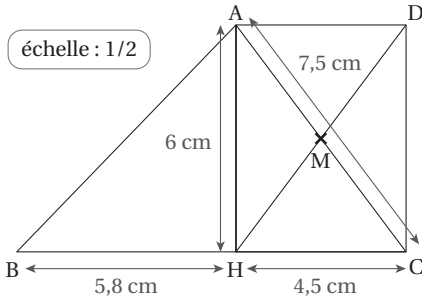
$\widehat{AOC} = 180 - (40 + 40) = 100^\circ$

$\widehat{COB} = 180 - 100 = 80^\circ$

29 a.



2. a.



b. Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

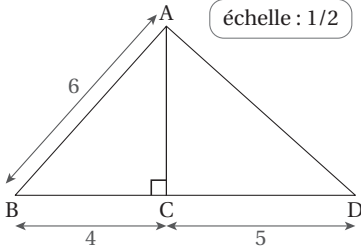
Donc ADCH est un parallélogramme.

ACH est rectangle en H.

Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle.

Donc ADCH est un rectangle.

37



Cas 1 : C appartient à [BD]

Dans le triangle ABD,

$$AC^2 = AB^2 - BC^2 = 36 - 16 = 20$$

$$AC = \sqrt{20}$$

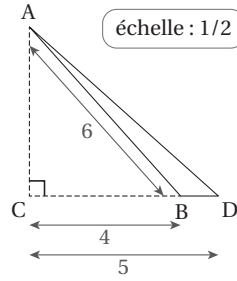
$$AD^2 = AC^2 + CD^2 = (\sqrt{20})^2 + 5^2 = 20 + 25 = 45$$

$$AD = \sqrt{45}$$

$$BD^2 = 9^2 = 81$$

$$AD^2 + AB^2 = (\sqrt{45})^2 + 6^2 = 45 + 36 = 81$$

Le triangle ABD est rectangle en A.



Cas 2 : C est extérieur [BD]

Dans le triangle ABD,

$$AC^2 = AB^2 - BC^2 = 36 - 16 = 20$$

$$AC = \sqrt{20}$$

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 = (\sqrt{20})^2 + 5^2 = 20 + 25 = 45$$

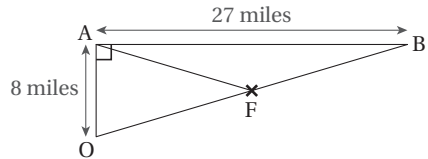
$$AD = \sqrt{45}$$

$$BD^2 = 1^2 = 1$$

$$AD^2 + AB^2 = (\sqrt{45})^2 + 6^2 = 45 + 36 = 81$$

Le triangle ABD n'est pas rectangle.

38



$OF = AF = FB$, donc OAF est rectangle en A.

$$FB^2 = OA^2 + AB^2 = 8^2 + 27^2 = 793$$

$$FB = \sqrt{793} \text{ mille} \approx 28,2 \text{ mille}$$

$$28,2 \div 15 \approx 1,9$$

Il lui faudra environ 1,9 h pour arriver.

Il arrivera avant la tempête.

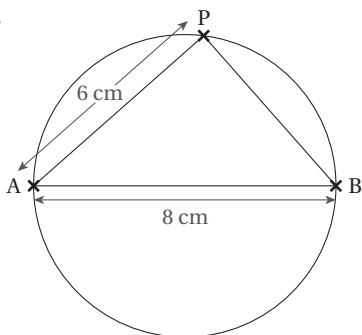
Je m'évalue

p. 454 du manuel

La proposition d. de la question 43 a été modifiée par « 46 ».

39	40	41	42	43	44	45	46
b. c.	b. c.	b.	a. b. c.	b.	a. d.	b. c.	b. c.

47 a.



échelle : 1/2

b. P appartient au cercle de diamètre [AB], donc ABP est rectangle en P.

c. ABP est rectangle en P.

La médiane issue de l'angle droit mesure la moitié de l'hypoténuse, donc la médiane issue de P mesure 4 cm.

