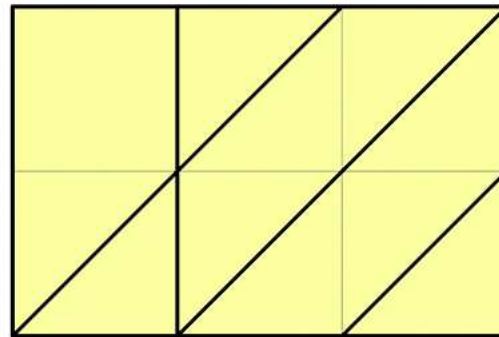


Le puzzle de Marine

Activité extraite
de la brochure APMEP n° 187
JEUX École 1



Domaine : Géométrie
Cycles 2 et 3

Fiche 0	Présentation
Fiches 1 à 5	Aires par dénombrement
Fiches 6 à 10	Symétrie axiale
Fiche 11	Fractions d'aires
Fiches 12 à 20	Reproduction de figures (<i>quadrillage et fond uni</i>)
Fiches 21 à 24	Des recherches et des prolongements
Fiches 25 et 26	Activités ludiques

Avec les solutions



Le puzzle de Marine



Présentation

Un important dossier concerne ce puzzle. Marine est une élève de sixième qui, un peu poussée par son papa, a apporté un exemplaire de ce puzzle en cours de mathématiques. Ce découpage ne figurait pas parmi ceux connus par l'enseignant et est devenu source d'activités proposées une première fois, pour beaucoup, pendant la même année scolaire. Par la suite, d'autres activités sont venues compléter le travail initial pour former le dossier à destination de l'école primaire présenté dans cette brochure.

Une première recherche est proposée (fiches 1 à 3) : la fiche 1 d'une part et les fiches 2 et 3 d'autre part s'adressent à des niveaux différents et proposent en complément un premier défi n'utilisant pas nécessairement toutes les pièces : réaliser des triangles. La détermination des aires des triangles trouvés est réservée au cycle 3. La fiche 4 prolonge la recherche avec des carrés, des rectangles et des parallélogrammes. Comme pour le triangle, la détermination de leurs aires est réservée au cycle 3. Les solutions proposées n'ont pas la prétention d'être exhaustives...

À l'école primaire, les élèves manipulent très tôt des puzzles géométriques tels que le Tangram pour y recouvrir des silhouettes figuratives. Nous leur proposons ici (fiches 6 à 10) de travailler sur la symétrie axiale : recherche de figures possédant au moins un axe de symétrie et tracé des axes de symétrie, s'il en existe, des figures proposées.

Lors des premières activités, l'unité d'aire proposée était classiquement définie à l'aide de l'aire d'un carré. L'activité « Fractions d'aire » (fiche 11) propose dans sa deuxième partie l'utilisation d'unités différentes pour exprimer les aires des pièces. Ce type d'activité permet de faire vivre l'effet de ces unités différentes sur les mesures d'une même aire.

Les activités « Cinq (ou sept) dessins du rectangle » (fiches 12 à 20) n'utilisent plus la manipulation des pièces mais l'analyse d'un rectangle réalisé avec elles. Ces activités de reproduction d'une figure par agrandissement sont présentées de façon progressive. Dans les fiches 12 et 13, les cinq rectangles ont la même orientation et c'est la même pièce qui est donnée pour chaque rectangle. Dans les fiches 15 et 16, c'est toujours la même pièce qui est donnée, mais les rectangles sont orientés différemment. Enfin, dans les fiches 18 et 19, les rectangles ont la même orientation, mais les pièces données sont différentes. L'élève doit tenir compte des changements d'orientation des rectangles à obtenir, des parallélismes, des perpendicularités, des égalités de longueur à conserver et des changements d'échelle. À chaque fois, une version sur papier quadrillé et une version sur papier non quadrillé sont proposées : dans les deux cas, les compétences mathématiques mises en jeu ne sont pas les mêmes. Voici deux propositions pour faciliter le travail en classe :

- questionner les élèves à propos de points déjà connus dans la figure proposée ou pouvant être obtenus facilement. La longueur et la largeur du rectangle étant connues, le dessin peut être terminé.
- faire comprendre que le rectangle est formé de six carrés. Faire repérer comment tracer au moins un carré avec ce qui est proposé. Un des six carrés étant dessiné, le dessin peut être terminé.

Des recherches plutôt ludiques sont proposées dans les fiches 21 et 23, avec les solutions.

Enfin la fiche 25 prolonge l'activité ludique avec des silhouettes figuratives à réaliser (solutions : fiches 26). Il est possible et bien intéressant d'en faire créer d'autres par les élèves...

*L'issue d'un jeu est incertaine,
le plaisir qu'il apporte est incontestable.*

Proverbe malais

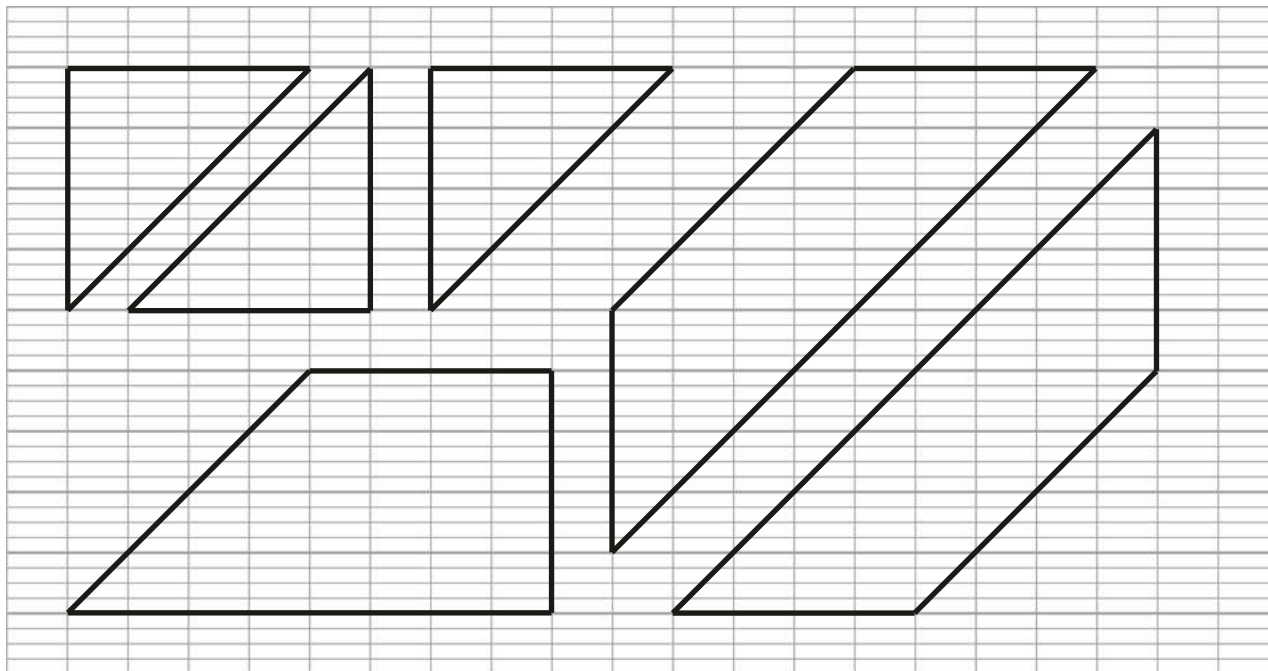


Le puzzle de Marine



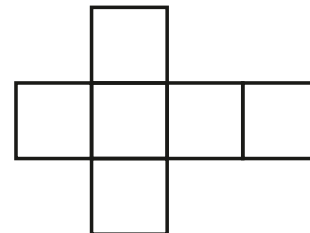
Le défi de Marine

Marine, conseillée par son papa, a apporté en classe les six pièces suivantes d'un puzzle. Elle a annoncé à la classe qu'elle pouvait réaliser une croix avec les six pièces.



Le défi de Marine :

Pour relever le défi de Marine, reproduis les pièces de ce puzzle sur une feuille de papier quadrillée, découpe-les et avec les six pièces, réalise une croix. Dessine sur ta feuille la croix obtenue en faisant apparaître la position des pièces.

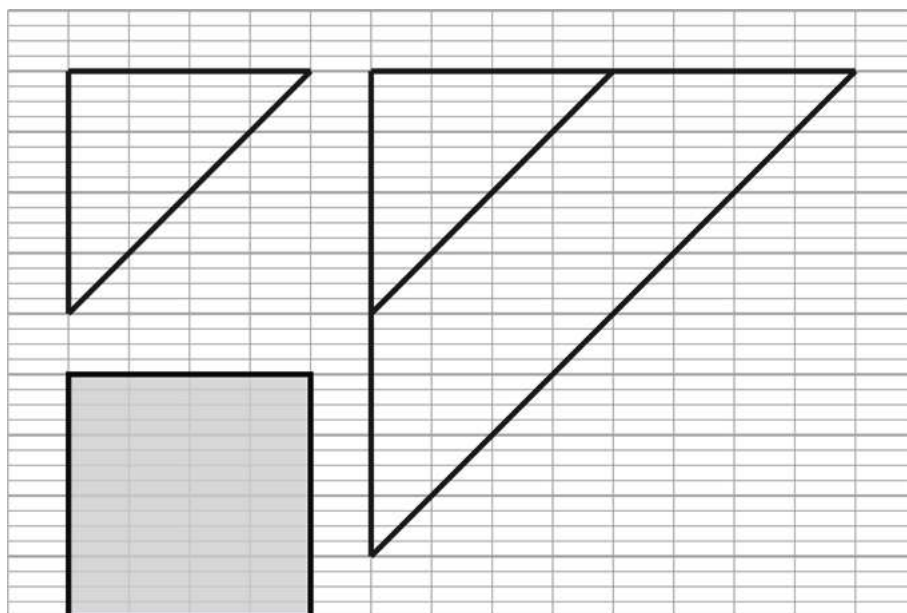


Défi 1

Voici deux triangles rectangles : l'un est obtenu avec l'une des pièces du puzzle et l'autre avec deux pièces.

Trouve d'autres triangles rectangles pouvant être obtenus en utilisant des pièces du puzzle. Dessine les triangles trouvés sur ta feuille quadrillée.

Pour le cycle 3 : considérons que l'unité d'aire est l'aire du carré grisé ci-contre. L'aire du premier triangle proposé est $\frac{1}{2}$, l'aire du second triangle est 2. Indique l'aire des autres triangles trouvés.



