

## 37 Hidden digits

**CALCULER** avec différentes procédures.  
Here is an Euclidean division:

$$\begin{array}{r} \dots \dots \dots | 18 \\ 4 \quad \quad \quad | 14 \end{array}$$

► Find the three hidden digits in the dividend.

## 38 Les points au rugby

**CALCULER** avec différentes procédures.

Au rugby, on marque :

- 3 points en passant une pénalité ou un drop ;
- 5 points en marquant un essai ;
- 2 points supplémentaires si l'essai est transformé.

► Quels sont les totaux de points réalisables au rugby ?



## 39 Sachets de dragées

**CALCULER** avec différentes procédures.

Flavien veut répartir 760 dragées au chocolat et 1 045 dragées aux amandes dans des sachets ayant la même répartition de dragées au chocolat et aux amandes.

► Peut-il faire 76 sachets ? Justifier.

*D'après Brevet 2013.*

## 40 Des nombres amicaux

**CHERCHER** en s'engageant dans une démarche.

Deux nombres entiers distincts sont dits *amicaux* si la somme des diviseurs de l'un est égale à la somme des deux nombres.

► 220 et 284 sont-ils des nombres amicaux ?

## 41 Nombres de Harshad

**RAISONNER** en organisant sa démarche.

Un nombre de Harshad est un entier naturel qui est divisible par la somme de ses chiffres.

Par exemple,  $2 + 1 = 3$  et 21 est divisible par 3, donc 21 est un nombre de Harshad.

- Trouver tous les nombres de Harshad inférieurs à 21.
- Tout multiple de 9 est-il un nombre de Harshad ?

## 42 Entiers consécutifs

**CHERCHER** en s'engageant dans une démarche.

- Sara affirme que la somme de trois entiers consécutifs est toujours impaire. A-t-elle raison ?
- Mickaël affirme que la somme de trois entiers consécutifs est toujours un multiple de trois. A-t-il raison ? Justifier.

## 43 La conjecture de Syracuse En groupe

**CHERCHER** en s'engageant dans une démarche.

Le mathématicien allemand Lothar Collatz (1910-1990) proposa le programme de calcul suivant :

- Choisir un entier positif.
- Si le nombre est pair, le diviser par 2.
- S'il est impair, le multiplier par 3 et ajouter 1.
- Poursuivre en appliquant à chaque fois la même règle au nombre obtenu.

- Appliquer cet algorithme au nombre 5. Que se passe-t-il ?
  - Faire de même avec le nombre 17.
  - Tester d'autres nombres.
- Que peut-on conjecturer ?



En 2016, cette conjecture n'était toujours pas démontrée.

## 44 Stratégie gagnante

**CHERCHER** en s'engageant dans une démarche.

Enzo et Julie jouent à un jeu :

- Julie choisit un nombre entier entre 1 et 7 ;
- Enzo choisit un nombre entier entre 1 et 7 et l'ajoute à celui de Julie pour obtenir un nombre premier ;
- Julie choisit de nouveau un nombre entier compris entre 1 et 7 et l'ajoute au résultat précédent afin d'obtenir à son tour un nombre premier.
- Le jeu se poursuit ainsi. Le premier qui ne peut plus former un nombre premier a perdu.

► Existe-t-il une stratégie qui permettrait à Julie de gagner ?

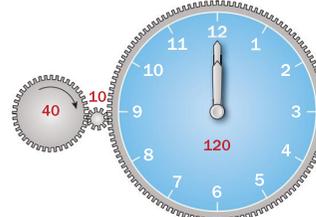
### Coup de pouce

Voici une liste des premiers nombres premiers : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 97.

## 45 L'horloge

**CHERCHER** en s'engageant dans une démarche.

Les engrenages à l'intérieur d'une horloge sont composés respectivement de 40, 10 et 120 dents. Il est midi.



► Où se trouvera la grande aiguille lorsque l'engrenage à 40 dents aura fait un tour ?

## 46 Découpe de carrés

**CALCULER** avec différentes procédures.

1. Une ouvrière dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur. Elle a reçu la consigne suivante : « Découpez dans ces plaques des carrés tous identiques, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm, et de façon à ne pas avoir de perte. »

- Peut-elle choisir de découper des plaques de 10 cm de côté ? Justifier.
  - Peut-elle choisir de découper des plaques de 11 cm de côté ? Justifier.
2. On lui impose désormais de découper des carrés les plus grands possibles.
- Quelle sera la longueur du côté d'un carré ?
  - Combien y aura-t-il de carrés par plaques ?

*D'après Brevet 2012.*

RAISONNER CALCULER

### Prise d'initiative

## 49 Choix de dallage

Zoé voudrait, sans faire de découpe, dallier son salon qui est une pièce rectangulaire de 5,20 m de longueur sur 4,60 m de largeur. Les différents formats de dalles disponibles et leurs prix sont indiqués ci-contre.

Ils sont tous vendus uniquement par lots de 20 dalles.

► Quelles sont les différentes possibilités et combien chacune coûtera-t-elle ?

Format des dalles	Prix à l'unité d'une dalle
17 cm × 20 cm	0,83 €
15 cm × 20 cm	0,81 €
19 cm × 19 cm	0,85 €
19 cm × 20 cm	0,89 €
20 cm × 20 cm	0,90 €
25 cm × 20 cm	1,00 €

### DÉFI !

47 On multiplie tous les nombres impairs de 1 à 2 017.

► Par quel chiffre se termine le résultat final ?

## 48 TICE Rencontre d'astéroïdes

**MODÉLISER** à l'aide d'un tableur.

Le 7 décembre 2015, un astronome observe un astéroïde qui apparaît tous les 105 jours. 6 jours plus tard, il observe un autre astéroïde qui apparaît tous les 81 jours.

On souhaite déterminer dans combien de jours à partir du 7 décembre les deux astéroïdes apparaîtront en même temps.

a. Reproduire la feuille de calcul ci-dessous.

- La colonne A correspond au 1<sup>er</sup> astéroïde et la B, au 2<sup>nd</sup>.
- Le 6 en B1 correspond au nombre de jours qui séparent les deux apparitions.
- La cellule A2 contient la formule =A1+105.
- La cellule B2 contient la formule =B1+81.

	A	B
1	0	6
2	105	87
3	210	168
4	315	249
5	420	330
6	525	411

– Ces deux formules sont recopiées vers le bas autant que nécessaire.

b. Avec ce tableur, déterminer le nombre de jours cherché. En déduire la date du jour où les deux astéroïdes apparaîtront en même temps.