48 a. Construction réalisée par l'élève.

b. Le plus grand côté est [CT].

$$CT^2 = 7,5^2 = 56,25$$

$$TU^2 + UC^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$$

$$CT^2 = TU^2 + UC^2, \text{ donc TUC est rectangle en U.}$$

49 C appartient au cercle de diamètre [AB], donc $\widehat{ACB} = 90^\circ$.

D appartient au cercle de diamètre [AB], donc $\widehat{ADB} = 90^\circ$.

On appelle O le point d'intersection de (AD) et (BC).

$$\widehat{COA} = \widehat{DOB}, \text{ car ils sont opposés par le sommet.}$$

$$\widehat{CAD} = 180 - (90 + \widehat{COA}) = 180 - (90 + \widehat{DOB}) = \widehat{DBC}$$

50 a. Construction réalisée par l'élève.

b. Dans le triangle ABI rectangle en A, d'après l'égalité de Pythagore, on a :

$$AI^2 = AB^2 + BI^2 = 4,5^2 + 1,5^2 = 20,25 + 2,25 = 22,5$$

Dans le triangle CDI rectangle en C, d'après l'égalité de Pythagore, on a :

$$\begin{aligned} DI^2 &= CD^2 + CI^2 = 4,5^2 + 13,5^2 \\ &= 20,25 + 182,25 = 202,5 \end{aligned}$$

Dans le triangle ADI, le plus grand côté est [AD].

$$AD^2 = 15^2 = 225$$

$$AI^2 + DI^2 = 22,5 + 202,5 = 225$$

$$AD^2 = AI^2 + DI^2, \text{ donc AID est rectangle en I.}$$

51 a. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [AB].

$$AB^2 = 10^2 = 100$$

$$AC^2 + BC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2, \text{ donc ABC est rectangle en C.}$$

b. ABC est un triangle rectangle en C, donc

$$\mathcal{A}_{ABC} = AC \times BC \div 2 = 8 \times 6 \div 2 = 24 \text{ km}^2.$$

Comme on a aussi $\mathcal{A}_{ABC} = AB \times CH \div 2$, on en déduit que $10 \times CH \div 2 = 24 \text{ km}^2$.

$$\text{Donc } CH = 24 \div 5 = 4,8 \text{ km.}$$

52 a. I appartient au cercle de diamètre [AO], donc AIO est rectangle en I.

J appartient au cercle de diamètre [AB], donc ABJ est rectangle en J.

Comme A, I et J sont alignés, (IO) et (JB) sont perpendiculaires à la même droite, donc (IO) et (JB) sont parallèles.

On peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{AI}{AJ} = \frac{AO}{AB} = \frac{JO}{JB}.$$

Comme O est le milieu de [AB], on a :

$$\frac{AI}{AJ} = \frac{1}{2} = \frac{JO}{JB}.$$

Donc I est le milieu de [AJ].

b. Puisque AIO est rectangle en O, d'après l'égalité de Pythagore :

$$IO^2 = AO^2 - AI^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36,$$

$$\text{donc } IO = \sqrt{36} = 6 \text{ cm.}$$

En reprenant l'égalité de Thalès, on a :

$$\frac{8}{AJ} = \frac{10}{20} = \frac{6}{JB}.$$

$$\text{Donc } JB = \frac{20 \times 6}{10} = 12 \text{ cm.}$$

53 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

- 54** a. 13 nœuds : 12 intervalles. On construit un triangle de côtés 3–4–5 intervalles.
b. 31 nœuds : 30 intervalles. On construit un triangle de côtés 5–12–13 intervalles.
c. On utilise les triplets pythagoriciens dont on fait la somme et on ajoute 1.
Exemples : 6–8–10 : corde de 25 nœuds ; 9–40–41 : corde à 91 nœuds.

30. Démontrer que deux droites sont parallèles

Quel est le problème ? p. 457 du manuel

Intérêt du problème posé

Cette situation est une illusion d'optique bien connue. Les droites vertes qui ne semblent pas parallèles le sont en réalité. Cela permet de s'interroger sur la manière de prouver que deux droites sont parallèles.

Ce problème peut être traité à différents moments du cycle 4, en fonction de la démonstration choisie.