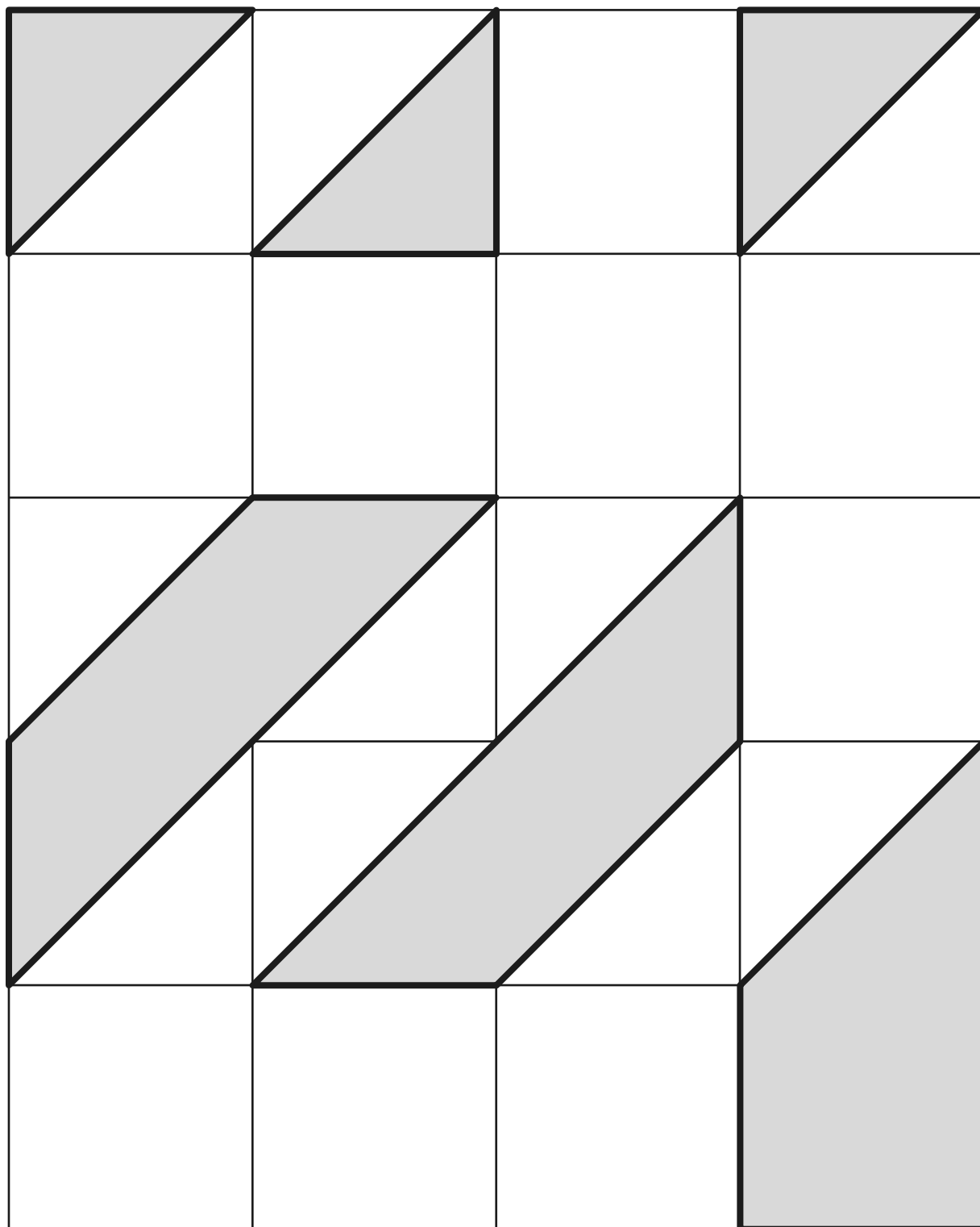


Le puzzle de Marine

Présentation



Marine, conseillée par son papa, a apporté en classe les six pièces suivantes d'un puzzle. Elle a annoncé à la classe qu'elle pouvait réaliser une croix avec les six pièces.





Le puzzle de Marine

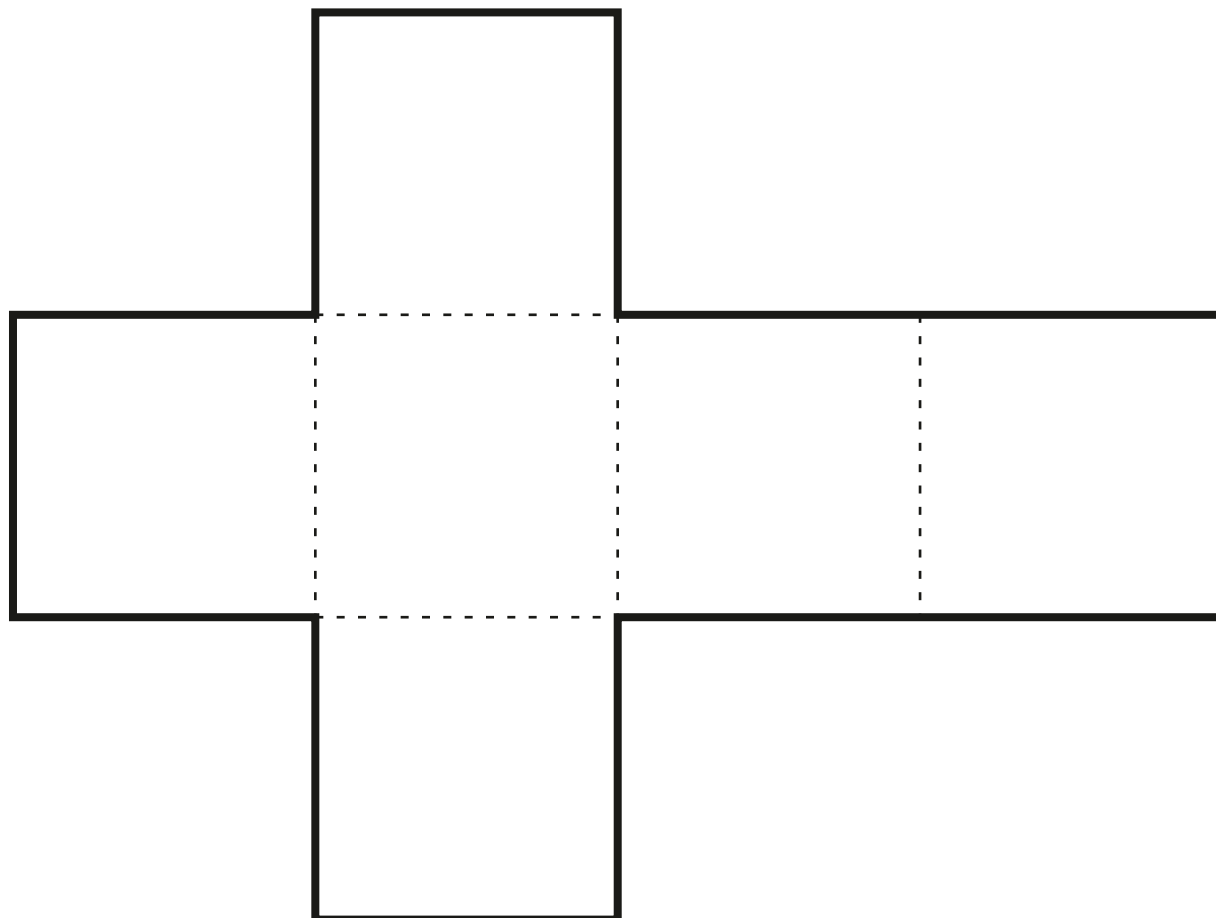
Des défis



Le défi de Marine :

Pour relever le défi de Marine, reproduis les pièces de ce puzzle sur la feuille quadrillée, découpe-les et avec les six pièces, réalise la croix ci-dessous.

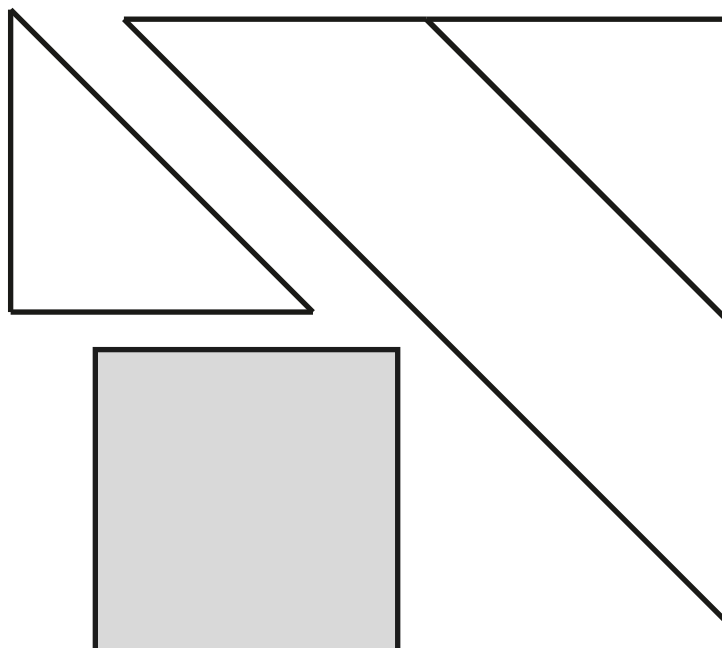
Dessine sur ta feuille la croix en faisant apparaître la position des pièces.



Défi 1

Voici deux triangles rectangles : L'un est obtenu avec l'une des pièces du puzzle et l'autre avec deux pièces.

Trouve d'autres triangles rectangles pouvant être obtenus en utilisant des pièces du puzzle. Dessine les triangles trouvés sur ta feuille quadrillée.



Pour le cycle 3 :

Considérons que l'unité d'aire est l'aire du carré ci-contre. L'aire du premier triangle proposé est $\frac{1}{2}$, l'aire du second triangle est 2. Indiquer l'aire des autres triangles trouvés.



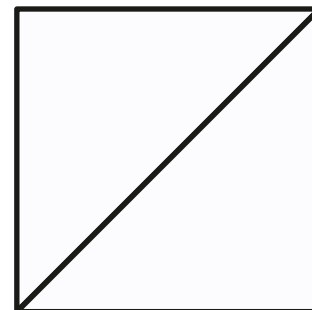
Le puzzle de Marine

Des défis



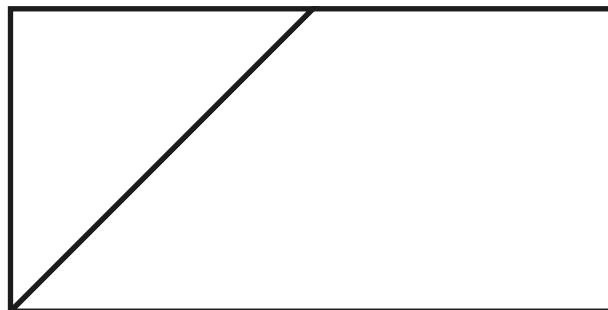
Défi 2 (tous cycles)

On peut réaliser un carré avec deux pièces de ce puzzle. Trouver d'autres carrés de dimensions différentes avec les pièces du puzzle de Marine.



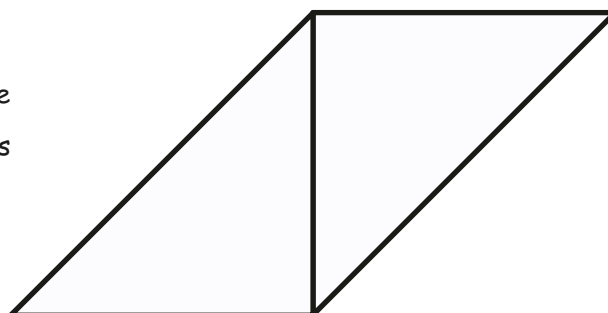
Défi 3 (tous cycles)

On peut réaliser un rectangle avec deux pièces du puzzle de Marine. Trouver d'autres rectangles de dimensions différentes avec les pièces du puzzle.



Défi 4 (tous cycles)

La figure ci-contre formée de deux pièces du puzzle représente un parallélogramme d'aire 1. Trouve tous les parallélogrammes de dimensions différentes.



