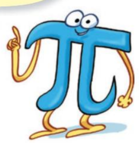
IL N'Y A PLUS DE PROBLÈME !

→ Voir page 445

Et maintenant, peux-tu dire si les frontières des quatre États forment un angle droit ?



PROBLÈME RÉSOLU

6 Le centre perdu

Maria a tracé un cercle 𝒞 mais a oublié de marquer son centre.

▶ Comment le retrouver ?

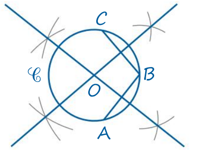
Des solutions d'élèves

CHERCHER RAISONNER — 1

Je plie ma feuille de sorte que le cercle se referme sur lui-même : j'ai tracé un axe de symétrie, qui est un diamètre du cercle. Je recommence pour tracer un autre diamètre. L'intersection des deux diamètres est le centre du cercle.

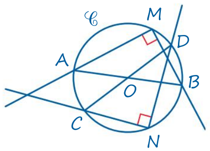
REPRÉSENTER RAISONNER — 2

Je place trois points distincts A, B et C sur le cercle 𝒞. Je trace les médiatrices de [AB] et [BC] qui se coupent en O, centre du cercle circonscrit au triangle ABC, donc centre du cercle 𝒞.



REPRÉSENTER RAISONNER COMMUNIQUER — 3

Je trace deux droites perpendiculaires, sécantes en un point M du cercle 𝒞. Elles coupent le cercle en A et B. Le triangle ABM est rectangle en M et 𝒞 est le cercle circonscrit au triangle ABM. Donc [AB] est un diamètre du cercle 𝒞. De même, je trace deux droites perpendiculaires sécantes en un point N du cercle, différent de M. Elles coupent le cercle 𝒞 en C et D et [CD] est un autre diamètre du cercle. L'intersection des deux diamètres [AB] et [CD] donne le centre O du cercle.



Que penses-tu de ces trois méthodes ?

→ Exercices 28 à 37 p. 452-453

PROBLÈME RÉSOLU

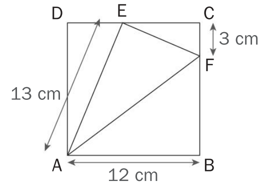
Prise d'initiative

7 Triangle rectangle ?

Dans la figure ci-contre, ABCD est un carré.

La figure n'est pas à l'échelle.

▶ Le triangle AEF est-il rectangle ?



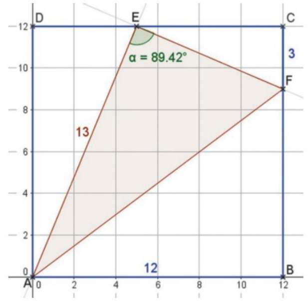
Des solutions d'élèves

RAISONNER CALCULER — 1

• Le triangle ADE est rectangle en D et AD = 12 cm (ABCD est un carré).
D'après l'égalité de Pythagore, on a :
$DE^2 = AE^2 - AD^2 = 13^2 - 12^2 = 25$
D'où DE = 5 cm.
$EC = DC - DE = 12\text{ cm} - 5\text{ cm} = 7\text{ cm}$
Le triangle ECF est rectangle en C donc :
$EF^2 = CF^2 + EC^2 = 3^2 + 7^2 = 58$
• FB = BC − CF = 12 cm − 3 cm = 9 cm
Le triangle ABF est rectangle en B donc :
$AF^2 = AB^2 + FB^2 = 12^2 + 9^2 = 225$
• Le plus grand côté de AEF est [AF].
$AE^2 + EF^2 = 13^2 + 58 = 227 \neq 225 = AF^2$
L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, donc AEF n'est pas rectangle.

CHERCHER MODÉLISER — 2

J'ai représenté la figure en vraie grandeur à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
L'angle en E mesure 89,42° donc le triangle n'est pas rectangle.



RAISONNER CALCULER — 3

Les triangles ADE, FCE et ABF sont rectangles respectivement en D, C et B.

• D'après l'égalité de Pythagore, $DE^2 = AE^2 - AD^2 = 13^2 - 12^2 = 25$, *donc DE = 5 cm.*

Aire du triangle ADE : $\dfrac{AD \times DE}{2} = \dfrac{12 \times 5}{2} = 30\text{ cm}^2$.

• Aire du triangle FCE : $\dfrac{CE \times CF}{2} = \dfrac{(12-5) \times 3}{2} = 10{,}5\text{ cm}^2$.

• Aire du triangle ABF : $\dfrac{AB \times BF}{2} = \dfrac{12 \times (12-3)}{2} = 54\text{ cm}^2$.

• Aire du carré ABCD : $12 \times 12 = 144\text{ cm}^2$.

$144 - 30 - 10{,}5 - 54 = 49{,}5$ *donc l'aire du triangle AFE vaut 49,5 cm².*

• Si le triangle AFE est rectangle en E, alors $\dfrac{AE \times EF}{2} = \dfrac{13 \times EF}{2} = 49{,}5$.

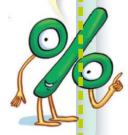
Donc $EF = \dfrac{49{,}5 \times 2}{13} \approx 7{,}62\text{ cm}$.

Dans le triangle FCE, $EF^2 \approx 7{,}62^2 \approx 57{,}994\,1$ *et* $FC^2 + CE^2 = 3^2 + 7^2 = 58$.

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée alors que FCE est rectangle en C.

C'est donc que la supposition que AFE est un triangle rectangle est fausse.

Que penses-tu de ces trois méthodes ?



→ Exercice 38 p. 453