Questions possibles

1. Comment prouver que les droites vertes sont parallèles ?

Exemple de résolution

1. Pour prouver que les droites vertes sont parallèles, on peut :
 - tracer une sécante, puis mesurer une paire d'angles correspondants ou d'angles alternes-internes. Les mesures sont égales : on peut conclure que les droites vertes sont parallèles ;
 - tracer un autre couple de droites parallèles sécantes avec les droites vertes. En mesurant les côtés du quadrilatère ainsi obtenu, on constate que les côtés opposés sont deux à deux de même mesure. Le quadrilatère est donc un parallélogramme. On en déduit que les droites vertes sont parallèles ;
 - tracer un couple de droites parallèles sécantes qui coupent deux droites vertes. En prenant les bonnes mesures, on pourra appliquer la réciproque du théorème de Thalès et en déduire que les droites vertes sont parallèles.

Découvrir les propriétés des angles avec des droites parallèles

1

Les figures liées à cette activité sont disponibles dans le manuel interactif.

1. b. Il semble que $\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$.

c. En déplaçant le point B, on remarque que l'égalité $\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$ reste vraie. Si deux angles sont opposés par le sommet, alors ils ont la même mesure.

2. b. Il semble que $\widehat{FHB} = \widehat{FGD}$.

En déplaçant la droite (AB), on remarque que l'égalité $\widehat{AHG} = \widehat{FGH}$ reste vraie.

c. Il semble que $\widehat{AHG} = \widehat{FGD}$.

En déplaçant la droite (AB), on remarque que l'égalité $\widehat{AHG} = \widehat{FGD}$ reste vraie.

d. Si deux droites sont parallèles et forment avec une même sécante des angles correspondants, alors ces angles correspondants ont la même mesure.

2

Les figures liées à cette activité sont disponibles dans le manuel interactif.

1. b. Les angles $\widehat{FHB} = \widehat{FGD}$ n'ont pas la même mesure.

c. Lorsqu'on déplace le point D jusqu'à ce que $\widehat{FHB} = \widehat{FGD}$, il semble que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2. b. Si deux droites forment avec une même sécante deux angles alternes-internes de même mesure, alors ces deux droites sont parallèles.

Faisons le bilan

Deux angles opposés par le sommet ont la même mesure.

Deux angles alternes-internes de même mesure déterminent des droites parallèles.

Deux angles correspondants de même mesure déterminent des droites parallèles.

Découvrir la réciproque du théorème de Thalès

3

1. a. $\frac{AB'}{AB} = \frac{AB'}{2 \times AB'} = \frac{1}{2}$ et $\frac{AC'}{AC} = \frac{AC'}{2 \times AC'} = \frac{1}{2}$

Démonstration

Plaçons K, le symétrique de B' par rapport à C'.

Le quadrilatère AKCB' est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu.

Donc les côtés [B'A] et [CK] sont parallèles et de même longueur.

Comme B est le milieu du segment [AB], les segments [BB'] et [CK] sont parallèles et de même longueur.

Le quadrilatère BIKC est donc un parallélogramme car deux de ses côtés sont parallèles et de même longueur.

Donc les côtés [B'K] et [BC] sont parallèles et de même longueur.

Donc (B'C') est parallèle à (BC).

b. $\frac{AB'}{AB} = \frac{AB'}{AB'} = 1$ et $\frac{AC'}{AC} = \frac{AC'}{AC'} = 1$

Démonstration

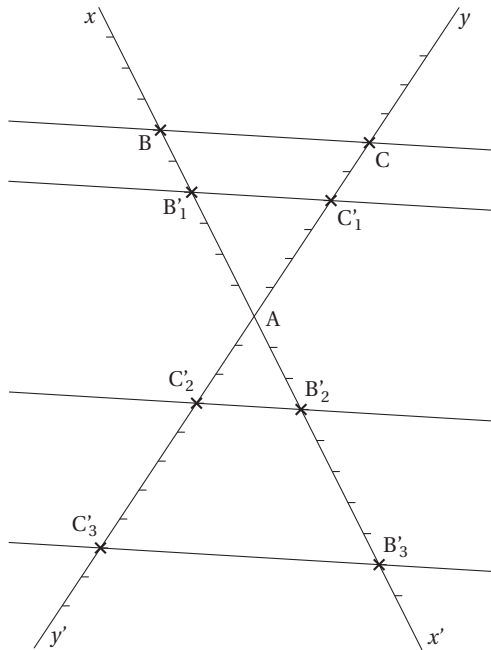
A est le milieu de [BB'] et de [CC'].