Des aires (cycle 3)

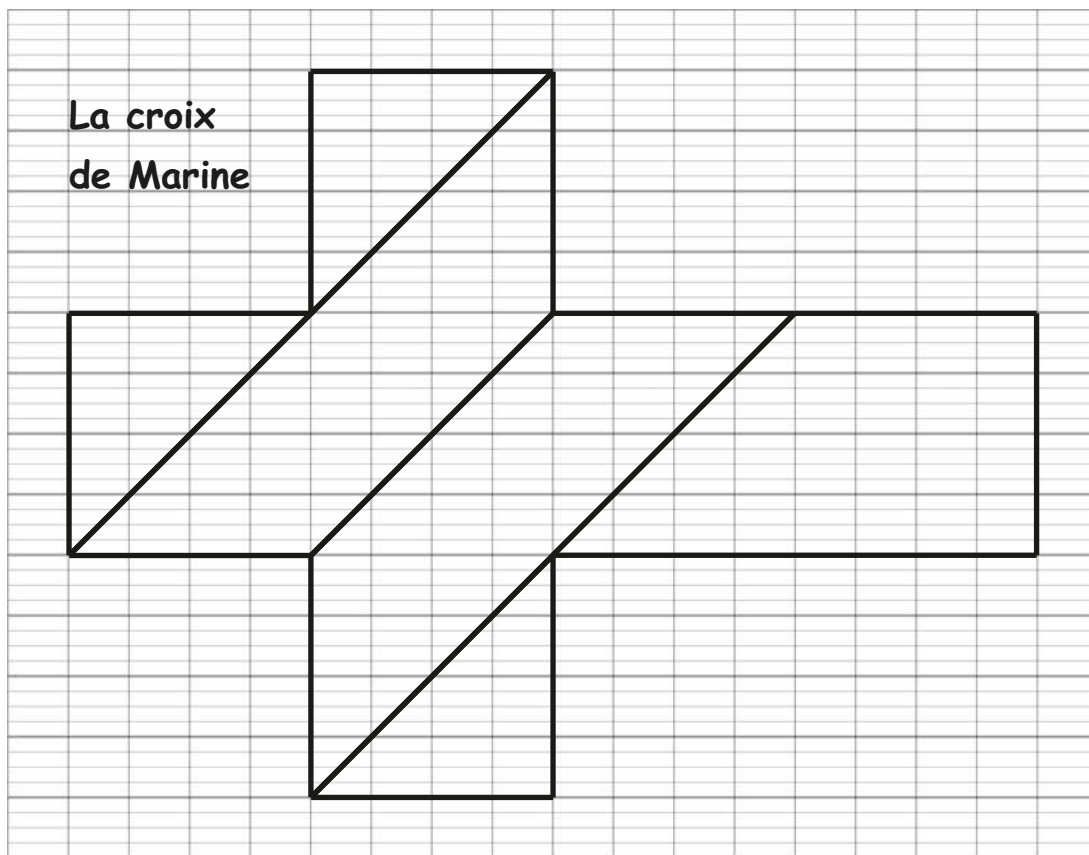
Considérons que l'unité d'aire est l'aire du carré ci-contre. L'aire du carré proposé dans le défi 2 est 1. L'aire du rectangle proposé dans le défi 3 est 2. L'aire du parallélogramme proposé dans le défi 4 est 1. Indique l'aire des autres carrés, des autres rectangles et des autres parallélogrammes que tu as trouvés.





Le puzzle de Marine

Des aires (solutions)



Défi 1 : Triangles rectangles

Défi 2 : Carrés
Un seul autre carré.

Défi 3 : Rectangles non carrés

Défi 4 : Parallélogrammes

Les solutions en vraie grandeur sont sur le site de l'APMEP (<http://www.apmep.asso.fr/>)



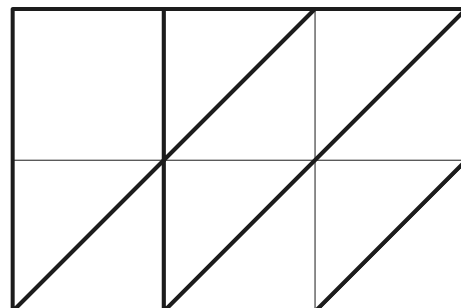
Le puzzle de Marine

Symétrie axiale (I)



Le puzzle de Marine

Le rectangle ci-contre comprend les six pièces du puzzle de Marine qui permettent de réaliser une croix. Reproduis, en doublant les dimensions, ce rectangle et les pièces du puzzle sur une feuille quadrillée. Découpe les pièces pour l'activité qui suit.

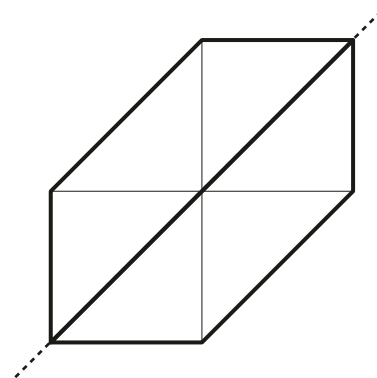


Les trois activités ci-dessous peuvent être proposées séparément.

Dispositions symétriques

En accolant les deux pièces du puzzle comme le montre le dessin ci-contre, on a obtenu une figure qui admet un axe de symétrie tracé en pointillés.

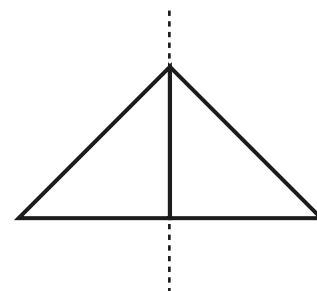
Trouve toutes les figures différentes qu'on peut former avec ces deux pièces et qui admettent un axe de symétrie. Dessine-les sur une feuille de papier quadrillé.



Dispositions symétriques

En accolant les deux pièces du puzzle comme le montre le dessin ci-contre, on a obtenu une figure qui admet un axe de symétrie tracé en pointillés.

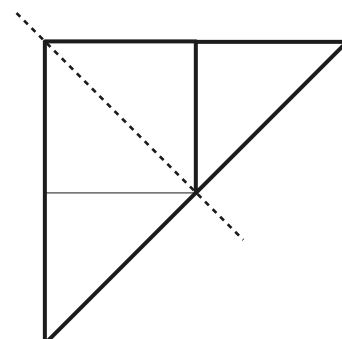
Trouve toutes les figures différentes qu'on peut former avec ces deux pièces et qui admettent un axe de symétrie. Dessine-les sur une feuille de papier quadrillé.



Dispositions symétriques

En accolant les deux pièces du puzzle comme le montre le dessin ci-contre, on a obtenu une figure qui admet un axe de symétrie tracé en pointillés.

Trouve des figures différentes qu'on peut former avec ces deux pièces et qui admettent un axe de symétrie. Dessine-les sur une feuille de papier quadrillé.





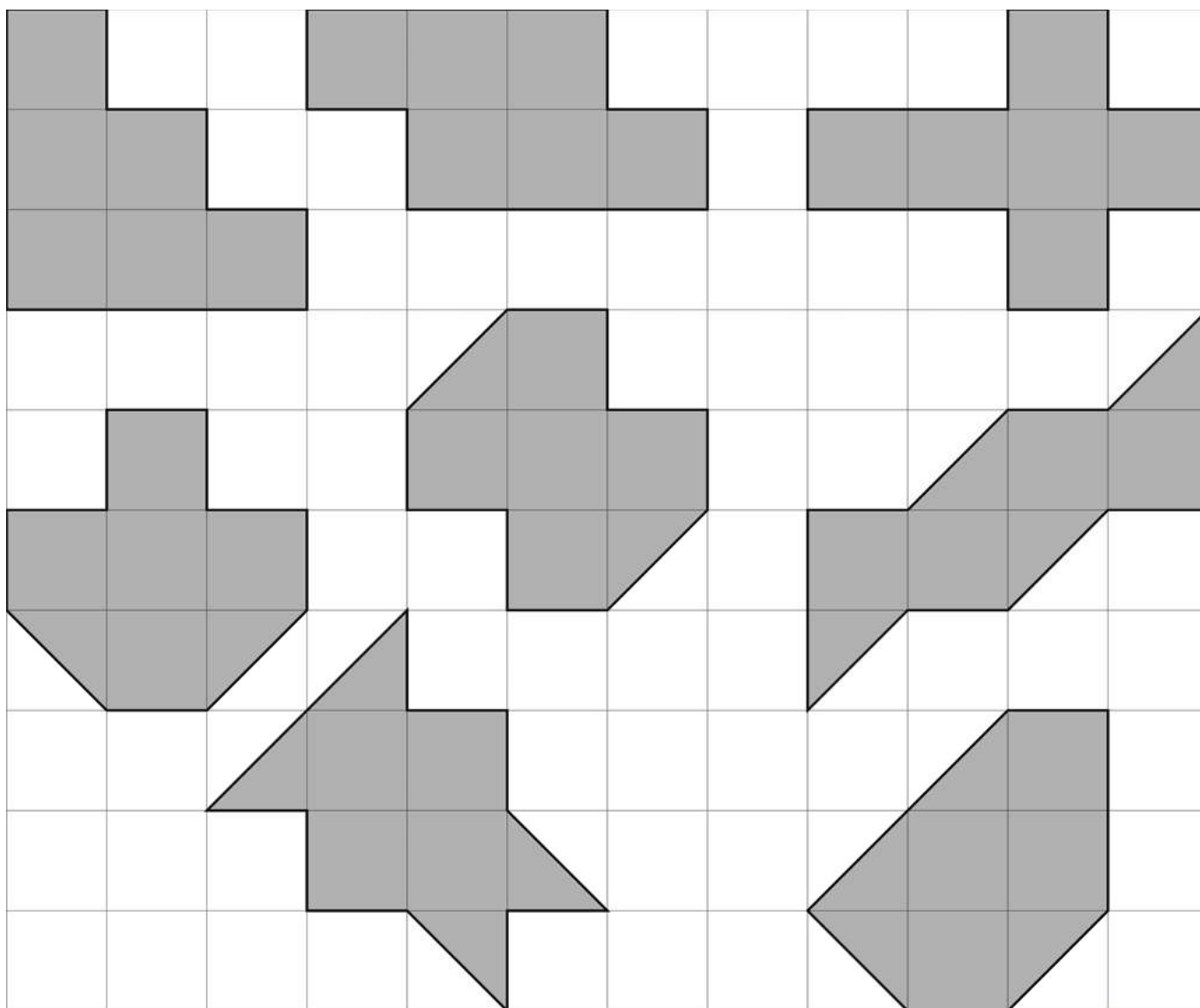
Le puzzle de Marine

Symétrie axiale (II)



Figures symétriques

Toutes les figures ci-dessous ont été réalisées avec les six pièces du puzzle de Marine. Parmi celles-ci, quelles sont celles qui admettent un axe de symétrie ? Trace alors l'axe de symétrie de la figure.



À toi de jouer

1°) Réalise les figures précédentes avec les pièces du puzzle. Tu peux dessiner les contours des pièces sur les figures ci-dessus.

2°) Avec les six pièces du puzzle, trouve d'autres figures qui admettent un axe de symétrie. Dessine-les sur une feuille de papier quadrillée.

3°) L'une des figures ci-dessus possède deux axes de symétrie. Trouve d'autres figures utilisant les six pièces et admettant deux axes de symétrie.

