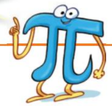
Activités de découverte modifiables

Voici deux nouvelles propriétés pour démontrer que deux droites sont perpendiculaires.

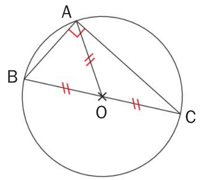


1 Triangle rectangle et cercle circonscrit

a. Cercle circonscrit à un triangle rectangle

Propriété Si un triangle est rectangle, alors son hypoténuse est un diamètre de son cercle circonscrit.

Le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit.
La longueur de la médiane issue de l'angle droit est la moitié de celle de l'hypoténuse.



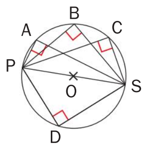
Exemple : Le triangle ABC est rectangle en A.
Son hypoténuse [BC] est un diamètre du cercle circonscrit au triangle et OA = OB = OC.

b. Démontrer qu'un triangle est rectangle

Réciproque Si un triangle est inscrit dans un cercle et que l'un de ses côtés est un diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle.
Le côté du triangle correspondant au diamètre est son hypoténuse.

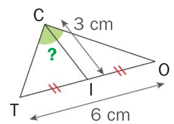
Exemple 1

Le cercle ci-contre a pour centre O et pour diamètre [PS].
A, B, C et D sont quatre points de ce cercle.
Les triangles PAS, PBS, PCS et PDS sont donc rectangles, respectivement en A, B, C et D, et leur hypoténuse est [PS].



Exemple 2

Dans le triangle TOC ci-contre, [CI] est la médiane issue de C et CI = IT = IO.
Le triangle TOC est donc inscrit dans le cercle de centre I et de diamètre [TO].
On en déduit que TOC est rectangle en C et que [TO] est son hypoténuse.



2 Réciproque du théorème de Pythagore

Propriété Dans un triangle, si le carré de la longueur du côté le plus long est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

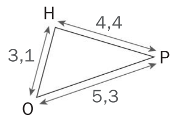
Remarque : Dans un triangle ABC, si $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$, le théorème de Pythagore permet de conclure que le triangle ABC n'est pas rectangle en A.

Exemple 1

ABC est un triangle tel que AB = 15 cm, BC = 12 cm et AC = 9 cm.
Le plus long côté est [AB] et
$AB^2 = 15^2 = 225$.
$AC^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$
Ainsi, $AB^2 = AC^2 + BC^2$.
Donc ABC est rectangle en C.

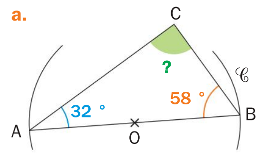
Exemple 2

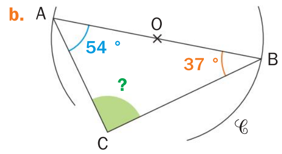
Dans le triangle HOP ci-contre, le plus long côté est [OP] et
$OP^2 = 5{,}3^2 = 28{,}09$.
$HP^2 + HO^2 = 4{,}4^2 + 3{,}1^2 = 28{,}97$
$28{,}97 \neq 28{,}09$, soit $OP^2 \neq HP^2 + HO^2$.
L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc le triangle HOP n'est pas rectangle.



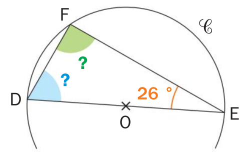
+ 2 vidéos sur www.barem-hatier.fr
Mots-clés : rectangle + démontrer

1 Le cercle 𝒞 de diamètre [AB] a pour centre le point O.
Dans chaque cas :
1. calculer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$;
2. le point C appartient-il au cercle 𝒞 ?

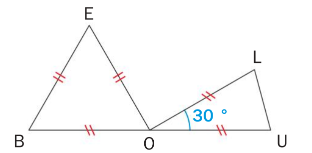




2 Le cercle 𝒞 de diamètre [DE] passe par F.
Quelle est la mesure :
a. de l'angle $\widehat{DFE}$?
b. de l'angle $\widehat{FDE}$?



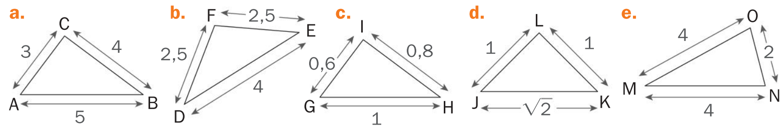
3 Sur la figure suivante, les points B, O et U sont alignés.



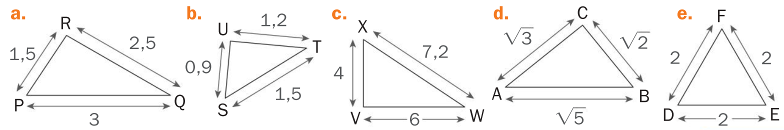
▶ Citer trois triangles rectangles. Justifier chaque réponse.

→ Exercices 13 à 18 p. 450-451

4 Les triangles suivants sont-ils rectangles ?
Si oui, préciser en quel sommet et nommer l'hypoténuse du triangle.



5 Les triangles suivants sont-ils rectangles ?
Si oui, préciser en quel sommet et nommer l'hypoténuse du triangle.



→ Exercices 19 à 27 p. 451

Solutions sur hatier-clic.fr/mC4447