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

BCB'C' est donc un parallélogramme.

On en déduit que (B'C') est parallèle à (BC).

2. a. et b.



Dans chacun des cas, les droites (BC) et (B'C') semblent parallèles.

c. Pour que les droites (BC) et (B'C') soient parallèles, il faut l'égalité des rapports $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$, mais aussi que les points A, B, B' et A, C, C' soient alignés dans le même ordre.

Faisons le bilan

Soient d et d' deux droites sécantes en A.

Soient B et B' deux points de d , distincts de A.

Soient C et C' deux points de d' distincts de A.

Si $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$ et si les points A, B, B' et les points A, C, C' sont alignés dans le même ordre alors les droites (BC) et (B'C') sont parallèles.

- 1** a. \widehat{a} et \widehat{b} sont correspondants.
 \widehat{c} et \widehat{d} sont correspondants.
 b. \widehat{e} et \widehat{f} sont correspondants.
 \widehat{i} et \widehat{j} sont opposés par le sommet.
 \widehat{g} et \widehat{h} ne sont aucun des trois.

- 2** a. Les angles correspondants sont égaux, donc les droites sont parallèles.
 b. Les angles alternes-internes ne sont pas égaux donc les droites ne sont pas parallèles.
 c. Les angles opposés par le sommet ont la même mesure. On a donc des angles alternes-internes qui ne sont pas égaux, donc les droites ne sont pas parallèles.
 d. Les angles opposés par le sommet ont la même mesure. On a donc des angles alternes-internes qui sont égaux, donc les droites sont parallèles.

- 3** a. 30° b. 20° c. 45°
 d. $180 - 110 = 70^\circ$

- 4** a. $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ $\frac{3}{4,5} = \frac{2}{3}$

Les droites vertes sont parallèles.

b. $\frac{1,2}{3} = 0,4$ $\frac{2}{4} = 0,5$

Les droites vertes ne sont pas parallèles.

c. $\frac{1}{2} = 0,5$ $\frac{2}{4} = 0,5$

Les droites vertes sont parallèles.

d. $\frac{2}{5} = 0,8$ $\frac{1,5}{4} = 0,375$

Les droites vertes ne sont pas parallèles.

5 a. $\frac{3}{6,6} = \frac{1}{22}$ $\frac{1,5}{3,3} = \frac{5}{11}$

Les droites orange ne sont pas parallèles.

b. $\frac{1,5}{4,8} = \frac{5}{16}$ $\frac{1,9}{6} = \frac{19}{60}$

Les droites orange ne sont pas parallèles.

c. $\frac{2}{3,8} = \frac{1}{19}$ $\frac{1,6}{3} = \frac{8}{15}$

Les droites orange ne sont pas parallèles.

d. $\frac{3}{4,8} = \frac{5}{8}$ $\frac{3,5}{5,6} = \frac{5}{8}$

Les droites orange sont parallèles.

Angles et parallélisme

8 a. $\widehat{FBA} = \widehat{ACD} = 55^\circ$

$\widehat{FBC} = 180 - \widehat{FBA} = 125^\circ$

$\widehat{BFA} = \widehat{FDC} = 28^\circ$

$\widehat{AFE} = 180 - \widehat{BFA} = 152^\circ$

$\widehat{BFD} = \widehat{AFE} = 152^\circ$

$\widehat{EFD} = \widehat{BFA} = 28^\circ$

9 a. $180 - (53 + 73) = 54^\circ$

Les angles alternes-internes sont égaux, donc les droites roses sont parallèles.

b. Les angles alternes-internes sont égaux, donc les droites roses sont parallèles.

c. $90 - 66 = 24^\circ$

Les angles alternes-internes ne sont pas égaux, donc les droites roses ne sont pas parallèles.