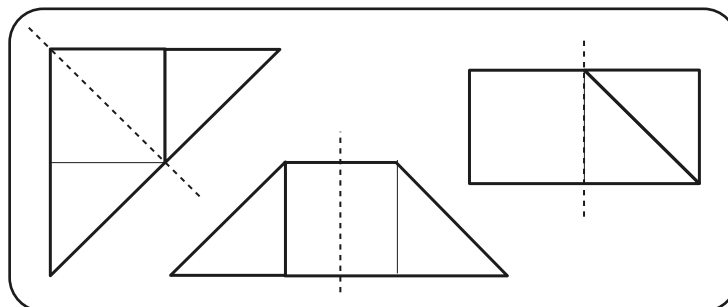
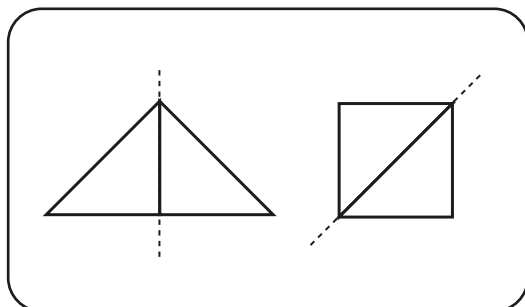
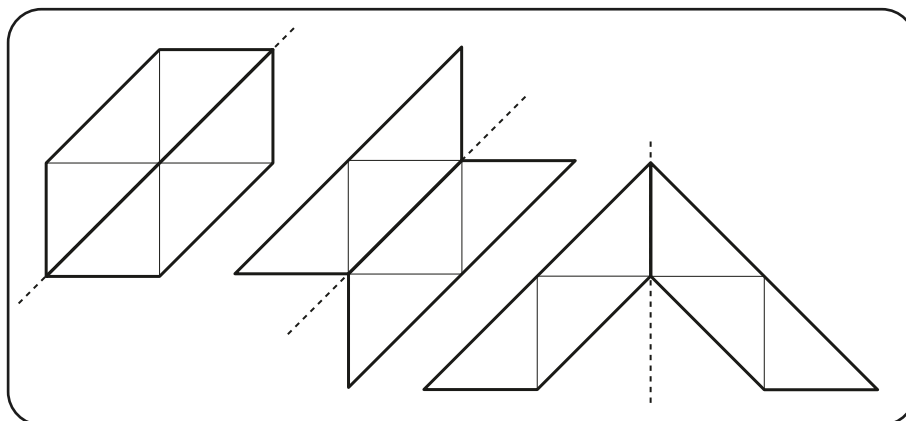


Le puzzle de Marine

Symétrie axiale (I et II) - Solutions

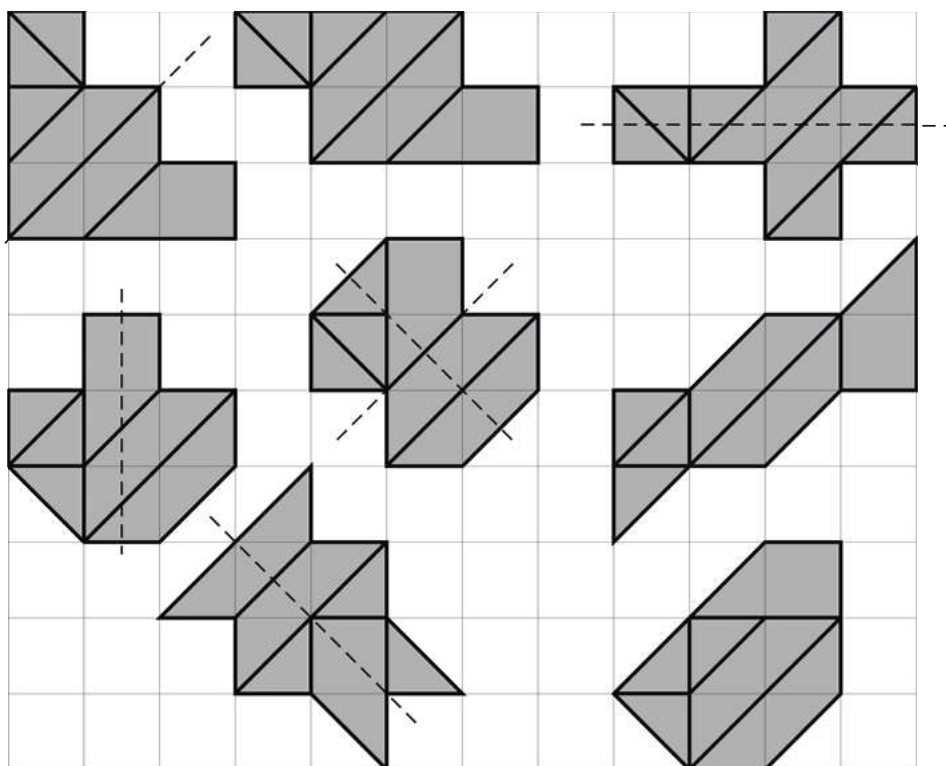


Dispositions symétriques



Figures symétriques

Quatre figures admettent un seul axe de symétrie (tracé en pointillés) et la figure centrale en admet deux.



À toi de jouer

1°) Les solutions ci-contre ne sont pas uniques.

2°) et 3°) D'autres figures admettant un axe ou deux axes de symétrie sont présentées dans l'activité de la fiche 9. Les solutions sont données sur la fiche 10.



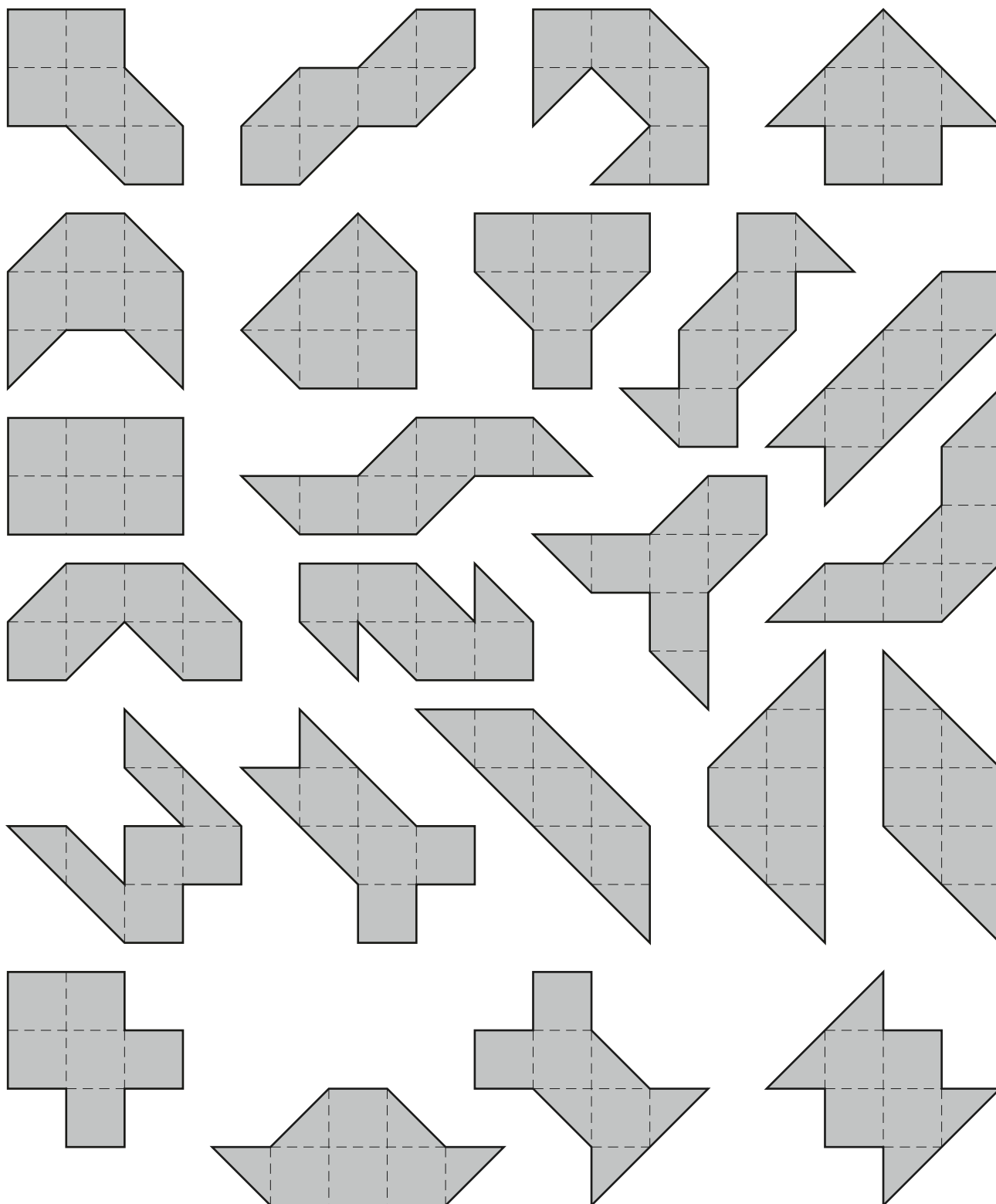
Le puzzle de Marine



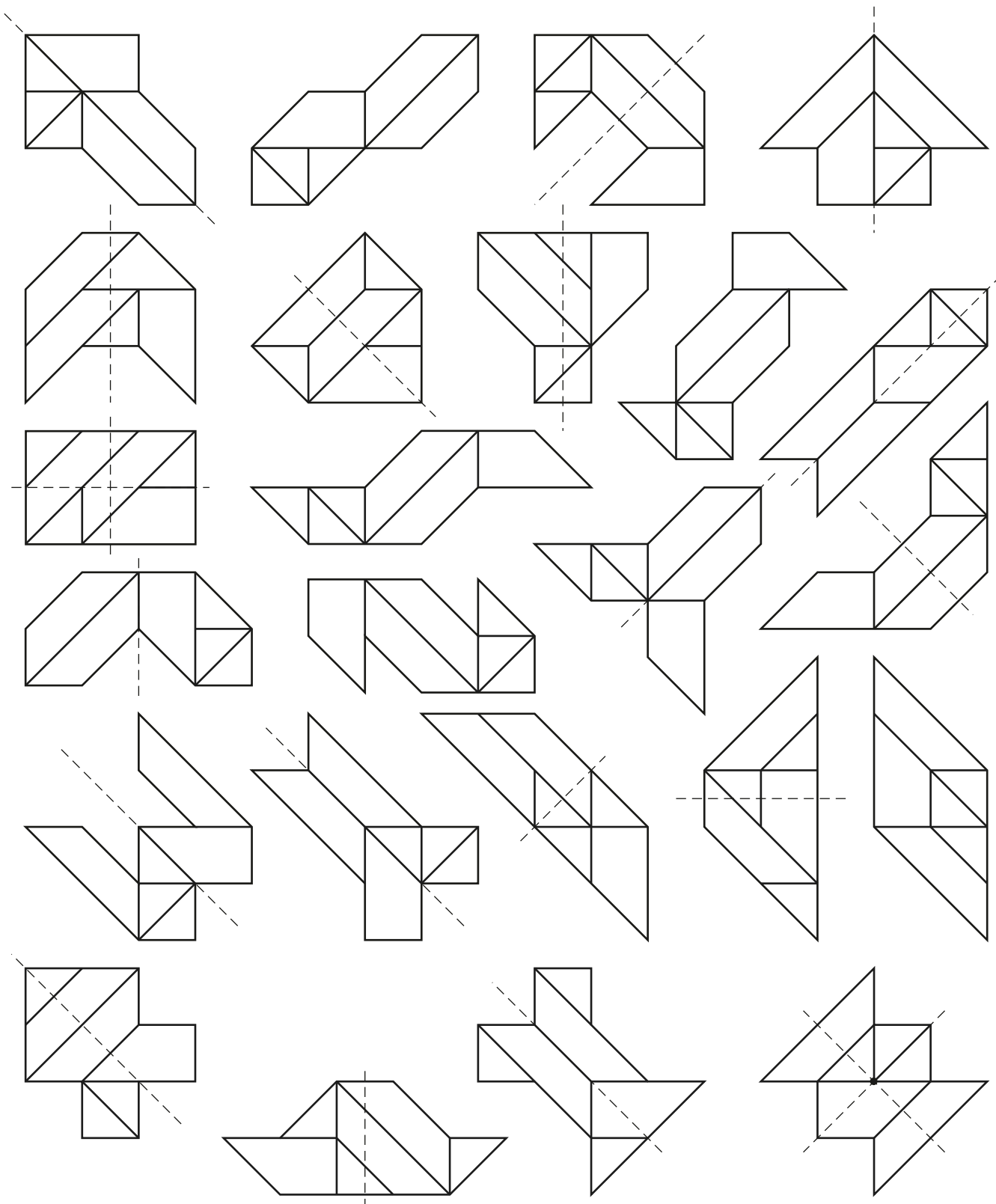
Figures symétriques

1°) Toutes ces figures ont été réalisées avec les six pièces du puzzle de Marine. Certaines admettent un axe (peut-être deux) de symétrie. Trace les axes de symétrie quand ils existent.

