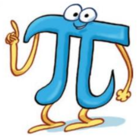
IL N'Y A PLUS DE PROBLÈME !

→ Voir page 429

Et maintenant, peux-tu expliquer le principe du test du coude ?

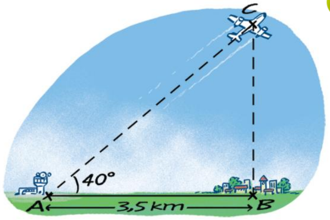


PROBLÈME RÉSOLU

6 Décollage d'un avion

Un avion décolle en ligne droite en faisant un angle de 40° par rapport au sol.
Il survole maintenant une ville située à 3,5 km de l'aéroport.

▶ Quelle distance, en km, l'avion a-t-il parcourue ?
À quelle altitude se trouve-t-il ?



Des solutions d'élèves

MODÉLISER CALCULER

1

Le triangle ABC est rectangle en B, l'angle $\widehat{A}$ mesure 40° et AB = 3,5 km.
Je dois calculer AC et BC.

- $\cos\widehat{A} = \dfrac{AB}{AC}$, d'où $\cos 40° = \dfrac{3{,}5}{AC}$.

Donc $AC = \dfrac{3{,}5}{\cos 40°} \approx 4{,}6$.
L'avion a parcouru environ 4,6 km dans les airs.

- $\sin\widehat{A} = \dfrac{BC}{AC}$, d'où $\sin 40° = \dfrac{BC}{4{,}6}$.

Donc $BC = 4{,}6 \times \sin 40° \approx 3$.
L'avion se trouve donc à environ 3 km au-dessus de la ville.

MODÉLISER CALCULER

2

- *Le triangle ABC est rectangle en B et l'angle $\widehat{A}$ mesure 40°. Je calcule BC.*

$\tan\widehat{A} = \dfrac{BC}{AB}$

$\tan 40° = \dfrac{BC}{3{,}5}$

Donc $BC = 3{,}5 \times \tan 40° \approx 2{,}9$.
L'avion est à une altitude d'environ 2,9 km.

- *J'utilise le théorème de Pythagore pour calculer AC.*

$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 3{,}5^2 + 2{,}9^2 = 20{,}66$
$AC = \sqrt{20{,}66} \approx 4{,}5$
L'avion a parcouru environ 4,5 km depuis son décollage.

Peux-tu expliquer les différences de résultats pour ces deux méthodes ?

→ Exercices 30 à 39 p. 436-437

PROBLÈME RÉSOLU

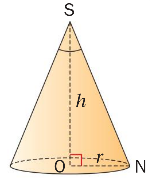
Prise d'initiative

7 Fabrication d'une bouteille

Un industriel veut fabriquer une bouteille ayant la forme du cône représenté ci-contre et tel que $\widehat{NSO} = 45°$.

▶ Quelles doivent être les mesures de la hauteur h et du rayon r de la base, au mm près, afin que le volume soit proche de 1 L sans le dépasser ?

Donnée : Le volume $\mathcal{V}$ d'un cône est $\mathcal{V} = \dfrac{1}{3}\pi \times r^2 \times h$.



Des solutions d'élèves

CHERCHER MODÉLISER CALCULER

1

- *Le volume d'un cône est :* $\mathcal{V} = \dfrac{1}{3}\pi \times r^2 \times h$.

$1\text{ L} = 1\,000\text{ cm}^3$, *donc il faut* $\dfrac{1}{3}\pi \times r^2 \times h = 1\,000$, *soit* $r^2 \times h = \dfrac{3\,000}{\pi}$.

- *Dans le triangle SON rectangle en O, on a* $\tan\widehat{NSO} = \dfrac{ON}{OS}$, *soit* $\tan 45° = \dfrac{r}{h}$.

Or $\tan 45° = 1$, *donc* $r = h$. *Par conséquent,* $r^3 = \dfrac{3\,000}{\pi}$.

- *Avec la calculatrice, je trouve* $9{,}8 < r < 9{,}9$. *Je vérifie avec le calcul du volume :*

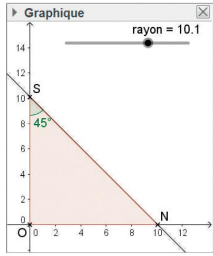
– si $r = h = 9{,}8$, *alors* $\mathcal{V} \approx 985{,}6$;
– si $r = h = 9{,}9$, *alors* $\mathcal{V} \approx 1\,016$.
Le deuxième résultat est trop grand.
Il faut donc que le rayon et la hauteur mesurent environ 9,8 cm.

MODÉLISER RAISONNER

2

Avec un logiciel de géométrie dynamique, j'ai tracé un triangle SON rectangle en O, avec l'angle $\widehat{NSO}$ qui vaut toujours 45°.
Grâce au tableur, j'ai fait varier le rayon du cône, c'est-à-dire ON.

Je m'aperçois que la hauteur est toujours égale au rayon : c'est normal car si un triangle rectangle possède un angle de 45°, il est forcément isocèle.
J'ai ensuite calculé le volume avec le tableur.
On obtient une bouteille d'à peu près 1 L pour un rayon et une hauteur d'environ 9,8 cm.



Tableur

	A	B	C
86	9.4	9.4	869.79
87	9.5	9.5	897.84
88	9.6	9.6	926.49
89	9.7	9.7	955.75
90	9.8	9.8	985.61
91	9.9	9.9	1016.09
92	10	10	1047.2
93	10.1	10.1	1078.93
94	10.2	10.2	1111.29

Que penses-tu de ces deux démarches ?

→ Exercice 40 p. 437