10 $180 - 120 = 60^\circ$

Les angles correspondants sont égaux, donc les droites vertes sont parallèles.

b. $180 - 74 = 106^\circ$

Les angles correspondants ne sont pas égaux, donc les droites vertes ne sont pas parallèles.

c. $180 - 15 = 165^\circ$

Les angles correspondants sont égaux, donc les droites vertes sont parallèles.

11 $\alpha = 120^\circ \quad \beta = 50^\circ \quad \gamma = 50^\circ \quad \delta = 50^\circ \quad \varepsilon = 60^\circ$

12 a. $\widehat{ACB} = (180 - 56) \div 2 = 62^\circ$

$\widehat{CDE} = (180 - 62) = 59^\circ$

b. Les angles alternes-internes \widehat{ABC} et \widehat{CDE} ne sont pas égaux, donc les droites (AB) et (DE) ne sont pas parallèles.

13 (AB) est parallèle à (A'B'), donc $\widehat{OAB} = \widehat{OA'B'} = 50^\circ$.

$\widehat{AOB} = 180 - (50 + 34) = 96^\circ$

14 $\widehat{DCA} = (180 - 120) \div 2 = 30^\circ$

$\widehat{BAC} = 180 - (102 + 48) = 30^\circ$

Les angles alternes-internes \widehat{DCA} et \widehat{BAC} sont égaux, donc les droites (AB) et (DC) sont parallèles.

ABCD est un trapèze.

15 $\widehat{DCO} = 180 - (90 + 42) = 48^\circ$

Les angles alternes-internes \widehat{DCO} et \widehat{OAB} ne sont pas égaux, donc les droites (AB) et (DE) ne sont pas parallèles.

16 $\widehat{ABC} = 60^\circ$

Les angles alternes-internes \widehat{ABC} et \widehat{BCD} ne sont pas égaux, donc les droites (AB) et (DE) ne sont pas parallèles.

17 a. $\frac{3}{4,5} = \frac{2}{3} \qquad \frac{2}{3,5} = \frac{4}{7}$

Les droites bleues ne sont pas parallèles.

b. $\frac{2,1}{4,2} = 0,5 \qquad \frac{3}{6} = 0,5$

Les droites bleues sont parallèles.

c. $\frac{2,2}{3,3} = \frac{2}{3} \qquad \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3}$

Les droites bleues sont parallèles.

d. $\frac{3}{4} \qquad \frac{3,5}{4,5} = \frac{7}{9}$

Les droites bleues ne sont pas parallèles.

e. $\frac{0,8}{1,6} = \frac{1}{2} \qquad \frac{2,2}{4,2} = \frac{11}{21}$

Les droites bleues ne sont pas parallèles.

f. $\frac{1}{6} \qquad \frac{1,3}{5} = \frac{13}{50}$

Les droites bleues ne sont pas parallèles.

18 $\frac{AB}{AB'} = \frac{3}{4} \qquad \frac{AC}{AC'} = \frac{4,5}{6} = \frac{3}{4}$

Les droites (CB) et (C'B') sont parallèles.

19 $\frac{HM}{HN} = \frac{0,8}{2} = \frac{2}{5} \qquad \frac{HB}{HC} = \frac{1,6}{4} = \frac{2}{5}$

Les droites (BM) et (CN) sont parallèles.

20 $\frac{IA}{IC} = \frac{2,1}{2,8} = \frac{3}{4} \qquad \frac{IB}{ID} = \frac{2}{1,5} = \frac{4}{3}$

Les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

$\frac{IA}{IC} = \frac{2,1}{2,8} = \frac{3}{4} \qquad \frac{ID}{IB} = \frac{1,5}{2} = \frac{3}{4}$

Les droites (CB) et (AD) sont parallèles.

ABCD est un trapèze.

21 a. $\frac{OM}{OI} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7} \qquad \frac{ON}{OJ} = \frac{12,5}{17,5} = \frac{5}{7}$

Les droites (MN) et (IJ) sont parallèles.

b. $\frac{OM}{OB} = \frac{15}{9} \qquad \frac{ON}{OA} = \frac{12,5}{7,5} = \frac{15}{9}$

Les droites (MN), (IJ) et (AB) sont parallèles.

22 $\frac{26}{65} = \frac{2}{5} \qquad \frac{21,2}{53} = \frac{2}{5}$

La table à repasser est bien parallèle au sol.