2°) Réalise ces figures avec les pièces du puzzle de Marine et dessine les contours des pièces.



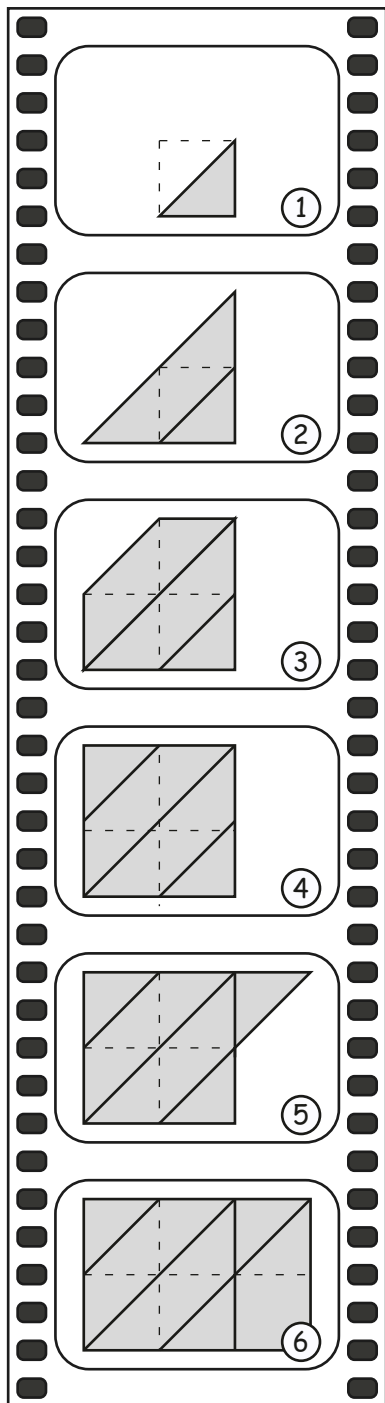
Voici les axes de symétrie des figures qui en possèdent, avec des solutions, en tant que puzzle, de toutes les figures proposées. Ces solutions ne sont pas uniques.





Le puzzle de Marine

Fractions d'aires



1°) Voici le film, étape par étape, de la construction du rectangle avec les pièces du puzzle de Marine.

L'aire du carré ci-contre étant choisie comme unité, complète le tableau ci-dessous.



Étape	①	②	③	④	⑤	⑥
Aire						
Fraction de l'aire totale						

2°) Les figures représentées sur la première ligne et la première colonne du tableau ci-dessous représentent des pièces ou des assemblages de pièces du puzzle de Marine.

Écris, sur la ligne de la case a), les aires des figures de la première ligne en prenant comme unité d'aire celles de la figure de la case a), ici, l'aire du triangle. Écris ces résultats sous forme de fractions simplifiées ou de nombres entiers.

Fais le même travail pour les lignes des cases b), c), d) et e).

Mesures de : Avec l'unité :					
a)					
b)					
c)					
d)					
e)					

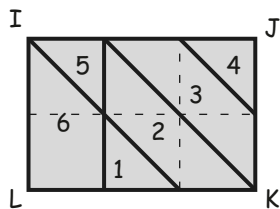
3°) Observe les résultats obtenus dans ce tableau. Quelles remarques peux-tu faire ? Essaie de les justifier.



Le puzzle de Marine



Cinq dessins du rectangle (1A)

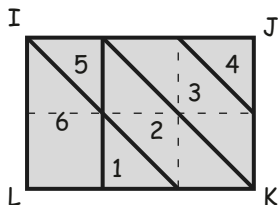


Les pièces du puzzle de Marine, numérotées de 1 à 6, sont rangées dans leur boîte comme indiqué ci-contre. Elles ont été agrandies et rangées toujours de la même façon dans les boîtes A, B, C, D et E. La pièce 3 a déjà été placée. Commence par tracer le contour de la boîte A, puis le contour des pièces. Fais de même pour les boîtes B, C, D et E.

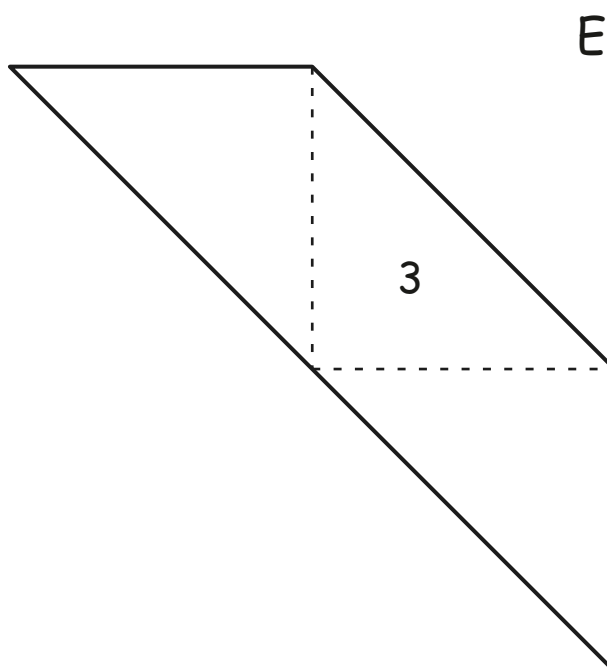
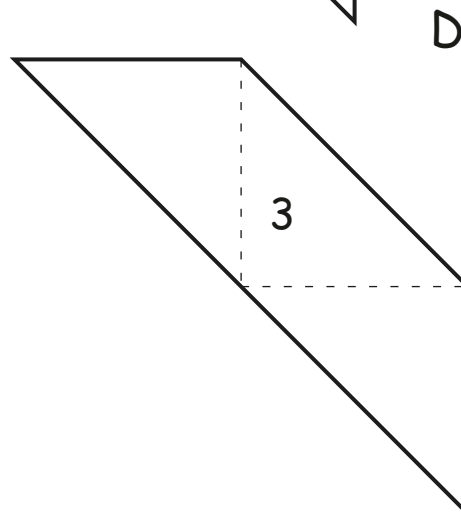
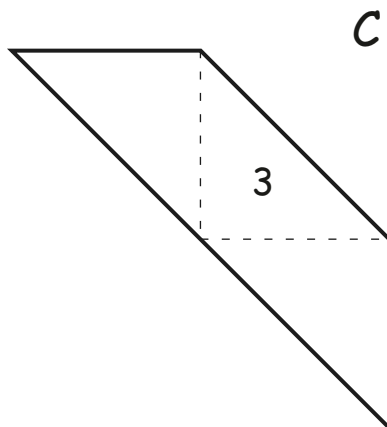
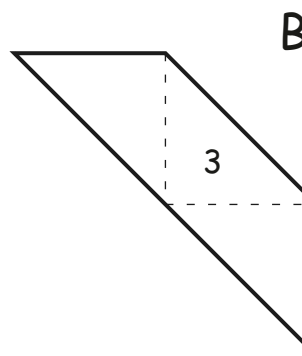
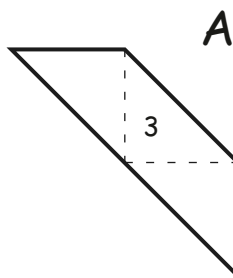


Le puzzle de Marine

Cinq dessins du rectangle (1B)



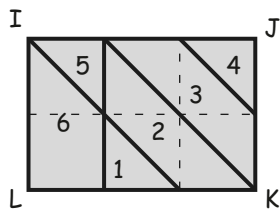
Les pièces du puzzle de Marine, numérotées de 1 à 6, sont rangées dans leur boîte comme indiqué ci-contre. Elles ont été agrandies et rangées toujours de la même façon dans les boîtes A, B, C, D et E. La pièce 3 a déjà été placée. Commence par tracer le contour de la boîte A, puis le contour des pièces. Fais de même pour les boîtes B, C, D et E.





Le puzzle de Marine

Cinq dessins du rectangle (1A,1B) - Solutions



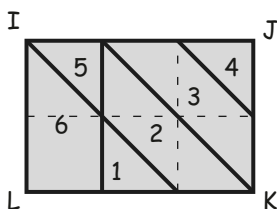
Voici les cinq boîtes demandées.



Le puzzle de Marine



Sept dessins du rectangle (2A)



Les pièces du puzzle de Marine, numérotées de 1 à 6, sont rangées dans leur boîte comme indiqué ci-contre. Elles ont été agrandies et rangées toujours de la même façon dans les boîtes A, B, C, D, E, F et G, mais les boîtes ne sont pas disposées de la même façon.

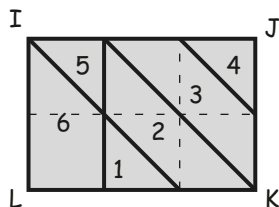
La pièce 3 a déjà été placée. Commence par tracer le contour de la boîte A, puis le contour des pièces. Fais de même pour les boîtes B, C, D, E, F et G.



