Activités de découverte modifiables

1 Nombres entiers naturels et division euclidienne

a. Nombres entiers naturels

Définition Les **nombres entiers naturels** sont les nombres qui servent à compter ou à dénombrer des objets.

C'est l'ensemble {0 ; 1 ; 2 ; 3 ; … ; 10 000 ; …}. On le note $\mathbb{N}$.
Les nombres entiers naturels sont des nombres positifs. On peut les écrire sans placer un signe « + » devant : on peut par exemple écrire « 3 » ou « +3 ».

b. Division euclidienne

Propriété Si a et b sont deux nombres entiers naturels avec b non nul, alors on peut trouver deux nombres entiers q et r tels que :

$$\underbrace{a}_{\text{dividende}} = \underbrace{b}_{\text{diviseur}} \times \underbrace{q}_{\text{quotient}} + \underbrace{r}_{\text{reste}} \qquad \text{avec } 0 \leqslant r < b.$$

C'est la **division euclidienne** de a par b.

EXEMPLE
$52 = 3 \times 17 + 1$

52	3
22	17
1	

c. Diviseurs et multiples

Définition Lorsque le reste de la division euclidienne d'un entier a par un entier b différent de 0 est nul ($r = 0$), on peut écrire $a = b \times q + 0 = b \times q$.
On dit alors que :
- b est un **diviseur** de a (ou encore a est **divisible** par b) ;
- a est un **multiple** de b (ou encore b a pour **multiple** a).

EXEMPLE : $18 = 6 \times 3$. Le reste de la division euclidienne de 18 par 3 est nul.
Donc « 18 est divisible par 3 » ou « 3 divise 18 ».

Remarque : Tout nombre est divisible par 1 et par lui-même.

1 **1.** Effectuer la division euclidienne :
a. de 138 par 5. **b.** de 192 par 6. **c.** de 369 par 15.
2. Parmi les divisions ci-dessus, quelle est celle dont le reste est nul ?

2 Jules et Jim ont effectué la division euclidienne de 126 par 15 :

Jules : $126 = 7 \times 15 + 21$

Jim : $126 = 15 \times 8 + 6$

a. Vérifier que les deux égalités sont vraies.
b. Peut-on conclure que Jules et Jim ont tous les deux raison ?

3 **a.** 369 est-il un multiple de 15 ? **b.** 6 est-il un diviseur de 192 ?
c. Donner la liste des diviseurs de 24. **d.** Donner la liste des diviseurs de 72.

4 Un musée organise des visites guidées pour une école. Les élèves sont répartis en groupes, éventuellement inégaux. Tous les groupes comptent entre 20 et 24 enfants.
▶ Donner trois répartitions possibles pour les 158 élèves de l'école.

5 Les années bissextiles sont les années dont les numéros sont des multiples de 4, à l'exception des années dont les numéros sont des multiples de 100 sans être des multiples de 400.
▶ Parmi les années suivantes, lesquelles sont bissextiles ? Justifier.
1800 1856 1900 1904 1948 1998 2000 2016 2152 2200 2400

→ Exercices 24 à 31 p. 130-131

2 Nombres premiers et fractions irréductibles

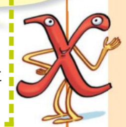
Définition Un nombre entier naturel est dit **premier** lorsqu'il admet **exactement** deux diviseurs positifs : 1 et lui-même.

EXEMPLES
- 13 ne possède que deux diviseurs : 1 et lui-même ; 13 est donc un nombre premier.
13 admet une seule décomposition en produit de nombres entiers : $13 = 1 \times 13$.
- 1 n'est pas un nombre premier car il a un seul diviseur.

Propriété Tout nombre entier non premier supérieur à 2 peut s'écrire comme un produit de nombres premiers.

Cette propriété est appelée le théorème fondamental de l'arithmétique.

EXEMPLES :
- $231 = 3 \times 7 \times 11$
- $2\,016 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$
- $\dfrac{231}{2016} = \dfrac{3 \times 7 \times 11}{2^5 \times 3^2 \times 7} = \dfrac{11}{2^5 \times 3} = \dfrac{11}{96}$. La fraction $\dfrac{11}{96}$ est **irréductible**.



6 **a.** Parmi les nombres entiers naturels suivants, indiquer ceux qui sont des nombres premiers. Justifier.
1 47 23 39 11 51 73 69 123 456 123 456 789
b. Décomposer les nombres entiers non premiers supérieurs à 2 ci-dessus en un produit de nombres premiers.

7 **Vrai ou faux ?** Justifier.
a. « Aucun nombre premier n'est pair. »
b. « Si on multiplie deux nombres premiers, alors le résultat est un nombre premier. »
c. « Parmi les diviseurs de 45, il y a exactement deux nombres premiers. »

8 Rendre irréductibles les fractions suivantes.
a. $\dfrac{84}{120}$ **b.** $\dfrac{225}{175}$ **c.** $\dfrac{117}{65}$ **d.** $\dfrac{7\,920}{4\,320}$ **e.** $\dfrac{792}{1056}$

→ Exercices 32 à 36 p. 131

Solutions sur hatier-clic.fr/mC4127