23 $\frac{SF}{SB} = \frac{2,75}{21} = \frac{11}{84} \qquad \frac{SE}{SO} = \frac{5}{12}$

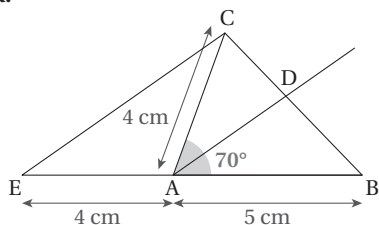
Les droites (EF) et (OB) ne sont pas parallèles.

24 Si les droites sont parallèles, $\frac{3}{3+2x} = \frac{2}{x+3}$

$6 + 4x = 3x + 9$

$x = 3$

25 a.



échelle : 1/2

b. $\widehat{EAC} = 180 - 70 = 110^\circ$

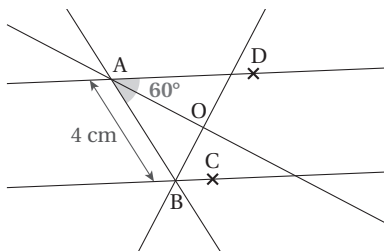
$\widehat{AEC} = \widehat{ECA} (180 - 110) \div 2 = 35^\circ$

c. Les angles alternes-internes \widehat{ECA} et \widehat{ACD} sont égaux, donc les droites (AD) et (EC) sont parallèles.

26 Le triangle formé par un côté et les bissectrices des deux angles adjacents est un triangle rectangle car les deux angles consécutifs d'un parallélogramme sont supplémentaires. Le quadrilatère formé par les bissectrices des angles d'un parallélogramme a donc quatre angles droits, c'est donc un rectangle.

27 Les diagonales de ACBD se coupent en leur milieu, donc ACBD est un parallélogramme. (AC) et (BD) sont parallèles.

28 a. Les droites (AD) et (BC) sont parallèles, donc $\widehat{ABC} = 180 - \widehat{ADB} = 120^\circ$.



b. AOB semble rectangle en O.

c. Comme (AD) et (BC) sont parallèles, donc $\widehat{ABO} = 60^\circ$.

Puisque $\widehat{BAO} = 30^\circ$,

$\widehat{AOB} = 180 - (30 + 60) = 90^\circ$.

29 a. $\widehat{ACB} = \widehat{A'C'B'} = 31^\circ$, donc

$\widehat{ABC} = 180 - (118 + 31) = 31^\circ$ et ABC est isocèle en A.

b. Puisque ABC et A'B'C' sont symétriques par rapport à Δ, A'B'C' est isocèle en A'.
Donc $AB = A'B' = A'C' = 2,1$ m.

30 $\widehat{ACB} = 180 - (65 + 65) = 50^\circ$

Comme (d) et (d') sont parallèles, $\widehat{BCD} = \widehat{ABC} = 65^\circ$.

Alix a tort.

31 Traduction : Dans le triangle ABC, M est le milieu de [AC]. I et J appartiennent au segment [AB] tel que $AI = IJ = \frac{1}{3}AB$.

La droite (IM) coupe (BC) en K.

► Montrer que C est le milieu de [KB].

$$\frac{AM}{AC} = \frac{1}{2} = \frac{AI}{AJ}$$

Les droites (MI) et (CJ) sont donc parallèles.

Comme (CJ) et (KI) sont parallèles, d'après le théo-

rème de Thalès, on a : $\frac{CB}{KB} = \frac{BJ}{BI} = \frac{1}{2}$.

Donc C est le milieu de [BK].

32 ABCD est un parallélogramme, donc (AB) est parallèle à (CD) et (AD) à (BC).

En particulier, (AJ) est parallèle à (CL) et (AI) à (KC).

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OJ}{OL} = \frac{AJ}{CL} \text{ et } \frac{OA}{OC} = \frac{OI}{OK} = \frac{IA}{KC}$$

Donc $\frac{OI}{OK} = \frac{OJ}{OL}$, (IJ) est parallèle à (KL), alors IJKL est un trapèze.