Le puzzle de Marine

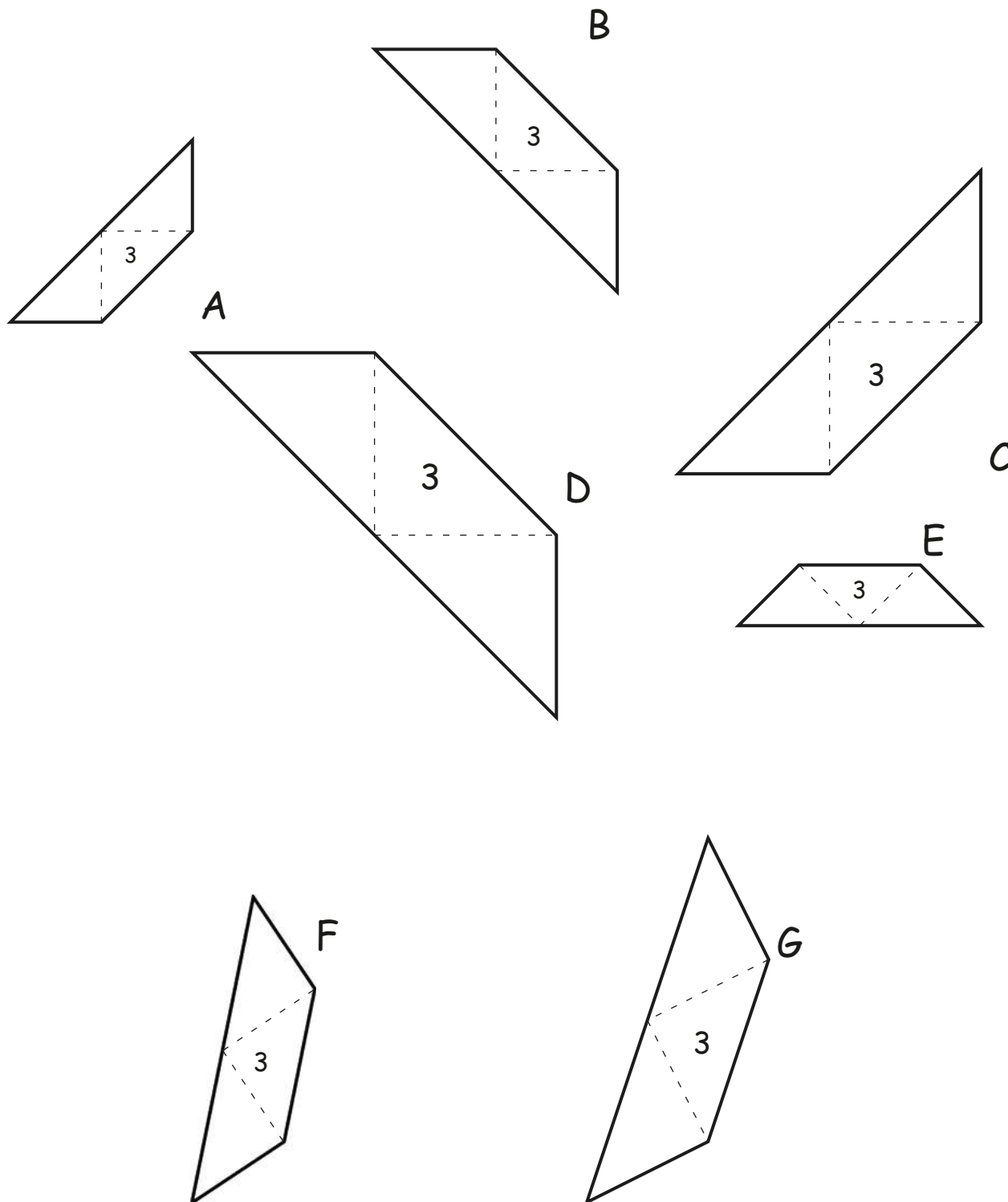


Sept dessins du rectangle (2B)



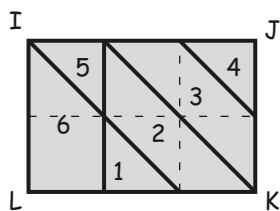
Les pièces du puzzle de Marine, numérotées de 1 à 6, sont rangées dans leur boîte comme indiqué ci-contre. Elles ont été agrandies et rangées toujours de la même façon dans les boîtes A, B, C, D, E, F et G, mais les boîtes ne sont pas disposées de la même façon.

La pièce 3 a déjà été placée. Commence par tracer le contour de la boîte A, puis le contour des pièces. Fais de même pour les boîtes B, C, D, E, F et G.

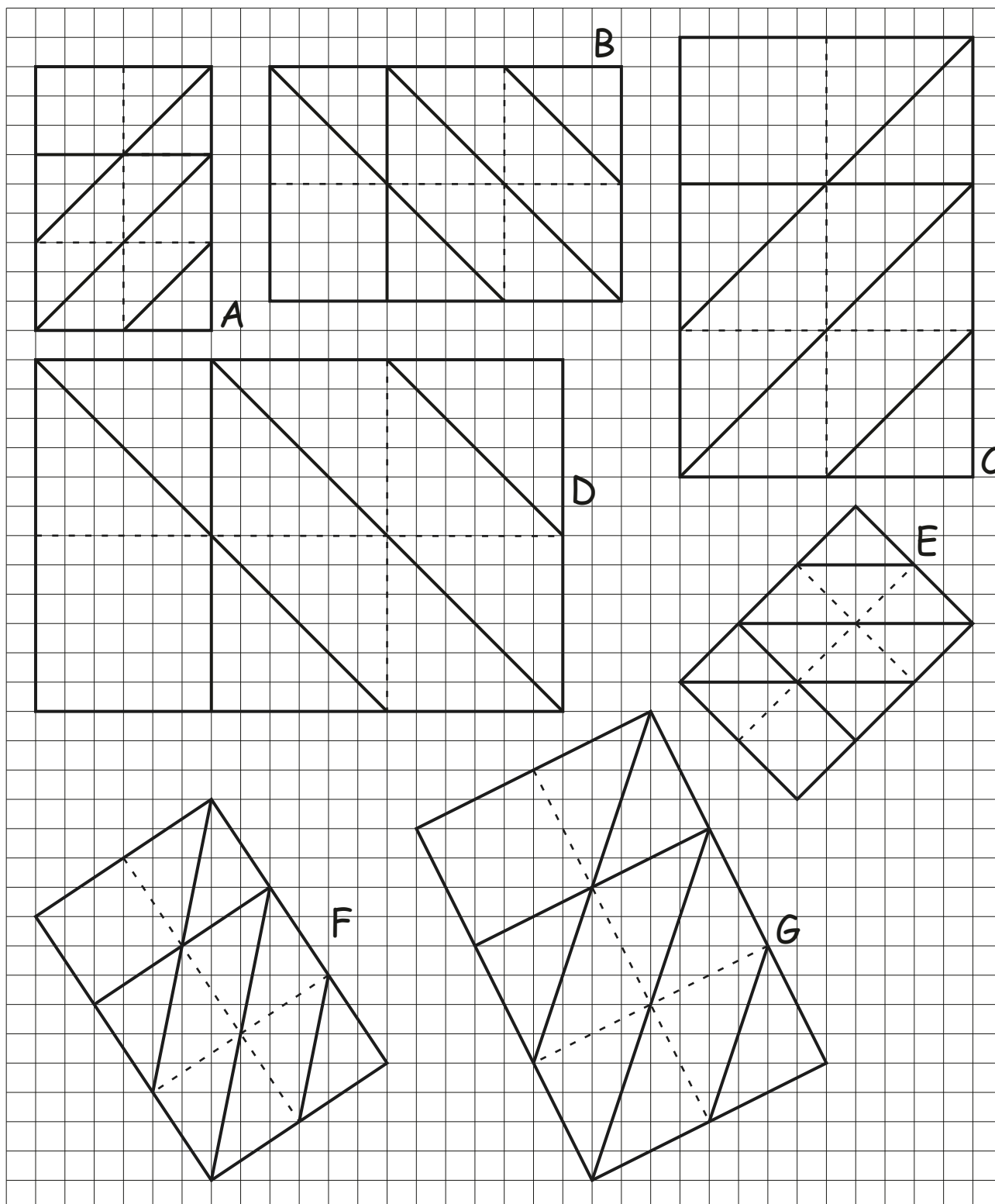


Le puzzle de Marine

Sept dessins du rectangle (2A,2B) - Solutions

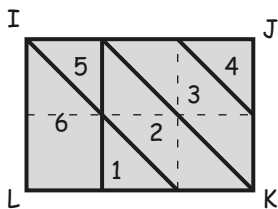


Voici les sept boîtes demandées.



Le puzzle de Marine

Cinq dessins du rectangle (3A)



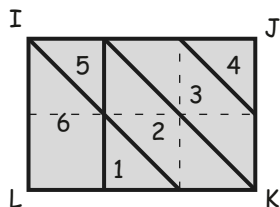
Les pièces du puzzle de Marine, numérotées de 1 à 6, sont rangées dans leur boîte comme indiqué ci-contre. Elles ont été agrandies et rangées toujours de la même façon dans les boîtes A, B, C, D et E. La pièce 3 a déjà été placée dans la boîte A. Commence par tracer le contour de la boîte A, puis le contour des pièces. Fais de même pour les boîtes B, C, D et E en observant bien les numéros des pièces déjà placées.



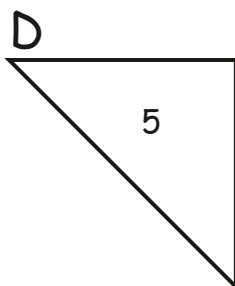
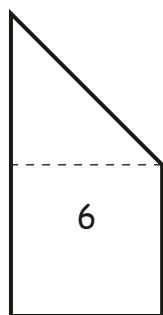
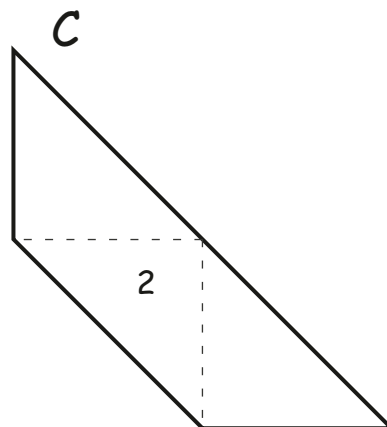
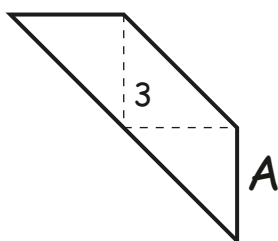
Le puzzle de Marine



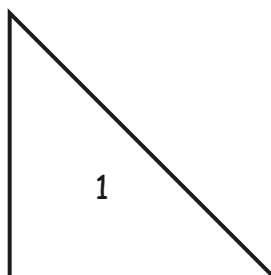
Cinq dessins du rectangle (3B)



Les pièces du puzzle de Marine, numérotées de 1 à 6, sont rangées dans leur boîte comme indiqué ci-contre. Elles ont été agrandies et rangées toujours de la même façon dans les boîtes A, B, C, D et E. La pièce 3 a déjà été placée dans la boîte A. Commence par tracer le contour de la boîte A, puis le contour des pièces. Fais de même pour les boîtes B, C, D et E en observant bien les numéros des pièces déjà placées.



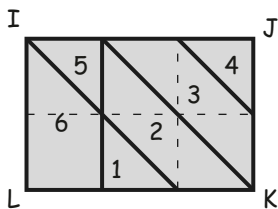
B



E

Le puzzle de Marine

Cinq dessins du rectangle (3A,3B) - solutions



Voici les cinq boîtes demandées.



