

IL N'Y A PLUS DE PROBLÈME !

→ Voir page 61



Et maintenant, peux-tu expliquer pourquoi la calculatrice ne donne pas le bon résultat ?



$$2^{44} + 1 - 2^{44}$$

PROBLÈME RÉSOLU

10 Carré magique

Le carré ci-contre est magique pour la multiplication : les produits des nombres situés sur chaque ligne (L_1 , L_2 et L_3), sur chaque colonne (C_1 , C_2 et C_3) et sur chaque diagonale (D_1 et D_2) sont égaux.

► Compléter les cases vides de ce carré magique par des puissances de 5.

	C_1	C_2	C_3	D_2
L_1	5^2	5^7	...	
L_2	...	5^5	...	
L_3	5^8	
				D_1

Des solutions d'élèves

CHERCHER CALCULER

- Le produit de la diagonale D_1 est $5^2 \times 5^5 \times 5^8 = 5^{15}$. Il faut donc trouver 5^{15} partout.
- Sur la ligne L_1 , $5^2 \times 5^7 = 5^9$. $\frac{5^{15}}{5^9} = 5^{15-9} = 5^6$, donc il manque 5^6 dans la troisième case.
- Sur la colonne C_3 , $5^8 \times 5^6 = 5^{14}$, puis $\frac{5^{15}}{5^{14}} = 5^{15-14} = 5^1$. J'écris 5^1 dans la deuxième case.
- Sur la ligne L_2 , $5^5 \times 5^1 = 5^6$ et $\frac{5^{15}}{5^6} = 5^9$.
- Sur la colonne C_1 , $5^2 \times 5^9 = 5^{11}$ et $\frac{5^{15}}{5^{11}} = 5^4$.
- Sur la ligne L_3 , $5^4 \times 5^8 = 5^{12}$ et $\frac{5^{15}}{5^{12}} = 5^3$.

5^2	5^7	5^6
5^9	5^5	5^1
5^4	5^3	5^8

Quelle est ta solution préférée ?



CHERCHER RAISONNER

Pour multiplier les puissances d'un même nombre, on additionne les exposants. Si je remplace les puissances par les exposants dans le tableau, le carré doit être magique pour l'addition et c'est plus facile. Je peux ensuite réécrire les puissances de 5.

2	7	6	5^2	5^7	5^6
9	5	1	5^9	5^5	5^1
4	3	8	5^4	5^3	5^8

→ Exercices 33 à 52 p. 68-69

PROBLÈME RÉSOLU

Prise d'initiative

11 Les couleurs des images

Une image numérique est constituée de pixels. Un certain nombre de bits (mesure informatique de base) est utilisé pour chaque pixel. Chaque bit est codé soit par un 0, soit par un 1. Le nombre de bits utilisés, donne la résolution en couleur de l'image.



Résolution en couleur	Codages possibles	Nombre de couleurs possible
1 bit	0 ; 1	2
2 bits	00 ; 01 ; 10 ; 11	4
3 bits	000 ; 001 ; 010 ; 011 ; 100 ; 101 ; 110 ; 111	8
...

Les téléviseurs HD peuvent produire des images avec plus de 4 000 milliards de couleurs.

► Sur combien de bits les couleurs sont-elles codées ?

Des solutions d'élèves

RAISONNER CALCULER

4 000 milliards = 4×10^{12} . J'ai fait un tableau :

Nombre de bits	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de couleurs	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1 024

À chaque fois que l'on ajoute un bit, on multiplie par 2 le nombre de couleurs.

Pour 10 bits, on a : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{10} = 1 024$ couleurs

J'ai ensuite fait des essais avec différentes puissances de 2 :

- $2^{20} = 1 048 576$
- $2^{30} = 1 073 741 824$
- $2^{40} \approx 1,1 \times 10^{12}$
- $2^{41} \approx 2,2 \times 10^{12}$
- $2^{42} \approx 4,4 \times 10^{12}$ donc il faut au minimum 42 bits.

MODÉLISER RAISONNER

J'ai utilisé un tableur en saisissant la formule $=B2*2$ dans la cellule B3 et en la recopiant vers le bas (les lignes 5 à 40 sont masquées) :

	A	B
1	Nombre de bits	Nombre de couleurs
2	1	2
3	2	4
4	3	8
...
41	40	1,09951E+12
42	41	2,19902E+12
43	42	4,39805E+12
44	43	8,79609E+12
45	44	1,75922E+13
46	45	3,51844E+13

Donc il faut au minimum 42 bits par pixel pour coder plus de 4 000 milliards de couleurs.

CHERCHER RAISONNER COMMUNIQUER

4 000 milliards = 4×10^{12}
J'ai divisé par 2 ce nombre à la calculatrice et j'ai recommencé jusqu'à obtenir un nombre plus petit que 1. Au bout de la 42^e fois, j'ai obtenu un nombre inférieur à 1 :

$$\text{Rép} \div 2$$

$$0,9094947018$$

Les couleurs d'un téléviseur HD sont codées sur au moins 42 bits.

→ Exercice 53 p. 69