33 a. $\frac{AN}{AD} = \frac{28,8}{45} = 0,64$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{48}{75} = 0,64$$

Les droites (MN) et (BD) sont parallèles.

b. AMN est rectangle en A.

D'après l'égalité de Pythagore :

$$MN^2 = AN^2 + AM^2 + 28,8^2 + 48^2 = 3\,133,44$$

$$MN = \sqrt{3\,133,44} \approx 56$$

c. $CM^2 = BM^2 + BC^2 = 27^2 + 45^2 = 2\,754$

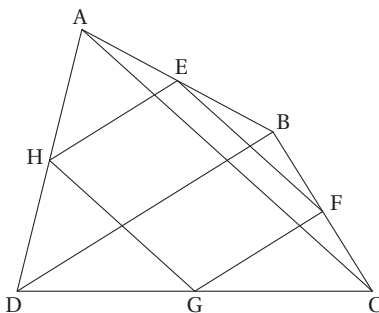
$$CN^2 = DN^2 + CD^2 = 16,2^2 + 75^2 = 5\,887,44$$

$$MN^2 = 3\,133,44$$

$$MN^2 = CM^2 + CN^2$$

MNC est rectangle en C.

35



Puisque E et F sont les milieux de [AB] et de [AC], (EF) est parallèle à (AC).

De la même manière, on prouve que :

- (HG) et (AC) sont parallèles ;
- (HE) et (BD) sont parallèles ;
- (FG) et (BD) sont parallèles.

Donc (EF) est parallèle à (GH) et (HE) est parallèle à (FG).

Or, si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux, alors c'est un parallélogramme.

Donc EFGH est un parallélogramme.

36 a. (AB') est parallèle à (BA') et (C'B) est parallèle à (B'C).

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OB'}{OA'} \text{ et } \frac{OC'}{OB'} = \frac{OB}{OC}$$

$$\frac{OA}{OB} \times \frac{OB}{OC} = \frac{OB'}{OA'} \times \frac{OC'}{OB'}$$

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OC'}{OA'}, \text{ alors } (AC') \text{ est parallèle à } (CA').$$

b. Si (d) et (d') sont parallèles, ABA'B' et BCB'C' sont des parallélogrammes.

Donc CA = C'A' et (CA) est parallèle à (C'A').

CAC'A' est donc un parallélogramme et (AC') est parallèle à (CA').

37 a. (CT) et (MW) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{PC}{PM} = \frac{PT}{PW} = \frac{CT}{MW}$$

$$\frac{3,78}{4,2} = \frac{PT}{PW} = \frac{CT}{3,4}$$

$$CT = \frac{3,4 \times 3,78}{4,2} = 3,06 \text{ m}$$

Il faut prévoir 3,06 m de fil.

b. $\frac{PC}{PM} = \frac{3,78}{4,2} = 0,9$

$$\frac{PT}{PW} = \frac{1,88}{2,3} \approx 0,81$$

La couture n'est donc pas parallèle à (MW).

38	39	40	41	42	43	44	45	46
c. d	a. b	a.	c.	a.	a. c.	a.	a. b.	a. d.

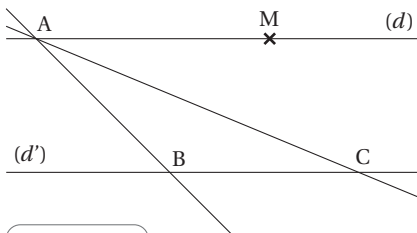
Je prépare le contrôle

- 47 a.** $\widehat{EAD} = 180 - (70 + 50) = 50^\circ$
b. $\widehat{AED} = \widehat{ECB} = 60^\circ$ car (DE) est parallèle à (BC), \widehat{AED} et \widehat{ECB} sont correspondants.
c. $\widehat{FBG} = \widehat{DCB} = 70^\circ$ car \widehat{FBG} et \widehat{DCB} sont opposés par le sommet.
d. $\widehat{ICB} = 180 - \widehat{ECB} = 120^\circ$
e. $\widehat{BDH} = \widehat{DBC} = 70^\circ$ car (DE) est parallèle à (BC), \widehat{BDH} et \widehat{DBC} sont alternes-internes.