Le puzzle de Marine

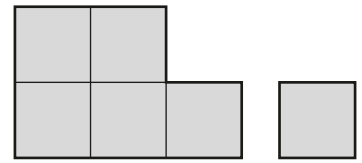
Des recherches



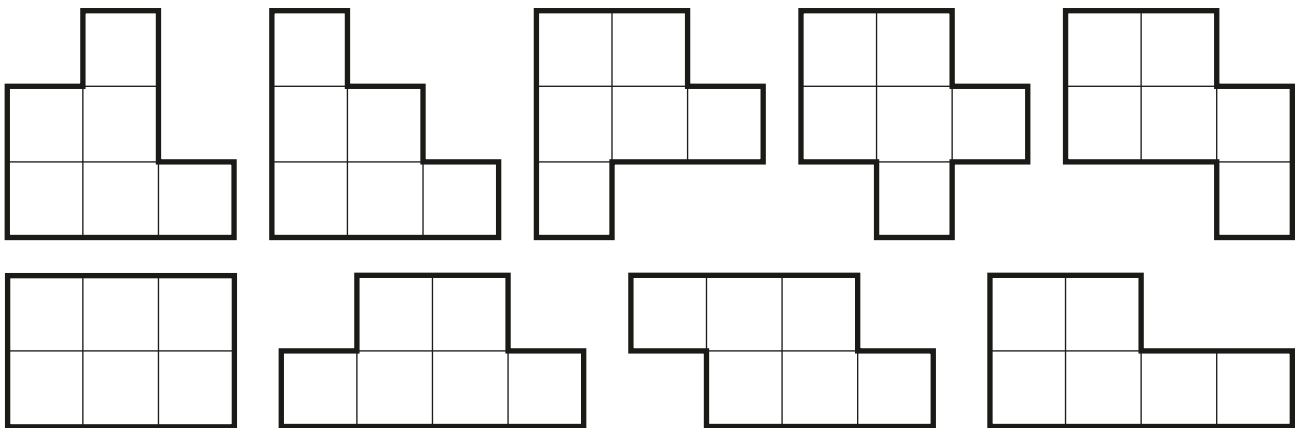
Neuf figures de six carrés

Marine a découvert qu'elle peut réaliser les deux figures ci-contre avec les six pièces de son puzzle.

Comment s'y prend-elle ? Dessine la solution sur le quadrillage de ton papier.



En utilisant ces deux figures, elle réussit à reconstituer les neuf polygones ci-dessous. Comment s'y prend-elle ? Dessine les solutions sur le quadrillage de ton papier.

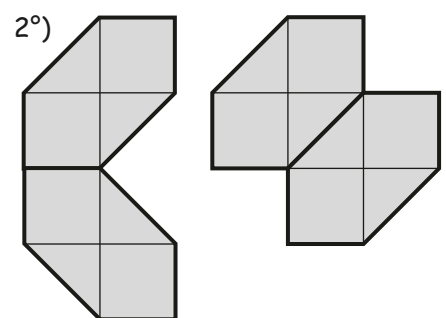
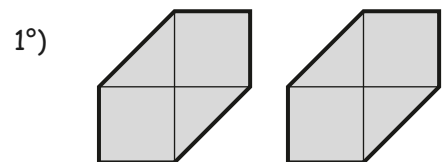


Des doublets

1°) Marine a réussi à répartir les six pièces pour former deux figures superposables. Voici les figures qu'elle a réalisées. Réalise-les toi-même et trouve d'autres doublets différents de celui-ci.

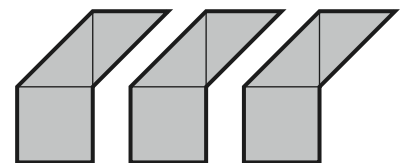
2°) Avec son doublet, Marine a réalisé deux figures admettant des axes de symétrie.

Avec les doublets que tu as trouvés, réalise des figures qui admettent des axes de symétrie. Dessine ces figures sur une feuille de papier quadrillée.



Des triplets

Marine a réussi aussi à répartir les six pièces en trois figures superposables. Voici le triplet qu'elle a réalisé. Réalise-le toi-même. Peux-tu trouver un autre triplet différent de celui-ci ?

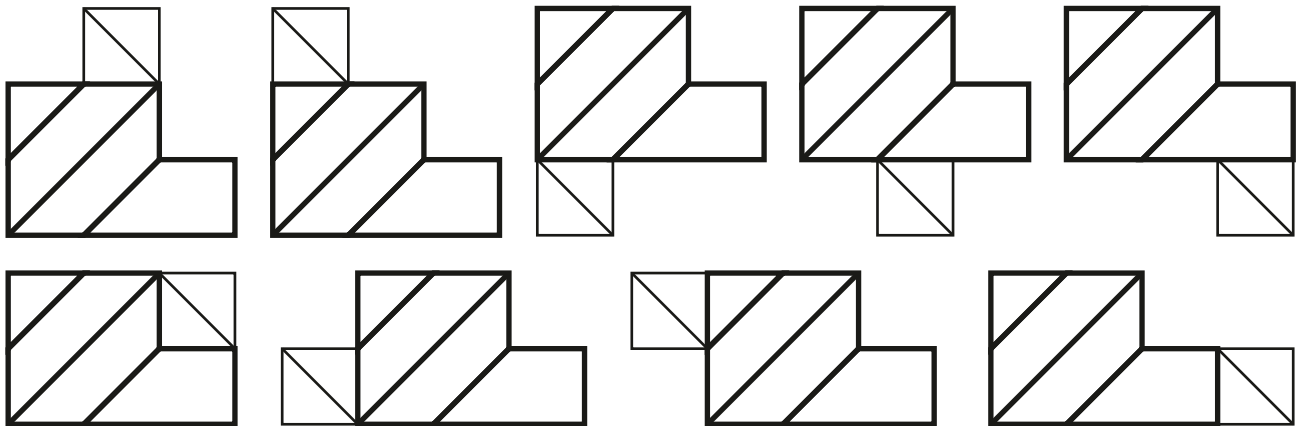
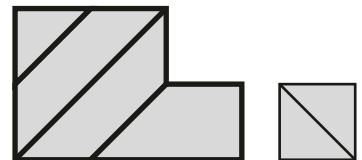


Des quadruplets

Est-il possible de réaliser de la même manière des quadruplets ?

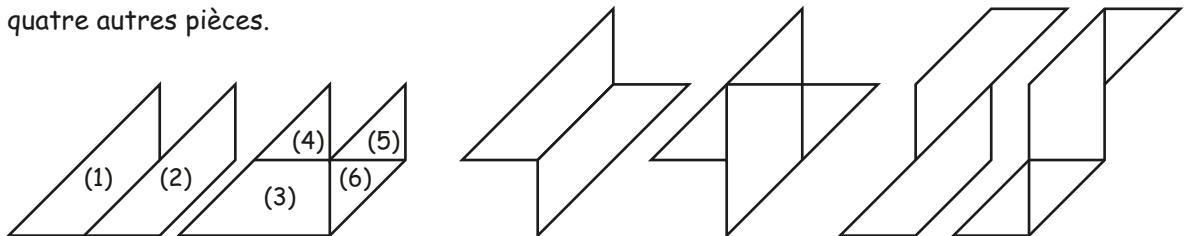
Neuf figures de six carrés

Les neuf figures ci-dessous sont composées des deux figures ci-contre comme le montrent les assemblages réalisés. Il suffit de déplacer le petit carré autour de l'autre figure pour réaliser les neuf figures demandées.

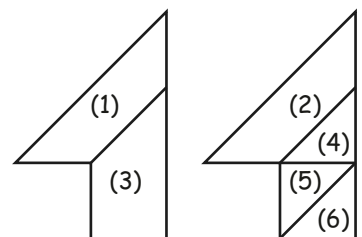


Des doublets

Les trois doublets suivants sont composés d'une part des deux trapèzes isocèles (1) et (2), et d'autre part des quatre autres pièces.

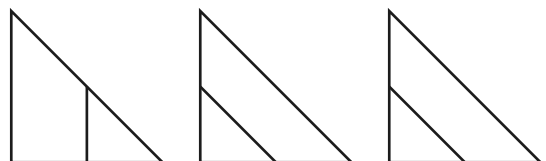


Les pièces (4), (5) et (6) permettent de réaliser la pièce (3). Ainsi, en regroupant d'une part les pièces (1) et (3), et d'autre part les pièces (2), (4), (5) et (6), on peut réaliser facilement un certain nombre de doublets comme celui ci-contre. Il suffit d'assembler différemment les pièces (1) et (3) et de réaliser la même figure avec les autres pièces.



Des triplets

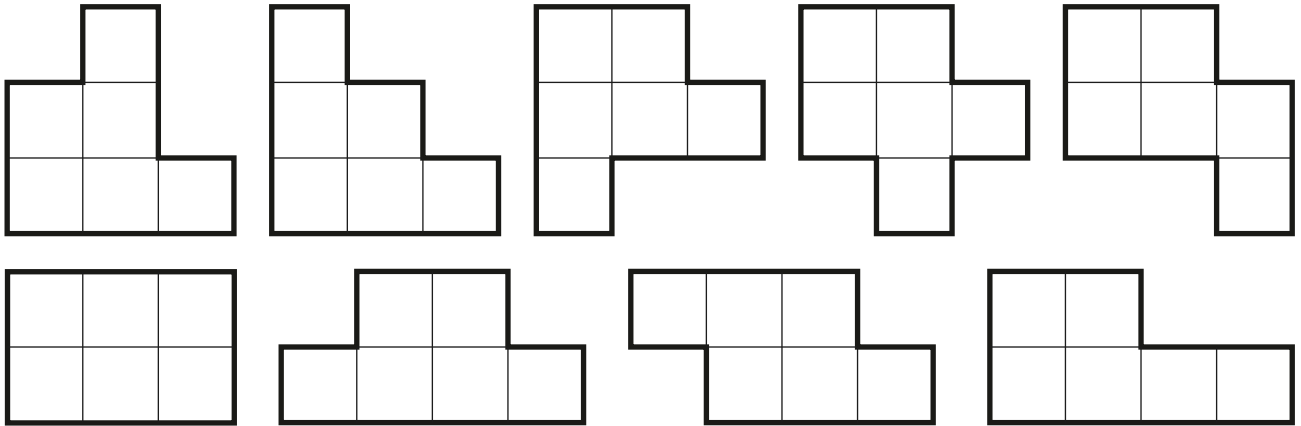
Seul l'autre triplet ci-contre peut être réalisé.



Des quadruplets

On ne peut pas réaliser de quadruplets. En choisissant l'aire du carré comme unité, chacun des quadruplets aurait une aire de 1,5. Or les trois pièces qui ont une aire de 1,5 ne sont pas toutes superposables.

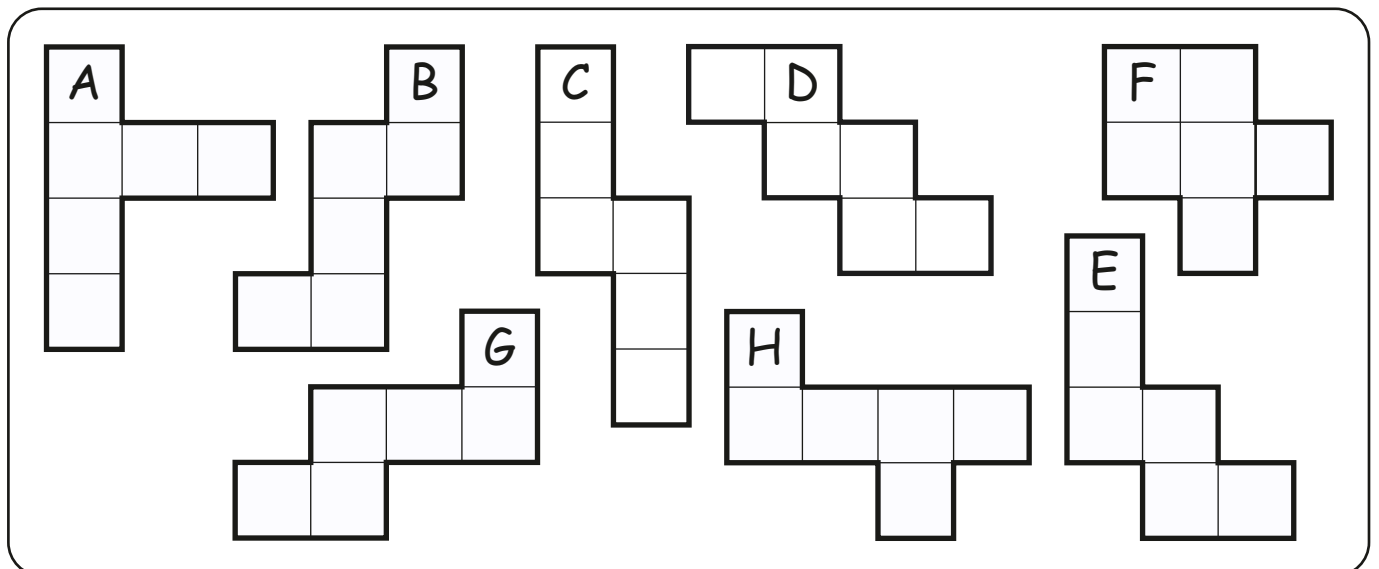
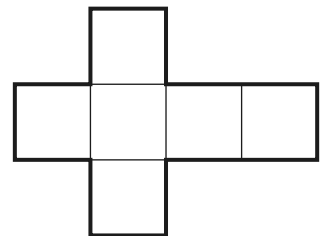
Activité 1. En prenant l'aire d'un carreau comme unité d'aire, il est immédiat de vérifier que les polygones ont même aire.