48 $\frac{BA}{BD} = \frac{55}{34} \neq \frac{BC}{BE} = \frac{34}{21}$

Les droites (AC) et (ED) ne sont pas parallèles.

49 a.



échelle : 1/2

- b.** Puisque (AM) et (BC) sont parallèles, que \widehat{MAC} et \widehat{ACB} sont alternes-internes, $\widehat{ACB} = \widehat{MAC} = \widehat{BAC}$.
c. Puisque $\widehat{ACB} = \widehat{BAC}$, on peut déduire que ABC est isocèle en B, donc $AB = BC$.

50 $\frac{OA}{OC} = 3$ et $\frac{OB}{OD} = 3$

Donc (AD) et (BC) sont parallèles et ABCD est un trapèze.

51 $\frac{AI}{AB} = \frac{AO}{AJ} = \frac{1}{2}$

Donc (IO) et (BJ) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AI}{AB} = \frac{AO}{AJ} = \frac{IO}{BJ} = \frac{1}{2}$$

$$IO = \frac{1}{2}BJ = 5$$

$$\frac{OI}{OC} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \text{ et } \frac{OA}{OD} = \frac{1}{3}$$

Donc (IA) et (CD) sont parallèles.

52 $\frac{AB}{AI} = \frac{3,9}{3} = 1,3$ et $\frac{AC}{AJ} = \frac{2,6}{2} = 1,3$

Donc (IJ) et (BC) sont parallèles.

$$\text{Alors } \widehat{BIJ} = 180 - \widehat{AIJ} = 180 - \widehat{IBC} = 149^\circ$$

$$\widehat{IJC} = 180 - \widehat{AJI} = 180 - \widehat{JCB} = 135^\circ$$

53 SCRATCH

Le programme solution et une fiche d'accompagnement sont proposés dans le manuel interactif.

Mathématiques et Technologie

- 54** Comme le rebond conserve l'angle et que les bords de fibre sont parallèles, les angles alternes-internes sont égaux. Par conséquent, le rayon lumineux rebondit indéfiniment jusqu'au bout de la fibre.

1 $EG^2 = 14,6^2 = 213,16$
 $EH^2 + HG^2 = 9,6^2 + 11^2 = 213,16$
 EHG est donc rectangle en H.
 Donc EHG est inscrit dans le cercle de diamètre [EG].
 Puisque $OE = OF = OG$,
 F appartient au cercle de diamètre [EG].
 E, F, G et H appartiennent donc au cercle de diamètre [EG], de centre O et de rayon 7,3 cm.

2 $43^2 = 1\ 849$
 $27^2 + 36^2 = 2\ 025$
 Donc les murs ne sont pas perpendiculaires.
 $35^2 = 1\ 225$
 $28^2 + 21^2 = 1\ 225$
 En revanche, les côtés de l'étagère sont perpendiculaires.

3 $\frac{CD}{AB} = \frac{34}{51} = \frac{2}{3}$ et $\frac{CG}{GB} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$
 L'assise du tabouret est bien horizontale.

4 (EC) et (AF) sont des médianes du triangle ABC. (BM) est donc la médiane issue de B dans le triangle ABC.

Puisque ABC est isocèle en B, (BM) est également la médiatrice de [AC]. De la même façon, dans le triangle ACD, on prouve que (DN) est la médiatrice de [AC].

Par conséquent, (MN) est la médiatrice de [AC] et est donc perpendiculaire à (AC).

5 a. Figure réalisée avec un logiciel de géométrie dynamique.

M semble devoir se trouver sur (BD).

b. (EH) est parallèle à (FG) si et seulement si

$$\frac{MG}{MH} = \frac{MF}{ME}, \text{ soit } \frac{AB - ME}{ME} = \frac{AB - ME}{ME},$$

$$\text{soit } \frac{AB}{MH} - 1 = \frac{AB}{ME} - 1,$$

$$\text{soit } MH = ME,$$

soit MHE est isocèle-rectangle en M, et si M est un point de [BD]

Édition : François Edom, Lucile Le Goff

Maquette et mise en page : Nicolas Balbo, Catherine Vielcanet

Schémas : Nathalie Guévenex Nourry, Béata Gierasimczyk