En prenant la longueur d'un côté de carreau comme unité de longueur, trouve le périmètre de chacun des neuf polygones précédents.

Activité 2. Les polygones précédents sont formés de six carrés accolés. Il en existe d'autres comme la croix proposée initialement par Marine. Cette croix est l'un des 11 patrons du cube.

Parmi les dessins ci-dessous, quels sont ceux qui sont des patrons de cube ?



Trouve tous les patrons du cube ; mais attention, deux dessins peuvent désigner un même patron comme les dessins B et G ci-dessus.

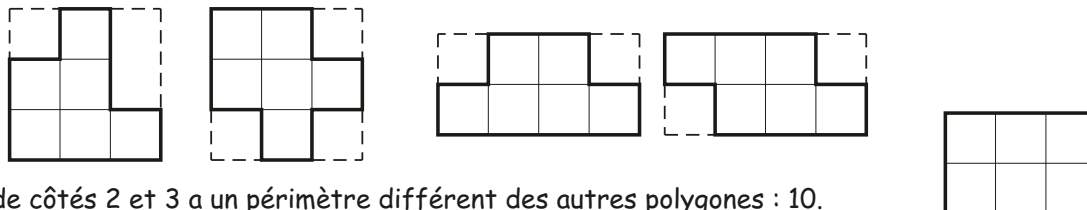
Activité 3. Beaucoup d'autres polygones formés de six carrés accolés sont possibles. Ils ont la même aire mais n'ont pas nécessairement le même périmètre.

Dessine un assemblage de périmètre maximal et un assemblage de périmètre minimal.

Réussiras-tu à trouver un assemblage formé de six carrés pour chacun des périmètres intermédiaires ?

Certains des polygones dessinés sont-ils recouvrables par les six pièces du puzzle de Marine ?

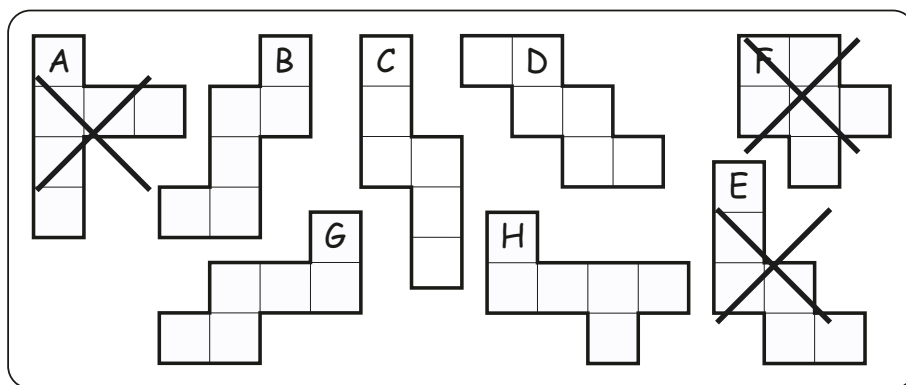
Activité 1. Tous les polygones qui peuvent être inscrits dans un carré de côté 3 ou dans un rectangle de côtés 2 et 4 ont le même périmètre : 12 [4×3 et $2 \times (4 + 2)$].



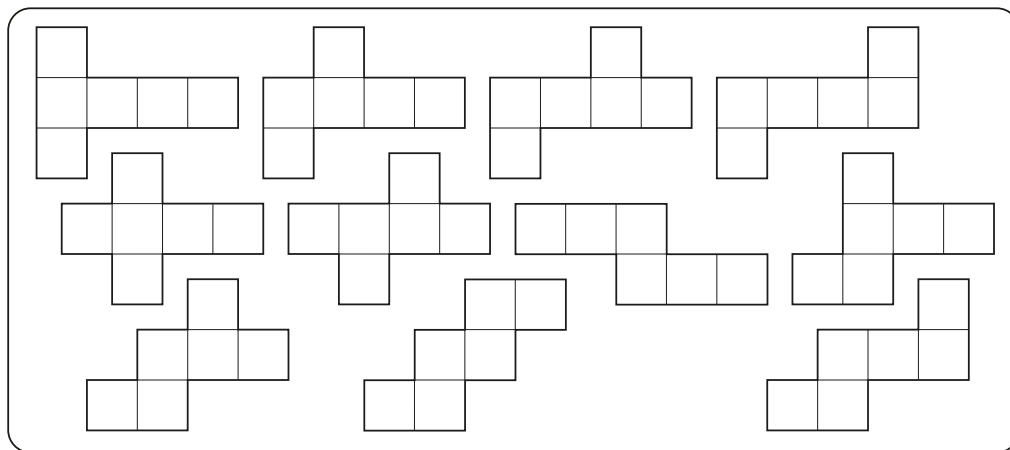
Seul le rectangle de côtés 2 et 3 a un périmètre différent des autres polygones : 10.

Activité 2.

Les dessins qui ne sont pas des patrons de cubes sont barrés.



Voici les 11 patrons du cube.



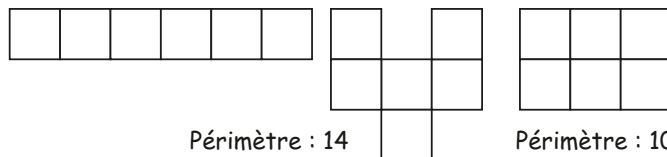
Activité 3.

Chaque carré a 4 côtés. Le périmètre total de l'ensemble des 6 carrés est donc de 24.

Les 6 carrés sont reliés par au moins un de leur côté. Chaque « liaison » de deux carrés prend 2 côtés.

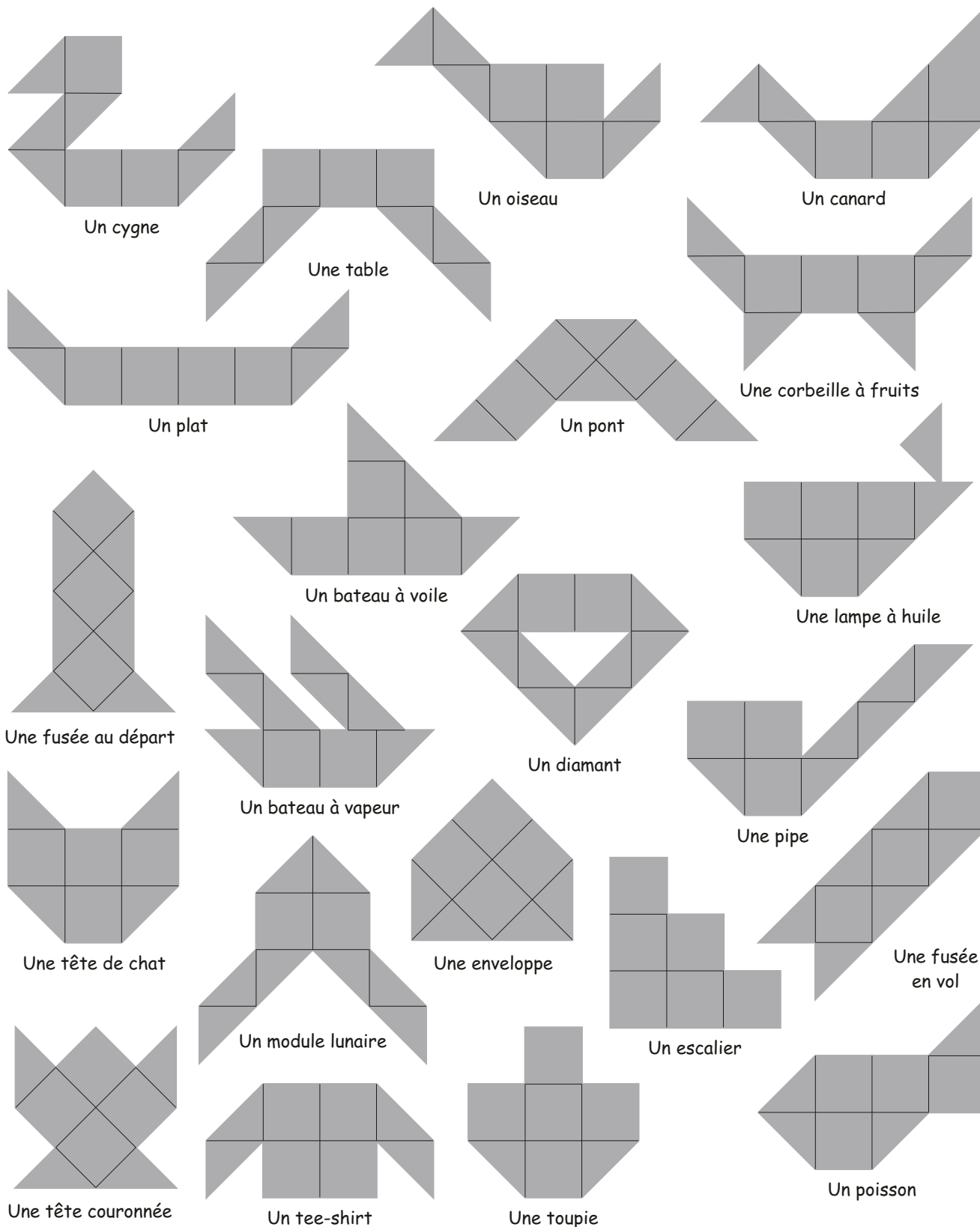
Pour réaliser un assemblage, il faut au minimum 5 liaisons. Le périmètre maximum d'un assemblage a donc pour mesure $24 - 10$, c'est-à-dire 14.

Le périmètre minimum est obtenu avec le rectangle de côtés 2 et 3. Ce périmètre a pour mesure 10.



La seule valeur intermédiaire est 12. En effet, chaque liaison comprend 2 côtés. Donc l'ensemble des liaisons comprend obligatoirement un nombre pair de côtés. De ce fait, d'après ce qui précède, la mesure du périmètre est paire. Huit des neuf polygones (le rectangle étant exclu) de l'activité 1 en sont des exemples.

Voici un certain nombre de figures à réaliser avec toutes les pièces du puzzle de Marine.



Les solutions suivantes ne sont pas uniques.

